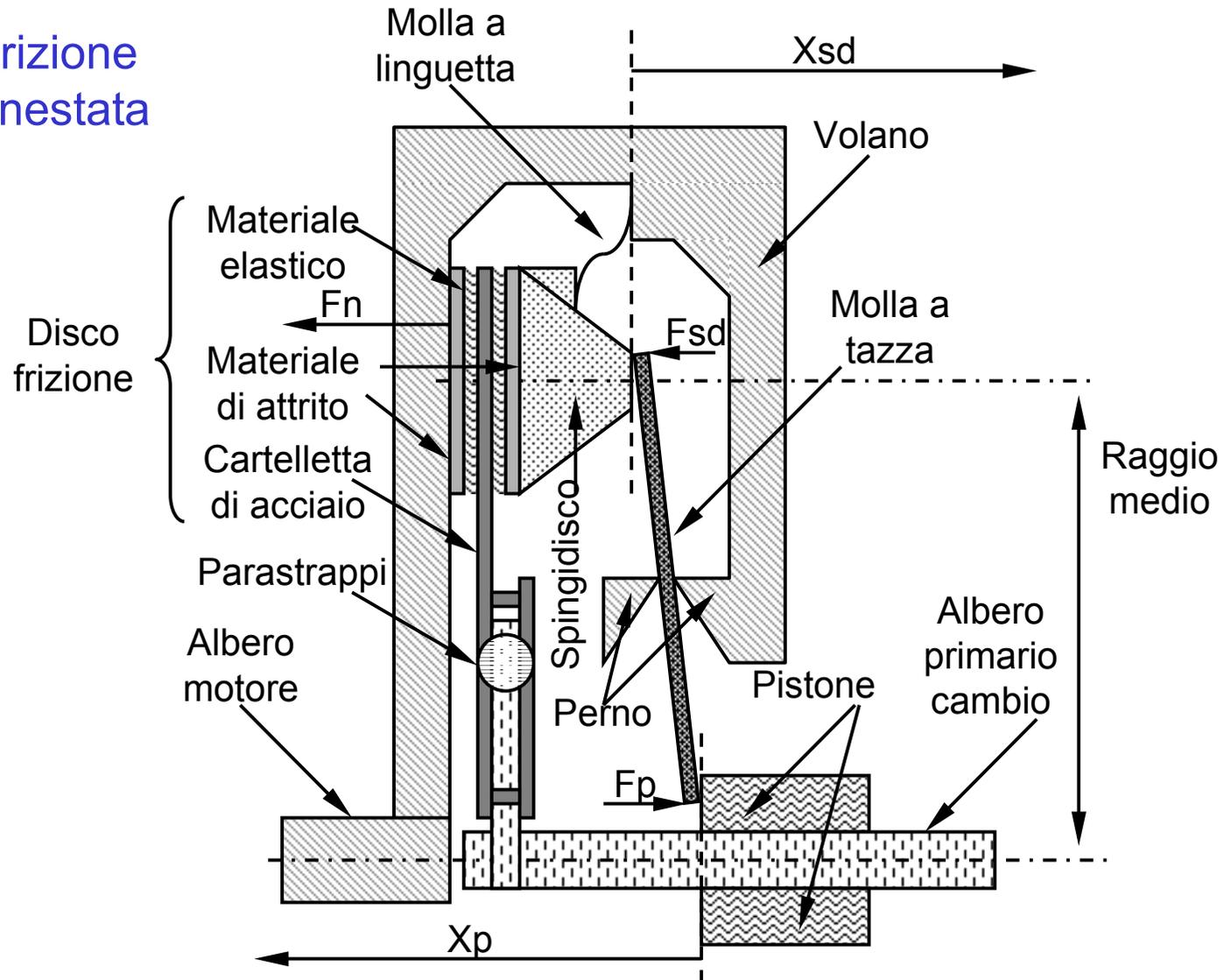
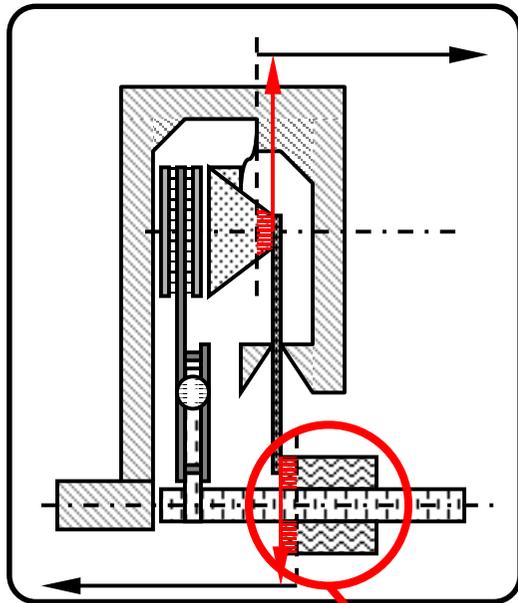

Sistema di Controllo di una Frizione a Secco
per Cambi Manuali Robotizzati
(AMT: Automated Manual Transmission)

Schema Meccanico di una Frizione (1)

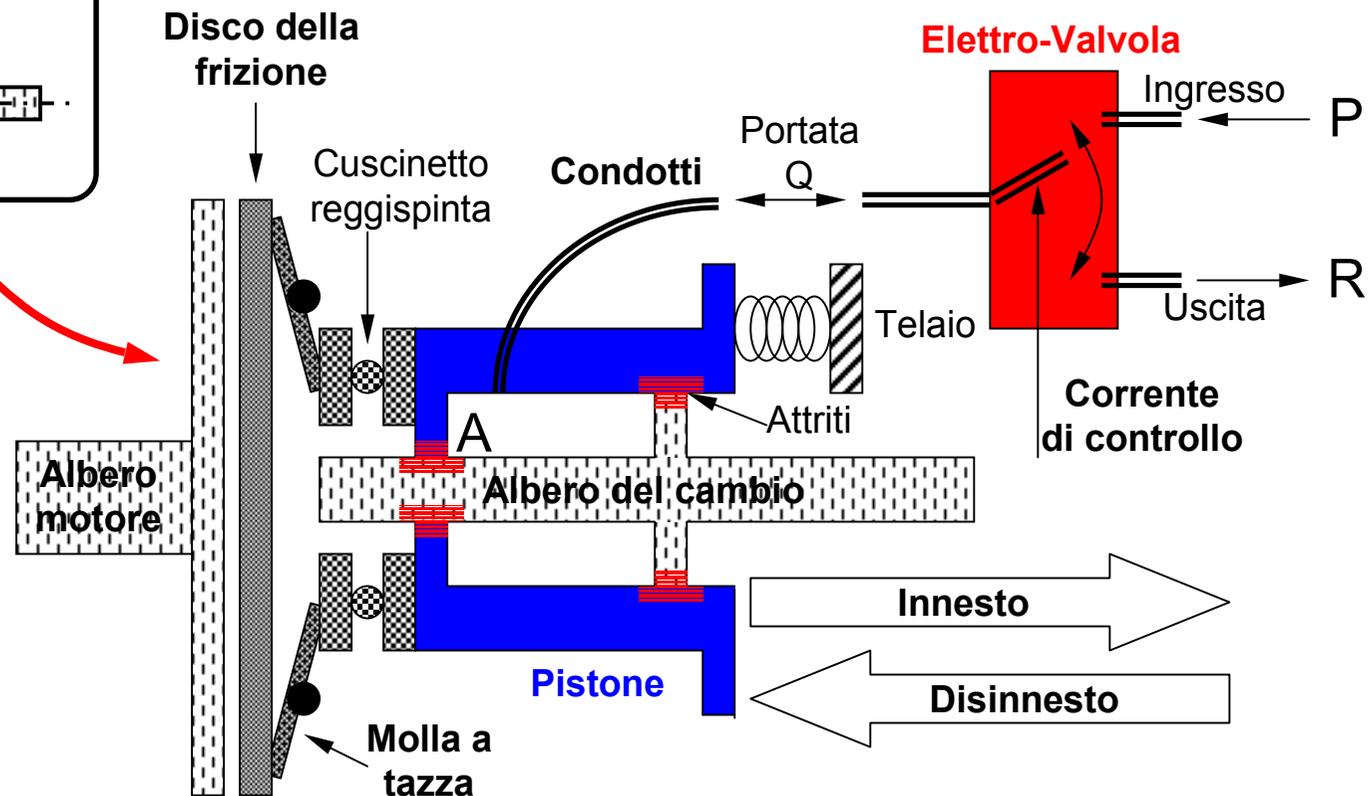
Frizione
Innestata



Descrizione Attuatore Idraulico per l'Azionamento della Frizione



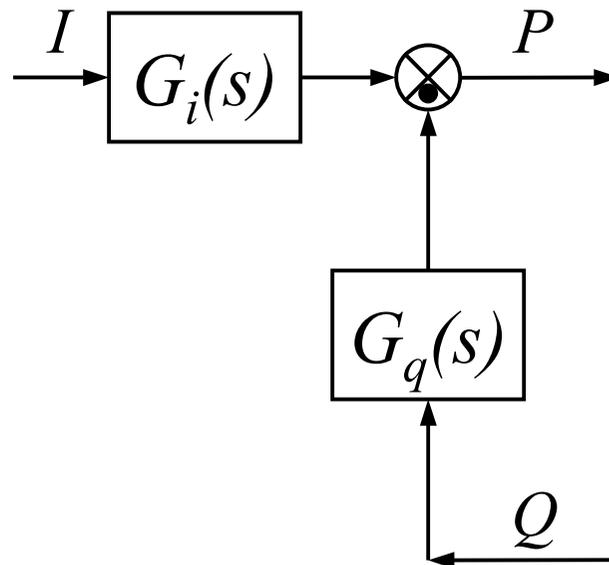
La forza sul pistone che muove la molla a tazza (normalmente esercitata dal pilota con il pedale) viene fornita tramite un circuito idraulico controllato attraverso un'elettrovalvola.



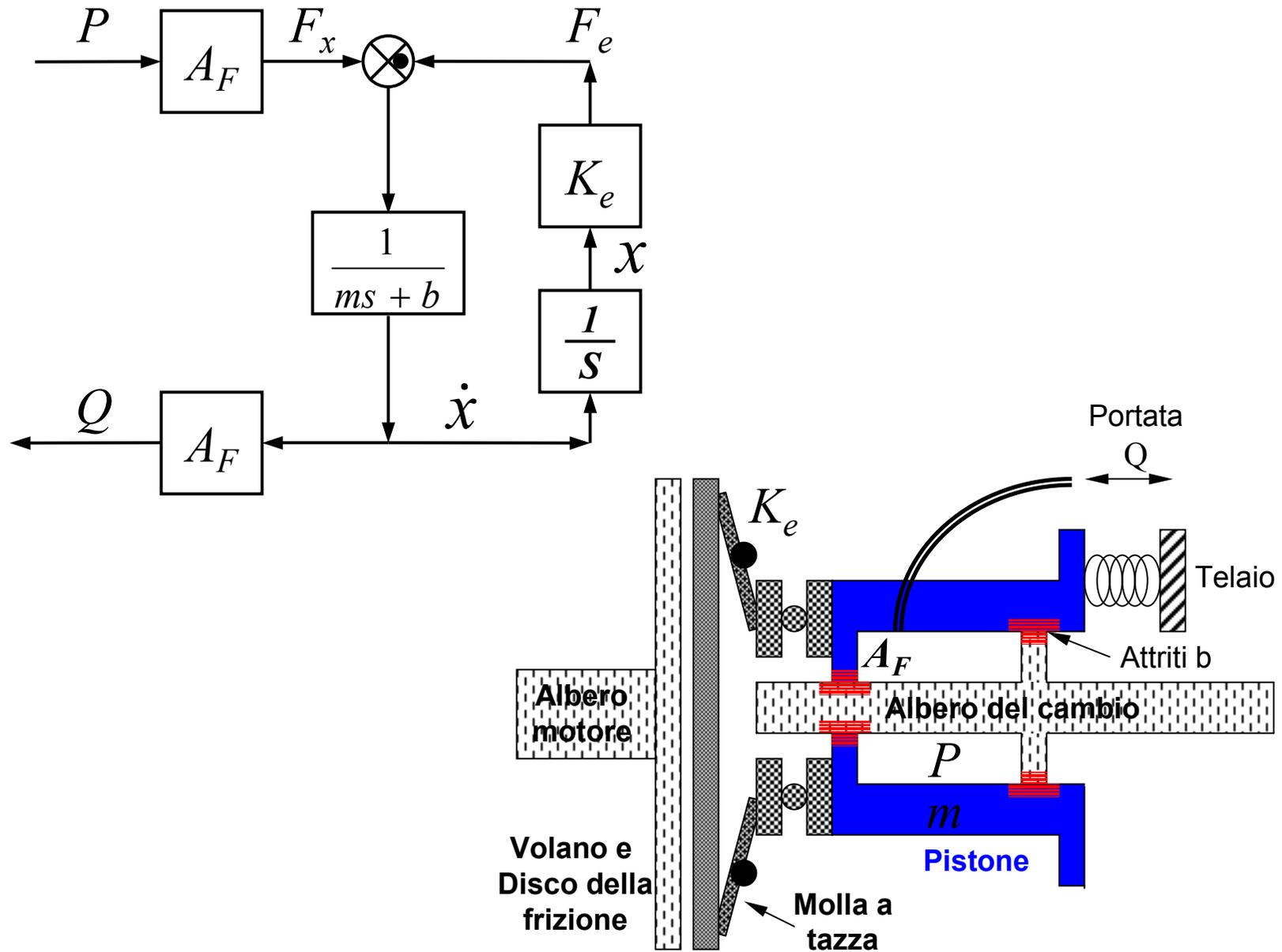
Modello lineare della valvola di controllo

$$P_V(s) = \frac{K_i}{1 + \frac{2\delta}{\omega_n}s + \frac{1}{\omega_n^2}s^2} I(s) - \frac{K_q(1 + \tau s)}{1 + \frac{2\delta}{\omega_n}s + \frac{1}{\omega_n^2}s^2} Q(s)$$

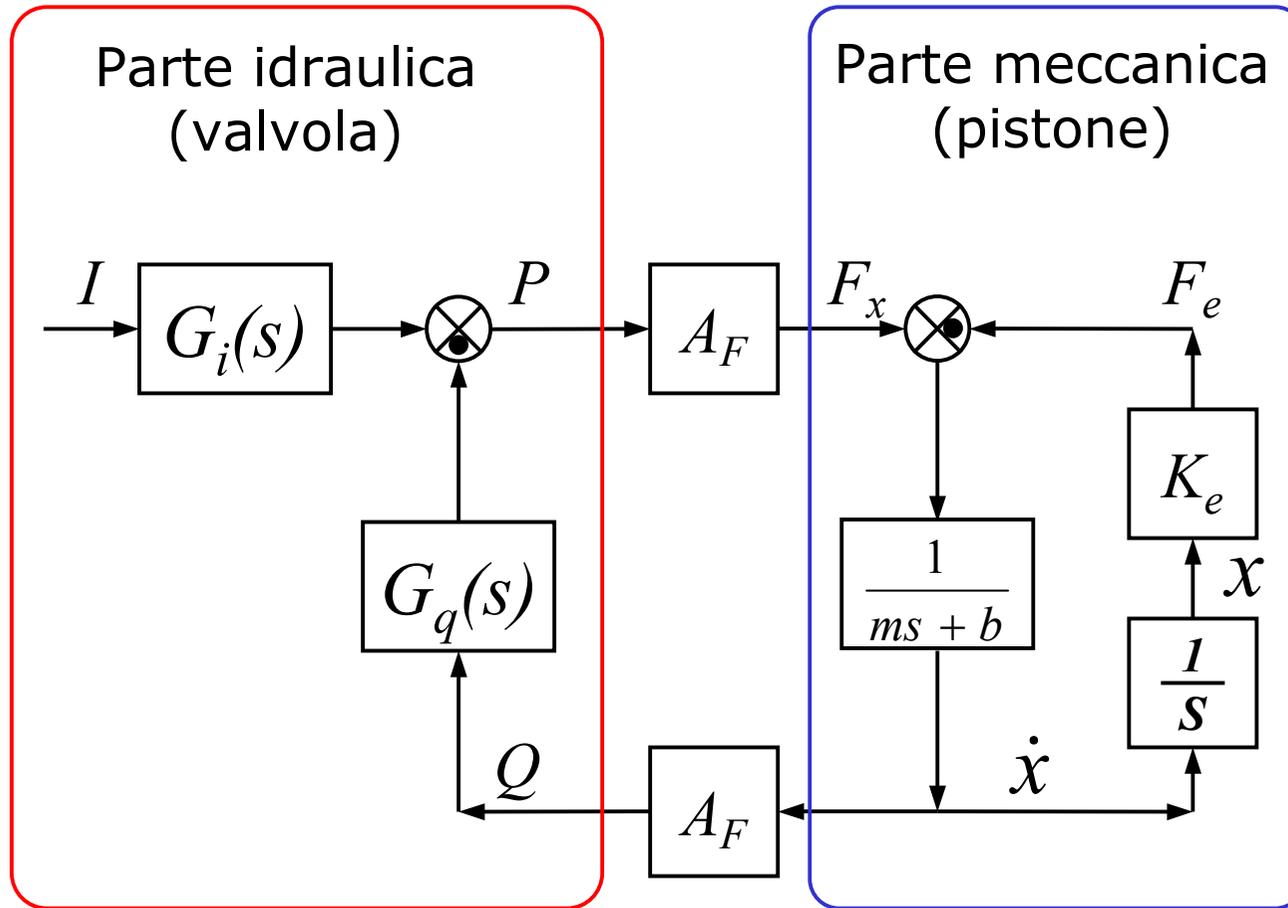
$$P_V(s) = G_i(s)I(s) - G_q(s)Q(s)$$



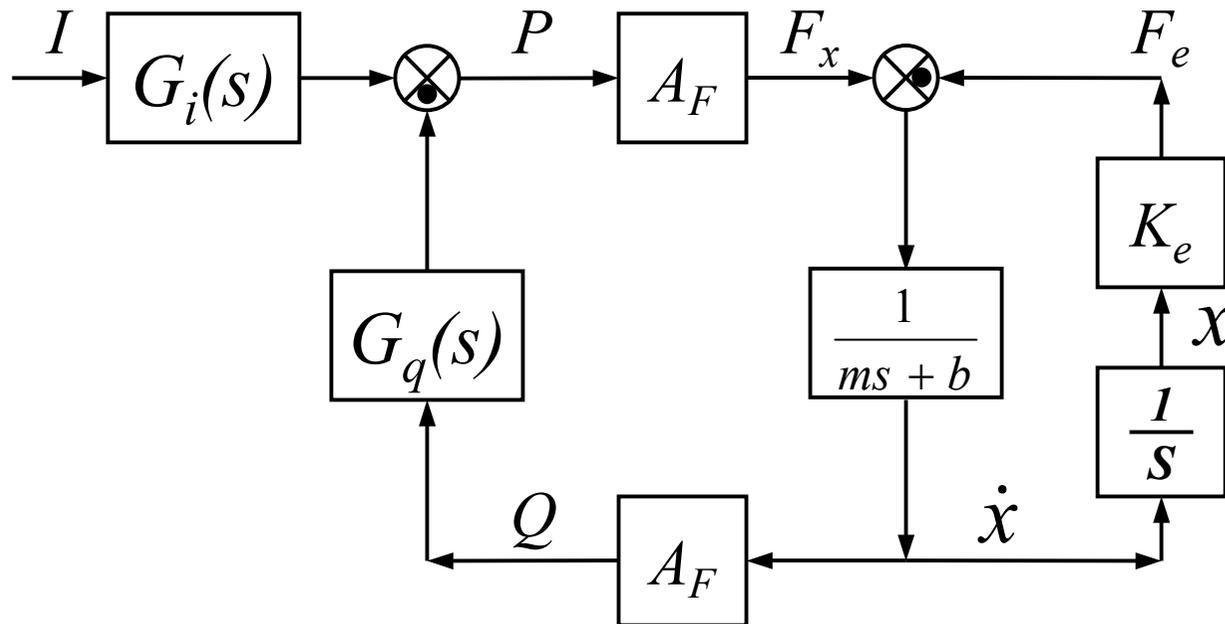
Modello lineare del pistone



Modello lineare attuatore frizione



Calcolo funzione di trasferimento corrente-posizione (1)



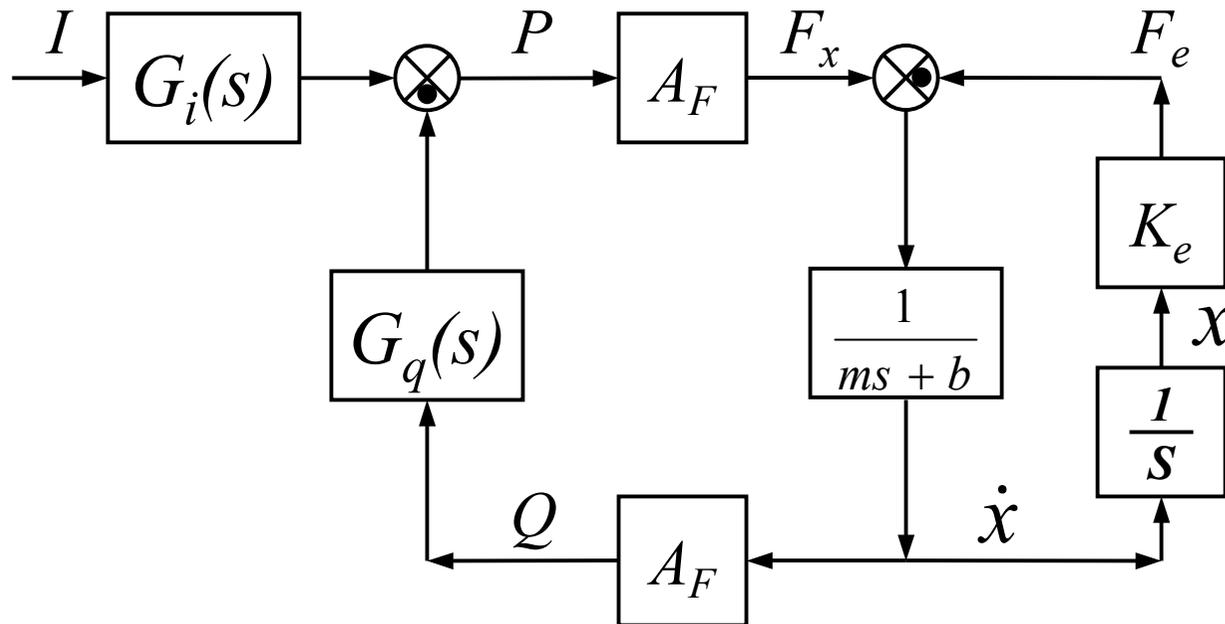
Anelli:

$$\left. \begin{aligned} A_1 &= -A_F^2 \frac{G_q(s)}{ms + b} \\ A_2 &= -\frac{K_e}{s(ms + b)} \end{aligned} \right\}$$

Determinante:

$$\Delta = 1 + A_F^2 \frac{G_q(s)}{ms + b} + \frac{K_e}{s(ms + b)}$$

Calcolo funzione di trasferimento corrente-posizione (2)

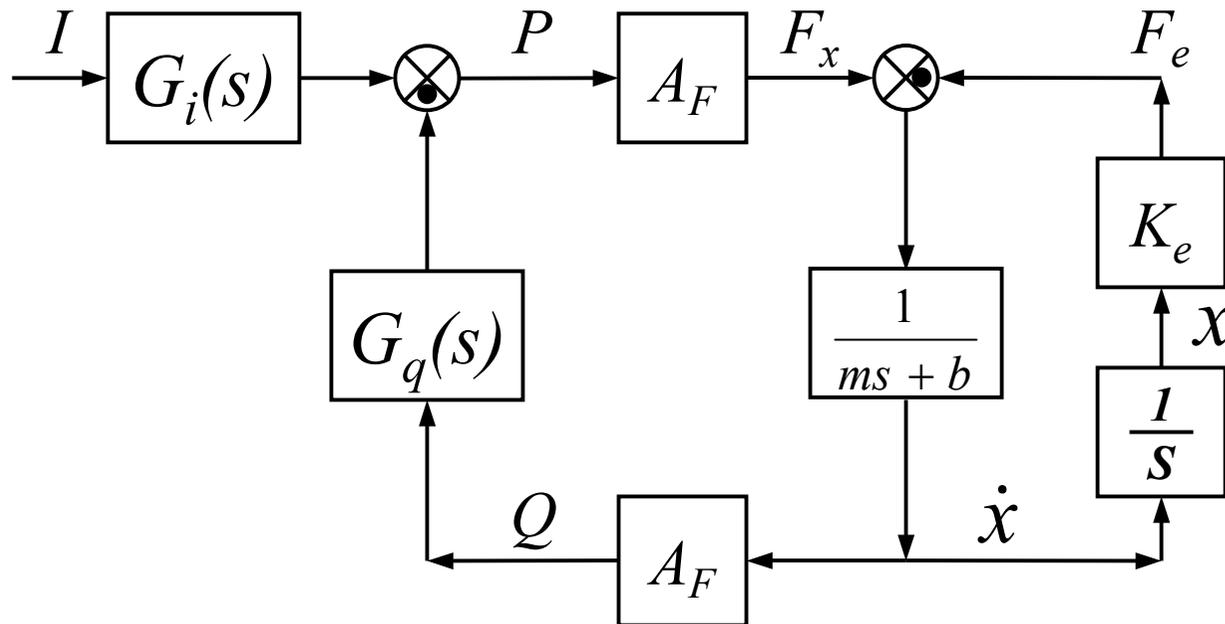


Percorso e determinante associato:

$$P_1 = G_i(s) \frac{A_F}{s(ms + b)}$$

$$\Delta P_1 = 1$$

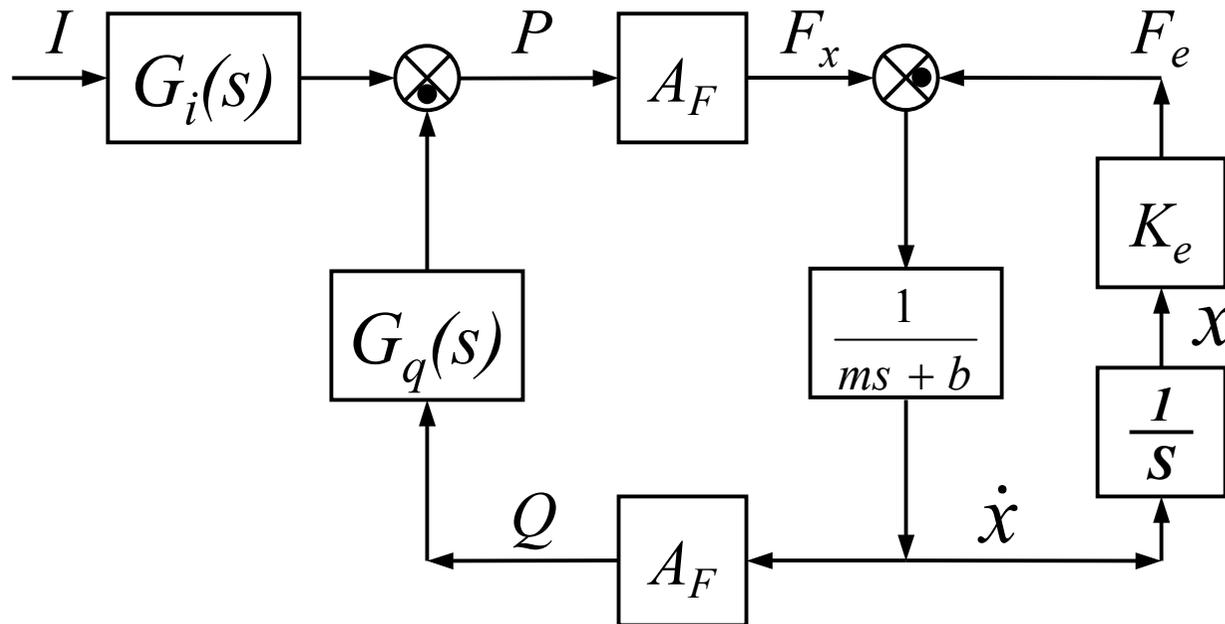
Calcolo funzione di trasferimento corrente-posizione (3)



Funzione di trasferimento corrente-posizione:

$$G(s) = \frac{X(s)}{I(s)} = \frac{P_1 \Delta P_1}{\Delta} = \frac{G_i(s) \frac{A_F}{s(ms+b)}}{1 + A_F^2 \frac{G_q(s)}{ms+b} + \frac{K_e}{s(ms+b)}}$$

Calcolo funzione di trasferimento corrente-posizione (4)



Funzione di trasferimento corrente-posizione:

$$G(s) = \frac{X(s)}{I(s)} = \frac{K_i A_F}{(ms^2 + bs + K_e) \left(1 + \frac{2\delta}{\omega_n} s + \frac{s^2}{\omega_n^2} \right) + K_q A_F^2 (1 + \tau s) s}$$

$$G(s) = \frac{X(s)}{I(s)} = \frac{K_i A_F \omega_n^2}{(ms^2 + bs + K_e)(\omega_n^2 + 2\delta\omega_n s + s^2) + K_q A_F^2 \omega_n^2 (1 + \tau s) s}$$

Parametri del sistema

Consideriamo i seguenti parametri ricavati dal disegno meccanico e dai dati tecnici delle valvole.

Parametri meccanici

$$m = 2Kg$$

$$b = 80Ns / m$$

$$Ke = 50000N / m$$

Parametri idraulici

$$K_i = 50bar / Ampere$$

$$Kq = 1.5bar / (l / min)$$

$$\tau = 16ms$$

$$\omega_n = 1200rad / s \cong 200cps$$

$$\delta = 0.5$$

$$A_F = 2cm^2$$

Analisi funzione di trasferimento (1)

Con le unità di misura del sistema internazionale, esprimendo la posizione in metri, la funzione di trasferimento tra corrente e posizione risulta:

$$G(s) = \frac{X(s)}{I(s)} = \frac{b_0}{a_4s^4 + a_3s^3 + a_2s^2 + a_1s + a_0}$$

dove: $b_0 = 144 \cdot 10^7$

$$a_0 = 72 \cdot 10^9$$

$$a_1 = 6936 \cdot 10^5$$

$$a_2 = 11320400$$

$$a_3 = 2480$$

$$a_4 = 2$$

Analisi funzione di trasferimento (2)

$$G(s) = \frac{X(s)}{I(s)} = \frac{b_0}{a_4s^4 + a_3s^3 + a_2s^2 + a_1s + a_0}$$

Il sistema è del quarto ordine, presenta quindi 4 poli .
Non ci sono zeri. Il grado relativo è dunque 4.
Non ci sono poli nell'origine quindi il sistema è di tipo zero.

Poli :

$$p_{1,2} = -30.3824 \pm j74.3378$$

$$\omega_{n1,2} = 80.3069$$

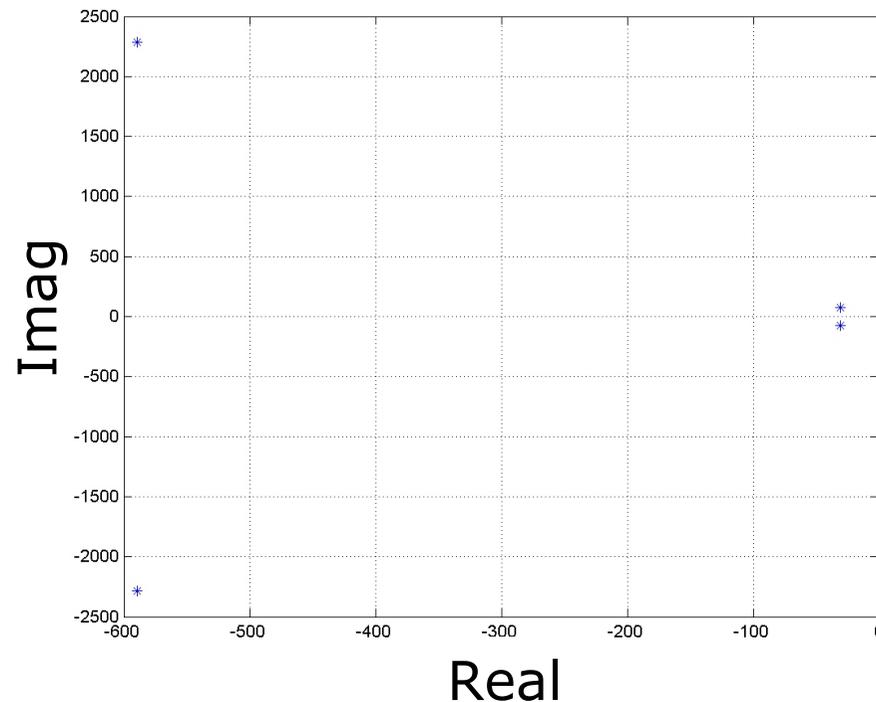
$$\delta_{1,2} = 0.3783$$

$$p_{3,4} = -589.6 \pm j2288$$

$$\omega_{n3,4} = 2363$$

$$\delta_{3,4} = 0.2496$$

Poli e zeri del sistema



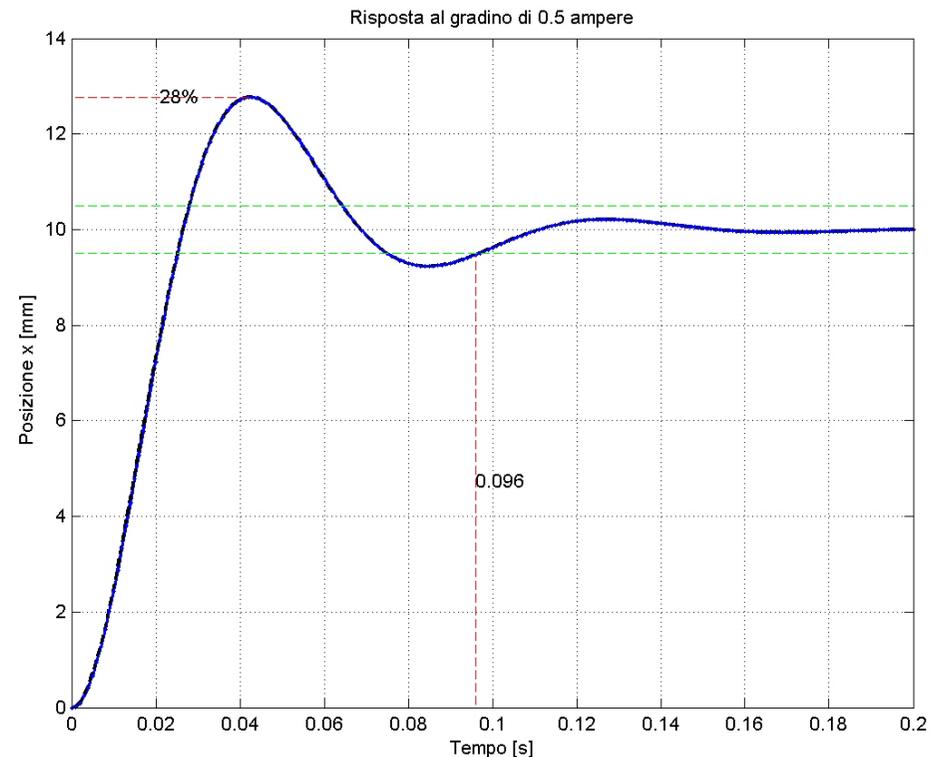
Analisi funzione di trasferimento (3)

$$G(s) = \frac{X(s)}{I(s)} = \frac{b_0}{a_4s^4 + a_3s^3 + a_2s^2 + a_1s + a_0}$$

Il sistema è di tipo zero quindi il guadagno statico è finito:

$$G(0) = K_0 = \frac{b_0}{a_0} = 0.02[m / A] = 20[mm / A]$$

Il guadagno statico dice che per spostare il pistone di 10mm sono necessari 0.5 ampere:



Analisi funzione di trasferimento (4)

Il sistema ha due poli complessi e coniugati dominanti:

Poli :

$$p_{1,2} = -30.3824 \pm j74.3378$$

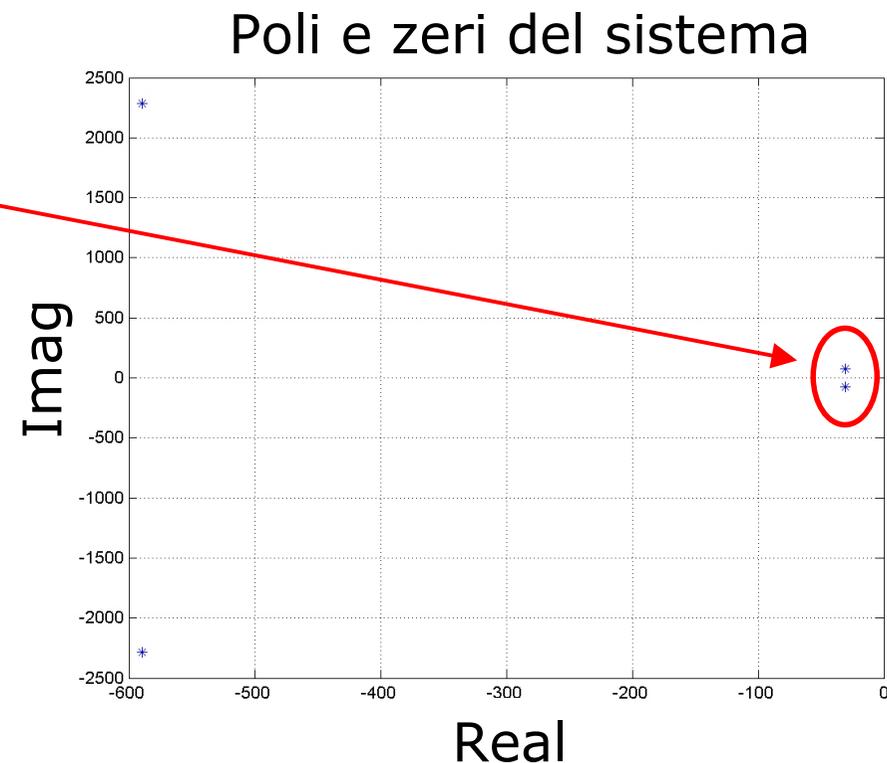
$$\omega_{n1,2} = 80.3069$$

$$\delta_{1,2} = 0.3783$$

$$p_{3,4} = -589.6 \pm j2288$$

$$\omega_{n3,4} = 2363$$

$$\delta_{3,4} = 0.2496$$



Analisi funzione di trasferimento (5)

Nota la posizione dei poli dominanti di un sistema è possibile stimare i parametri tipici della risposta al gradino:

$$p_{1,2} = \sigma + j\omega = -30.3824 \pm j74.3378$$

$$\omega_{n1,2} = 80.3069$$

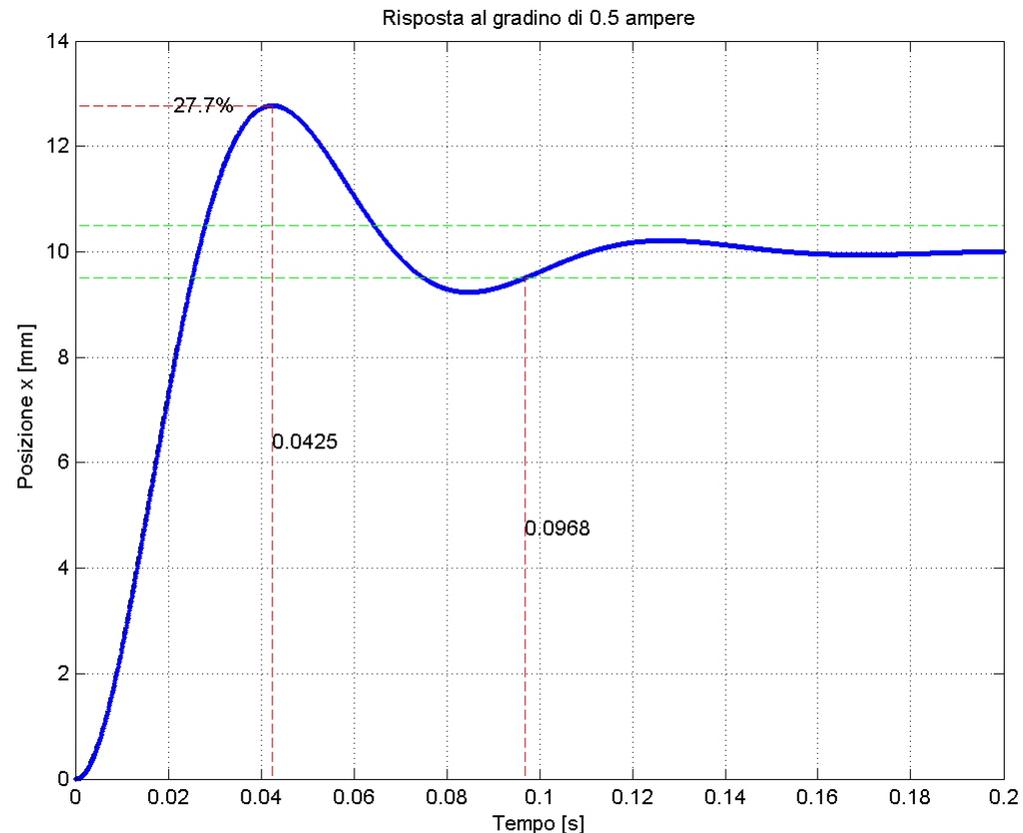
$$\delta_{1,2} = 0.3783$$

$$S\% = 100e^{\frac{-\pi\delta}{\sqrt{1-\delta^2}}} = 27.7$$

$$T_{S\%} = \frac{\pi}{\omega} = 0.0423$$

$$T = \frac{2\pi}{\omega} = 0.0846$$

$$T_a \cong \frac{3}{\delta\omega_n} = 0.0987$$



Approssimazione a poli dominanti (1)

I poli dominanti del sistema sono:

$$p_{1,2} = -30.3824 \pm j74.3378$$

$$\omega_{n1,2} = 80.3069$$

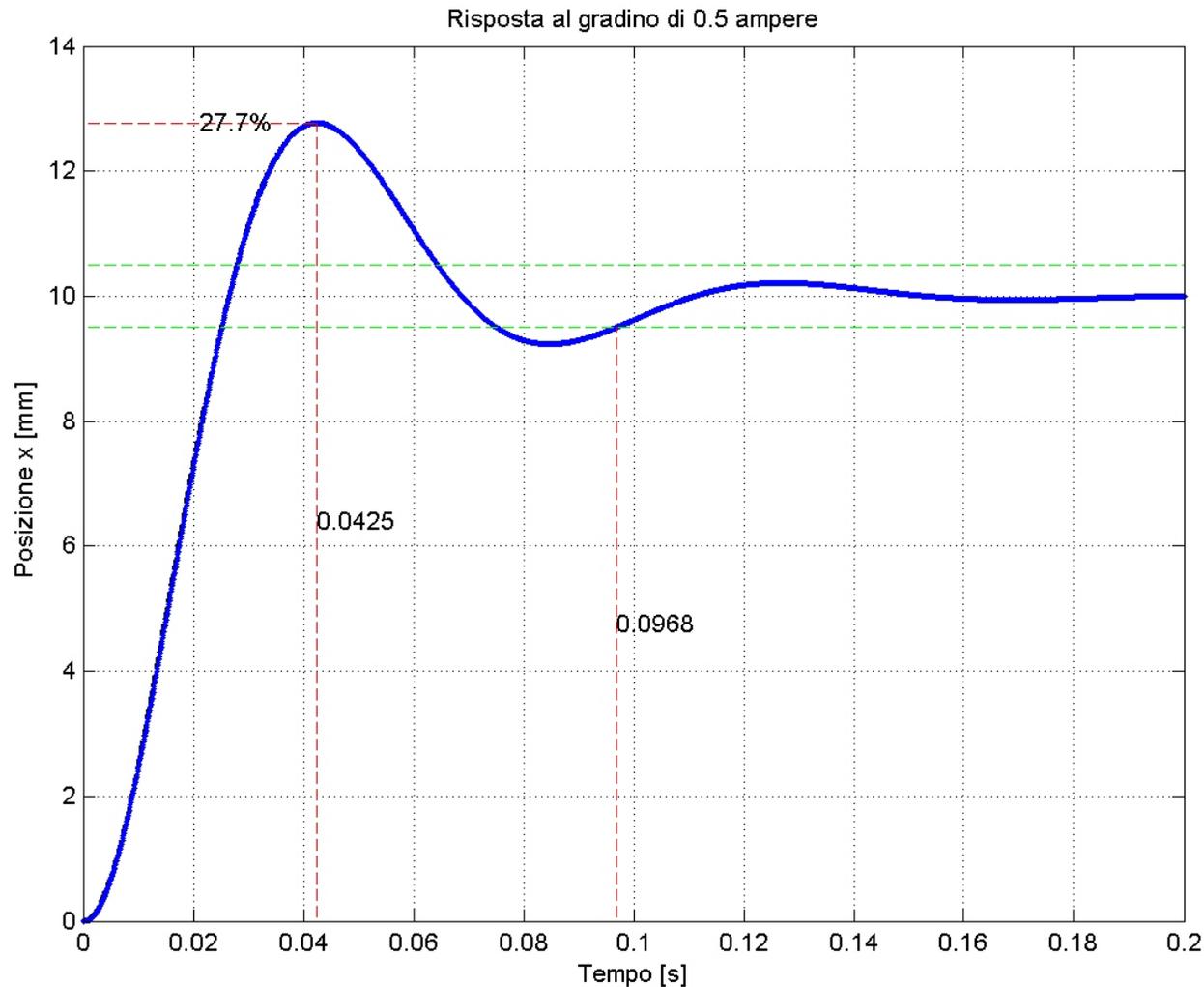
$$\delta_{1,2} = 0.3783$$

L'approssimazione a poli dominanti $G_2(s)$ si ottiene moltiplicando il guadagno statico $G(0)$ del sistema per la funzione di trasferimento di un sistema elementare del secondo ordine a guadagno statico unitario e con i poli coincidenti con i poli dominanti del sistema:

$$G_2(s) = \underbrace{G(0)}_{\substack{\text{Guadagno} \\ \text{statico del} \\ \text{sistema}}} \underbrace{\frac{\omega_{n1,2}^2}{s^2 + 2\delta_{1,2}\omega_{n1,2}s + \omega_{n1,2}^2}}_{\substack{\text{Sistema elementare} \\ \text{del secondo ordine} \\ \text{con guadagno unitario}}} = \frac{129}{s^2 + 60.76s + 6449}$$

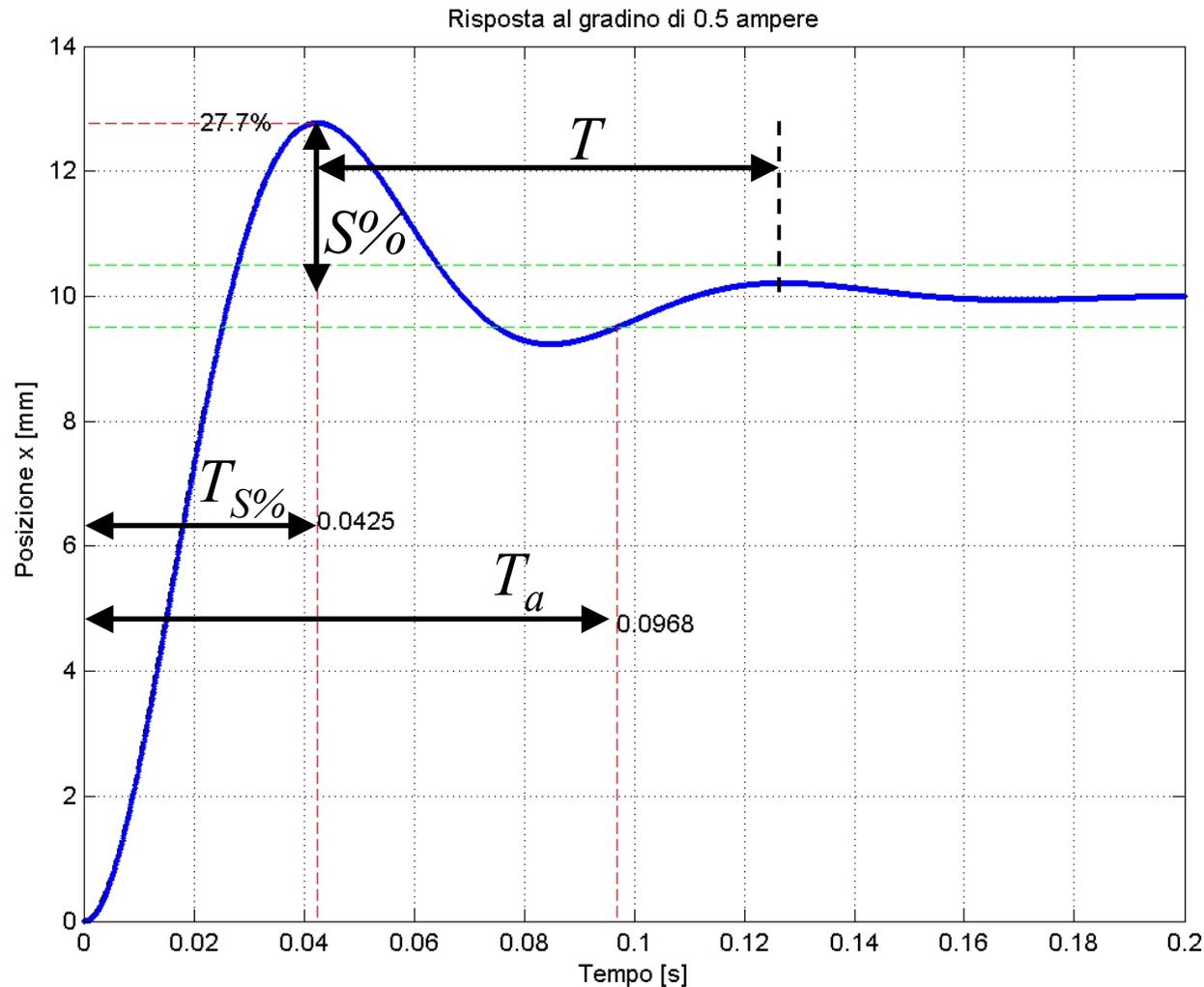
Approssimazione a poli dominanti (2)

La risposta al gradino corrispondente all'approssimazione a poli dominanti è quasi indistinguibile dalla risposta reale del sistema



Approssimazione a poli dominanti (3a)

Quando la funzione di trasferimento di un sistema non è nota, l'approssimazione a poli dominanti si può ricavare dall'analisi della risposta al gradino (ad esempio ottenuta sperimentalmente):



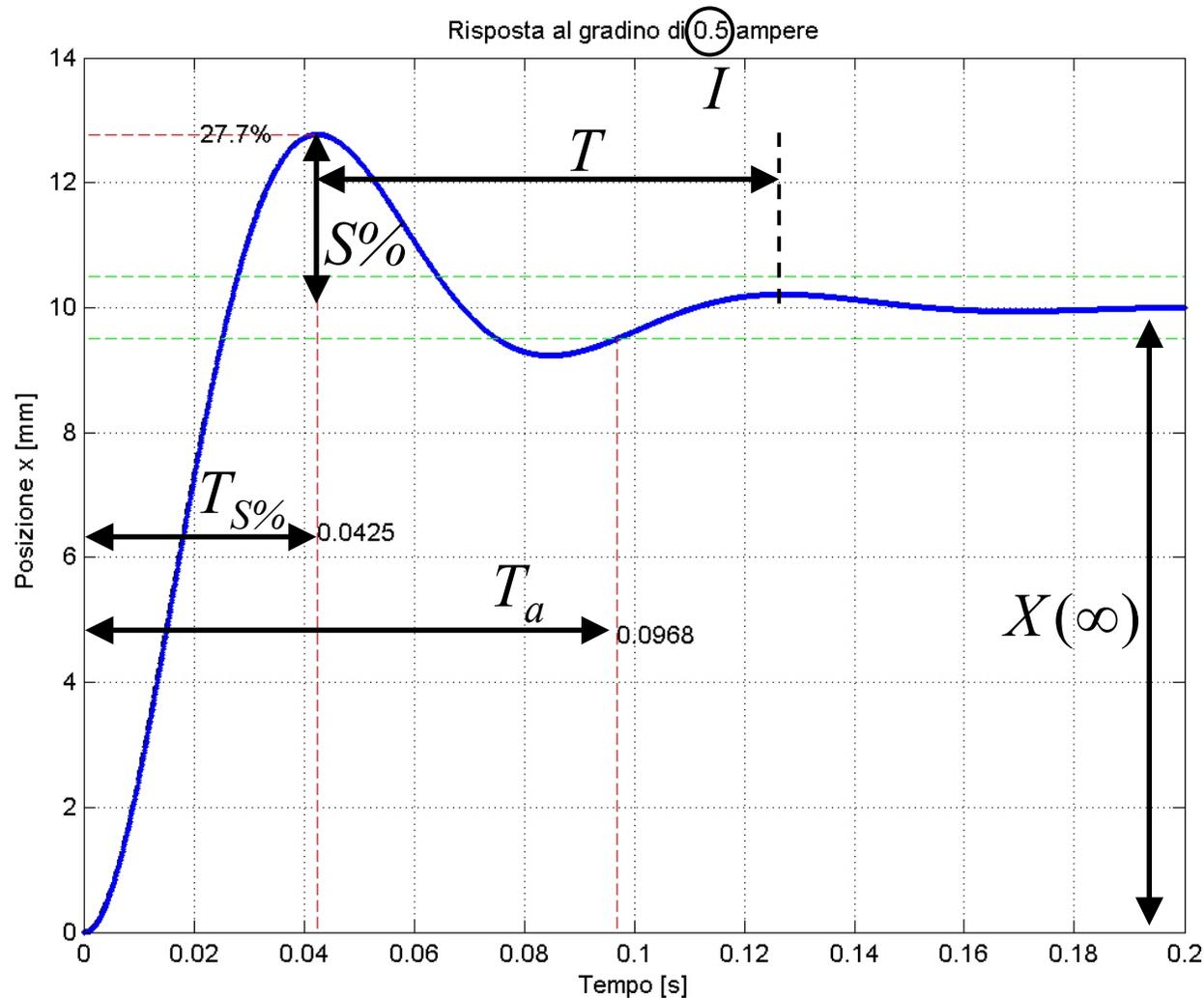
$$\omega = \frac{\pi}{T_{S\%}} = \frac{2\pi}{T}$$

$$\sigma \cong -\frac{3}{T_a}$$

$$\omega_n = \sqrt{\sigma^2 + \omega^2}$$

Approssimazione a poli dominanti (3b)

Quando la funzione di trasferimento di un sistema non è nota, l'approssimazione a poli dominanti si può ricavare dall'analisi della risposta al gradino (ad esempio ottenuta sperimentalmente):



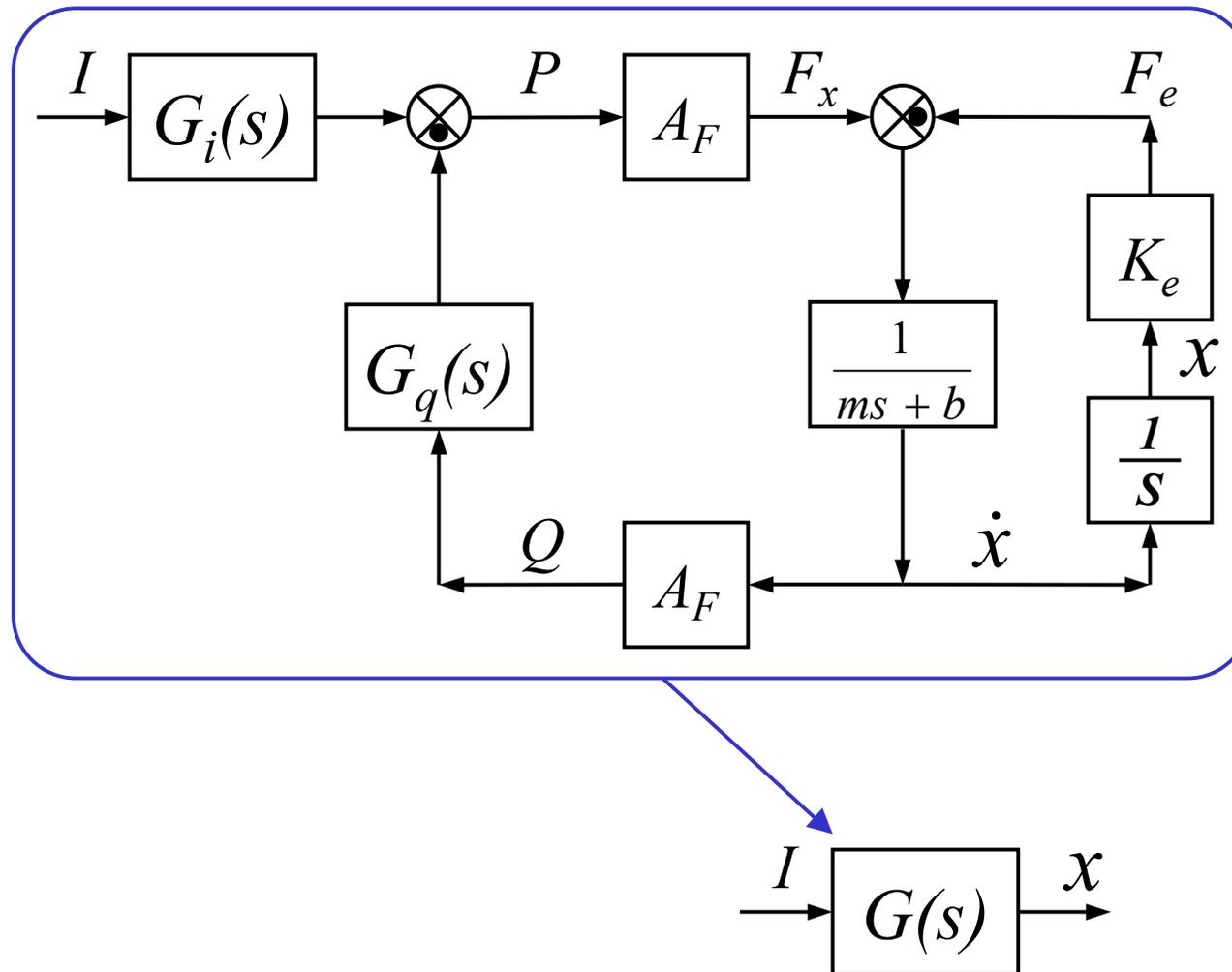
$$G(0) = \frac{X(\infty)}{I}$$

$$\delta = -\frac{\sigma}{\omega_n}$$

$$\delta = \frac{\left(\ln \frac{S\%}{100} \right)^2}{\left(\ln \frac{S\%}{100} \right)^2 + \pi^2}$$

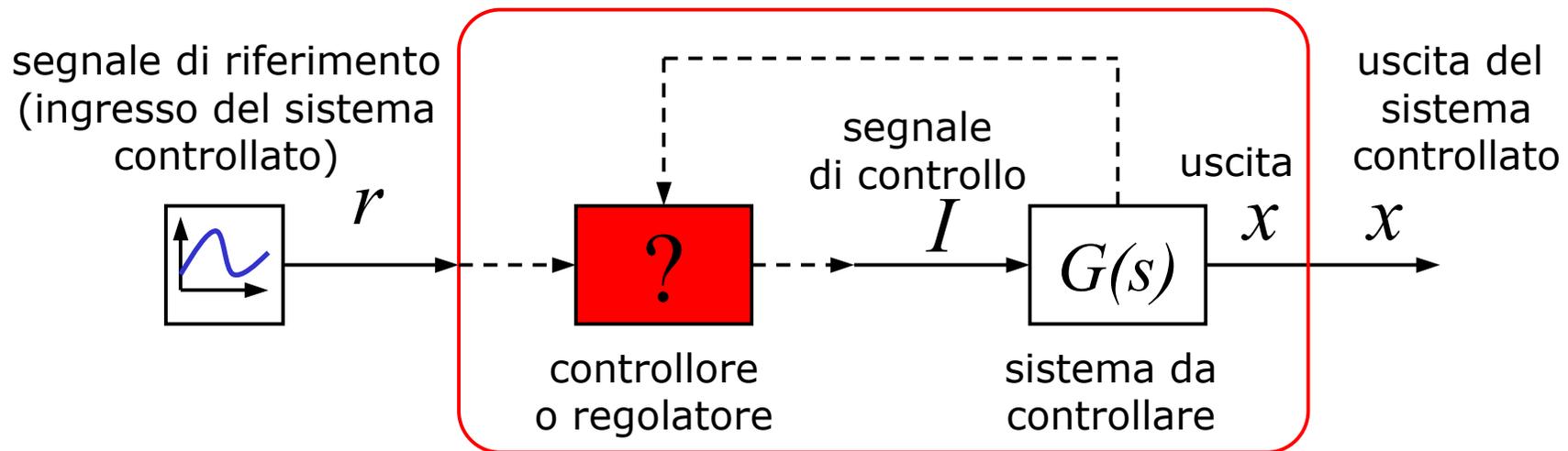
Sistema da controllare

Il sistema elettro-idraulico per l'azionamento della frizione è descritto dalla funzione di trasferimento corrente-posizione.



Sistema controllato

- Agendo sulla corrente di controllo (segnale o ingresso di controllo) si vuole controllare la posizione della frizione (uscita) in modo che segua meglio possibile l'andamento desiderato espresso mediante il segnale di riferimento.
- Il sistema controllato è un nuovo sistema in cui l'ingresso è il segnale di riferimento e l'uscita coincide con quella del sistema da controllare.
- Il controllore (o regolatore) stabilisce la relazione tra il segnale di riferimento, le variabili interne del sistema (tra cui l'uscita) e l'ingresso di controllo.



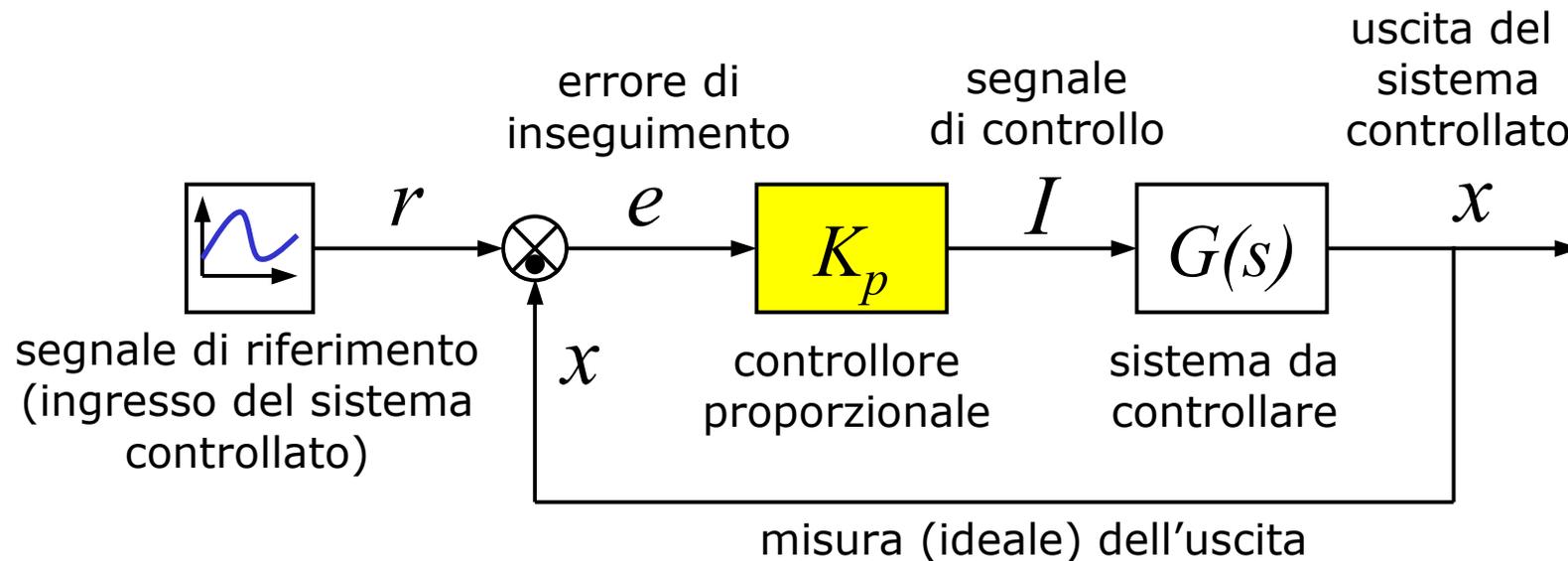
Sistema controllato

Controllo in catena aperta

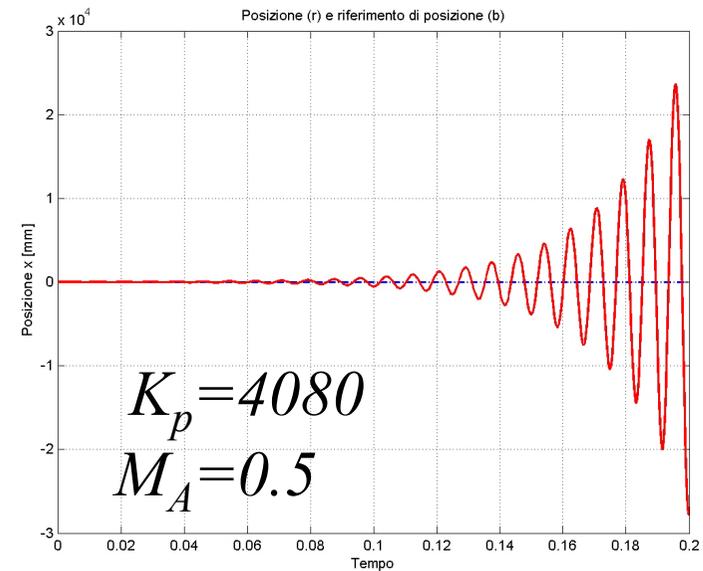
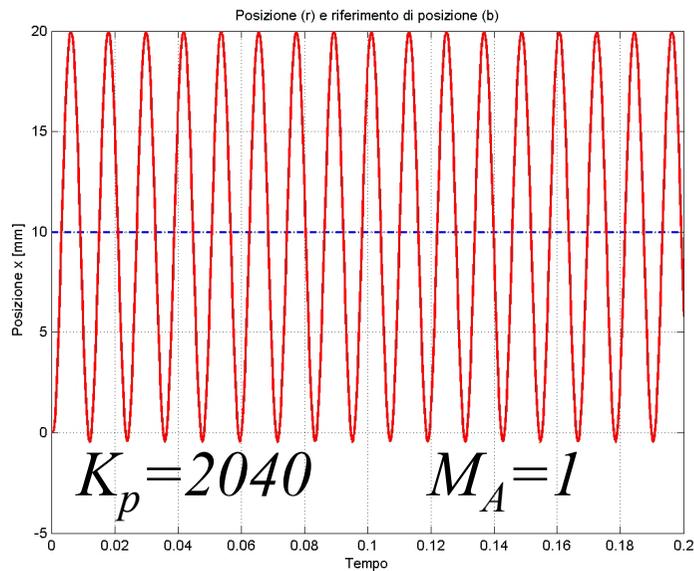
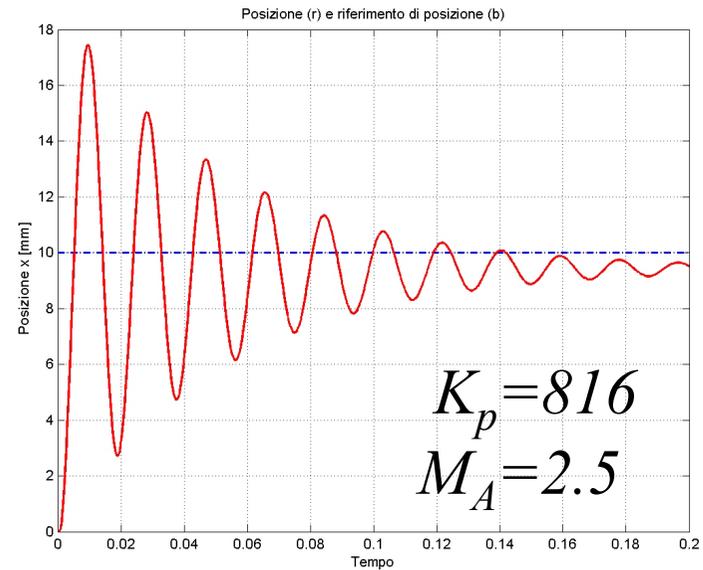
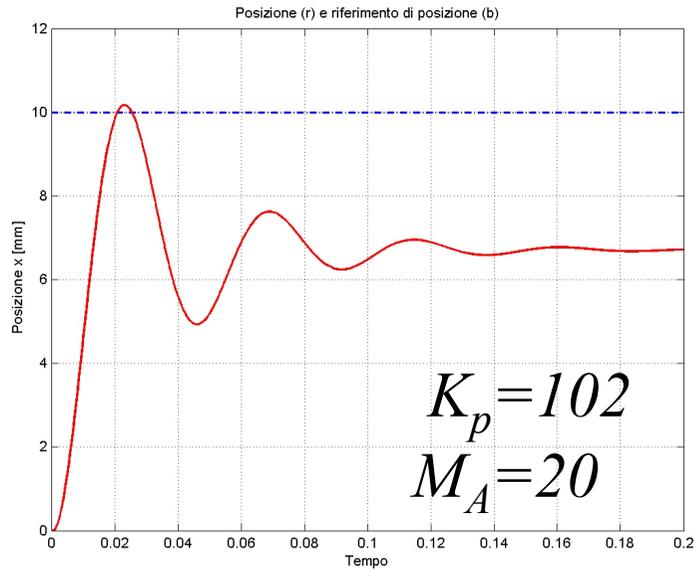
Controllore proporzionale P (1)

- Il controllore proporzionale è il più semplice controllore per un sistema retroazionato.
- Il segnale di controllo è proporzionale all'errore di inseguimento:

$$I = K_p e = K_p (r - x)$$



Controllore proporzionale P (2)



Controllore proporzionale P (3)

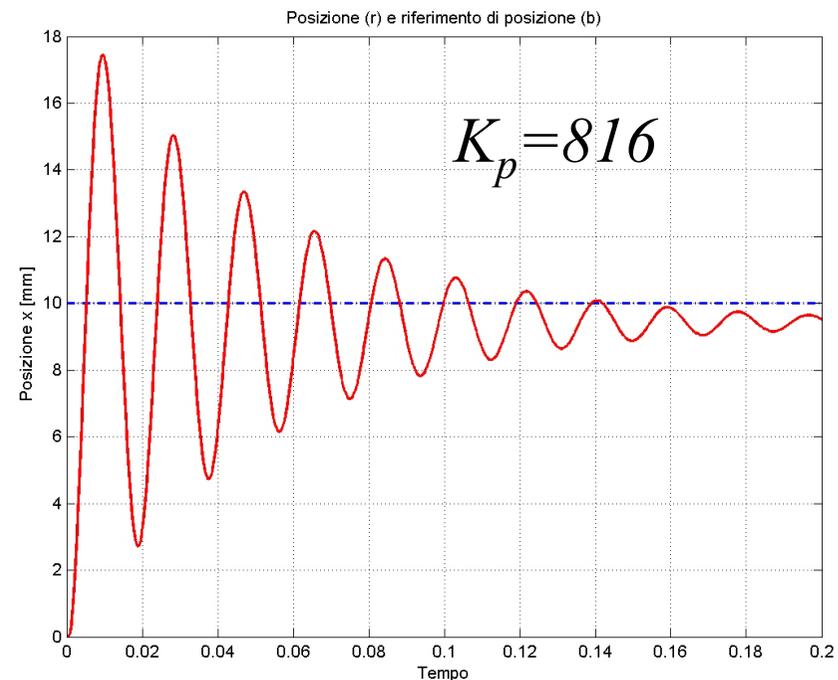
- Il valore della costante di proporzionalità K_p si può calcolare mediante il criterio di Routh.
- Il criterio di Routh dice che il sistema retroazionato con un controllore proporzionale è stabile per valori di K_p tali che:

$$-50 < K_p < 2040 = K_{p \max}$$

- Tipicamente si sceglie:

$$K_p < 0.5 K_{p \max}$$

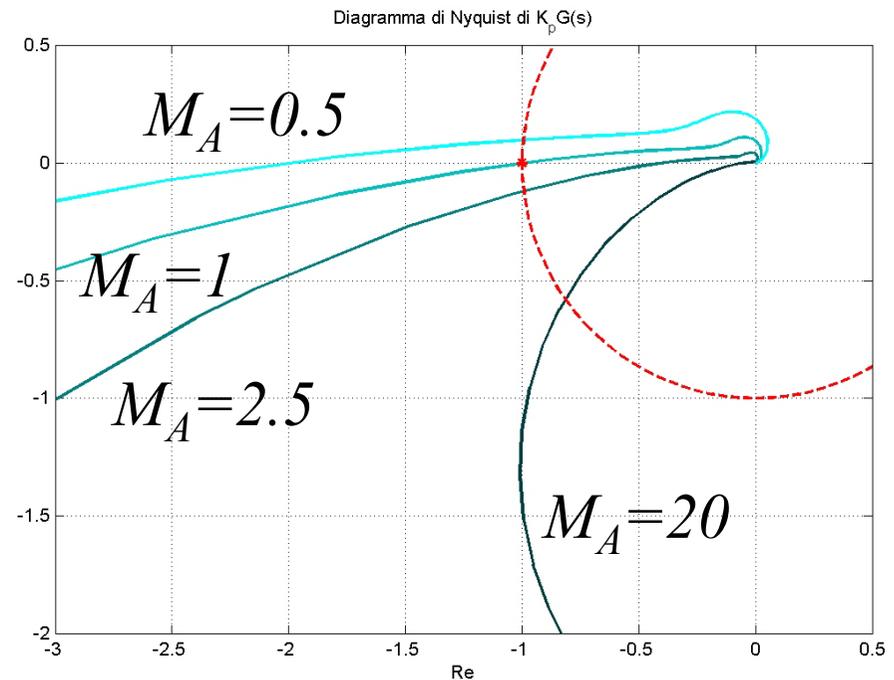
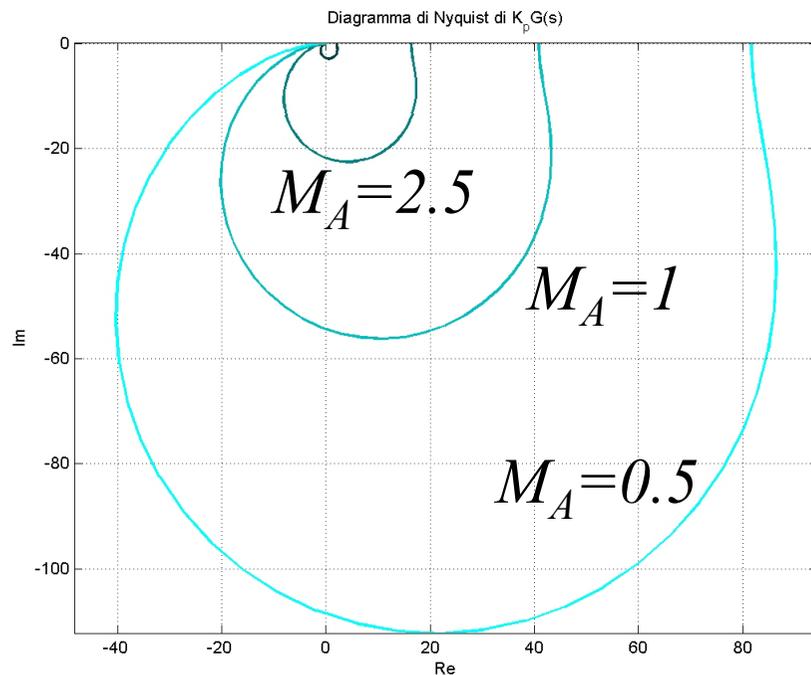
- Con $K_p = 0.4 K_{p \max}$ si ottiene:



Controllore proporzionale P (4)

- In alternativa al criterio di Routh, la costante K_p si può calcolare tramite i diagrammi di Nyquist imponendo una condizione sul margine di ampiezza M_A :

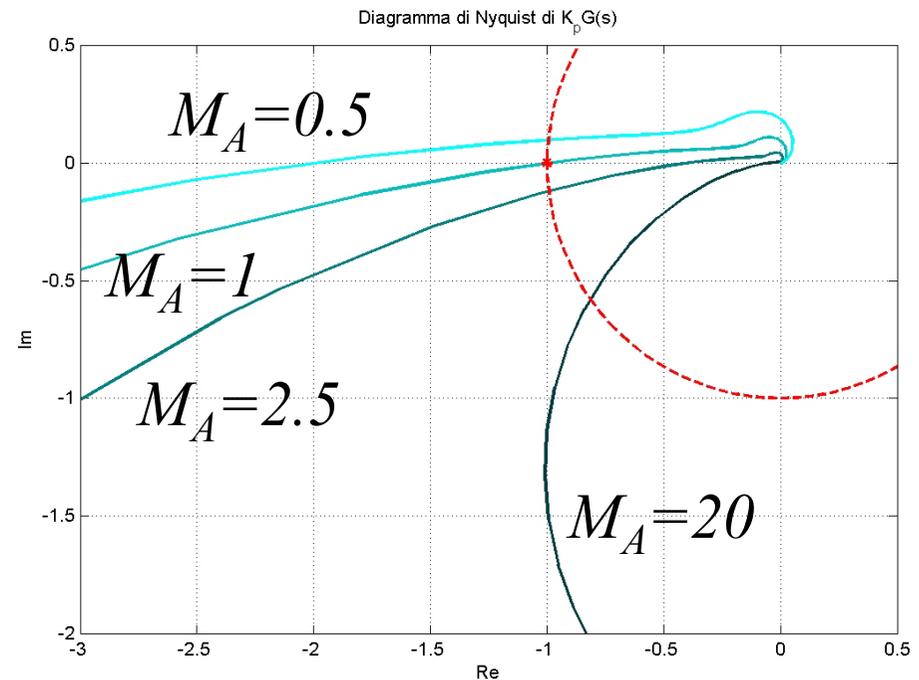
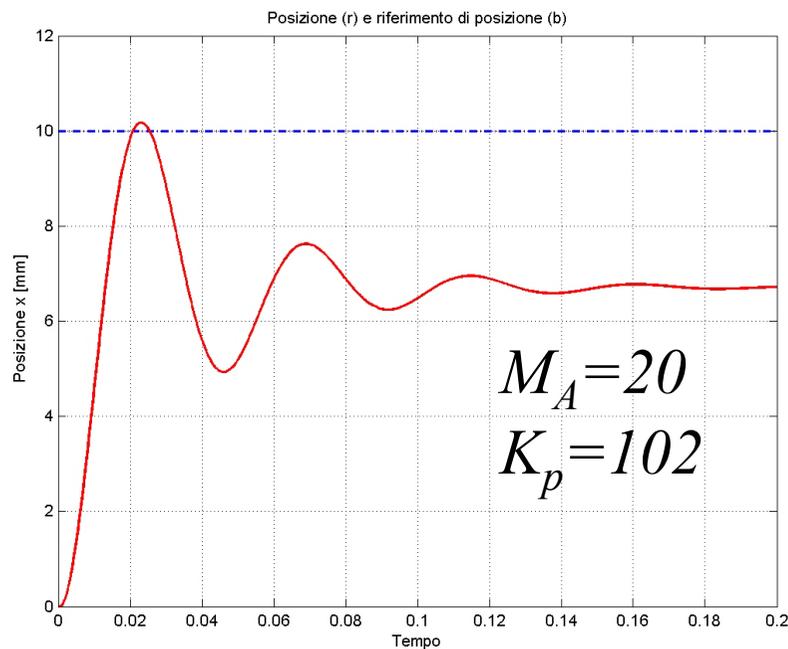
$$M_A = \frac{K_{p \max}}{K_p} = \frac{2040}{K_p}$$



Controllore proporzionale P (5)

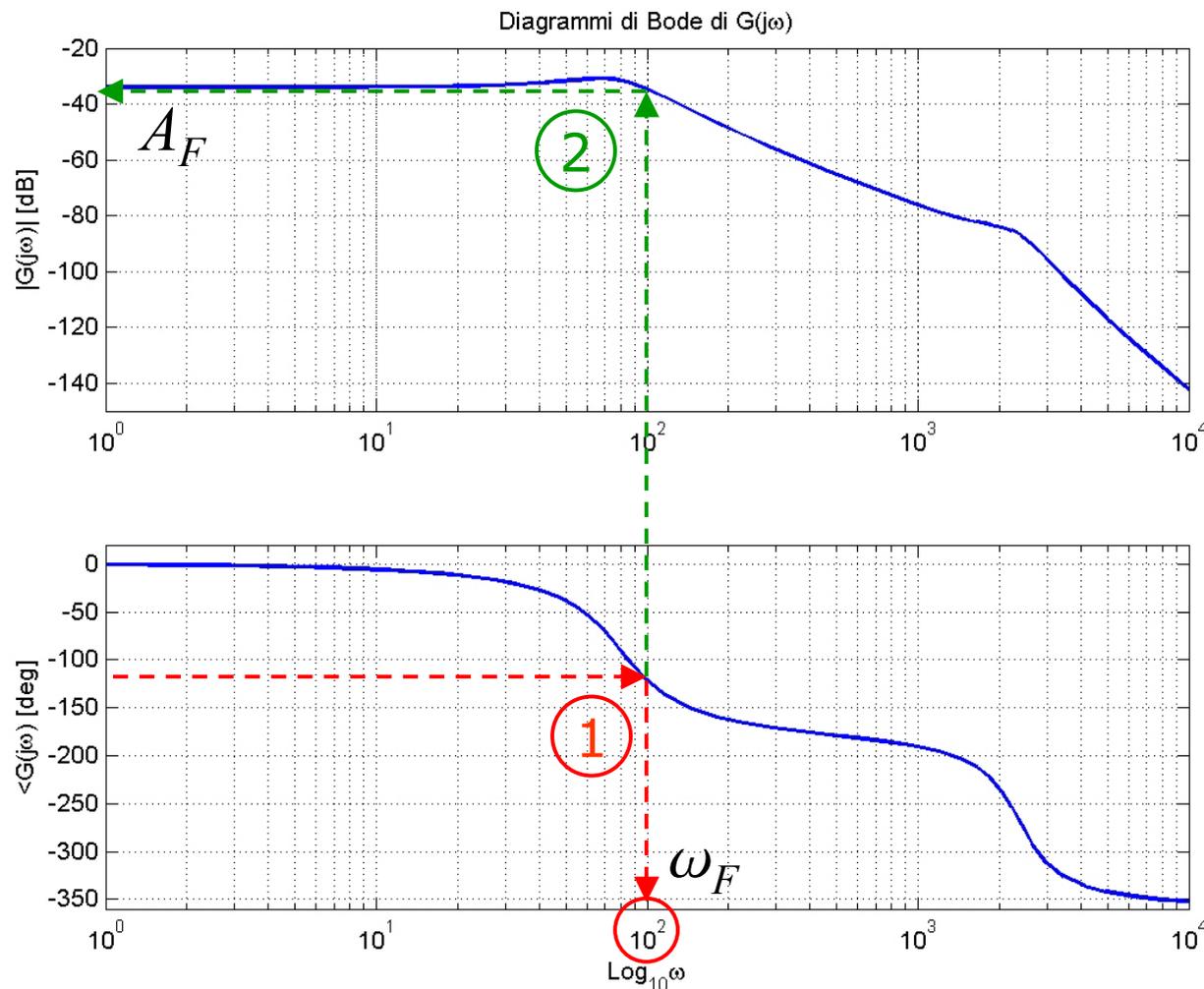
- In alternativa al criterio di Routh, la costante K_p si può calcolare tramite i diagrammi di Nyquist imponendo una condizione sul margine di ampiezza M_A :

$$M_A = \frac{K_{p \max}}{K_p} = \frac{2040}{K_p}$$



Controllore proporzionale P (6)

- La costante K_p si può calcolare tramite i diagrammi di Bode in base a una specifica di progetto sul margine di fase M_F .



1) Trovare la pulsazione ω_F alla quale il sistema presenta la fase:

$$\varphi = M_F - 180^\circ$$

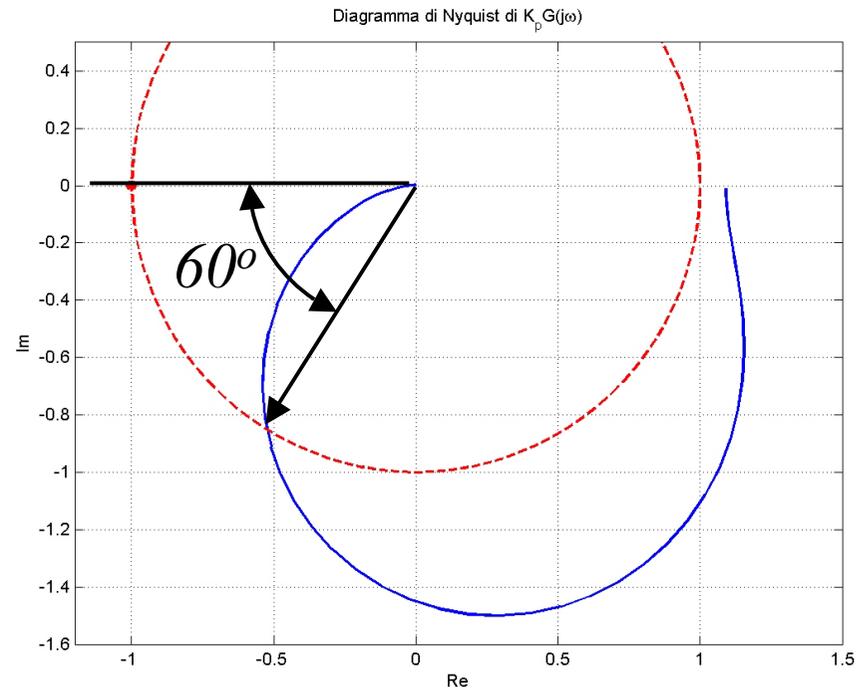
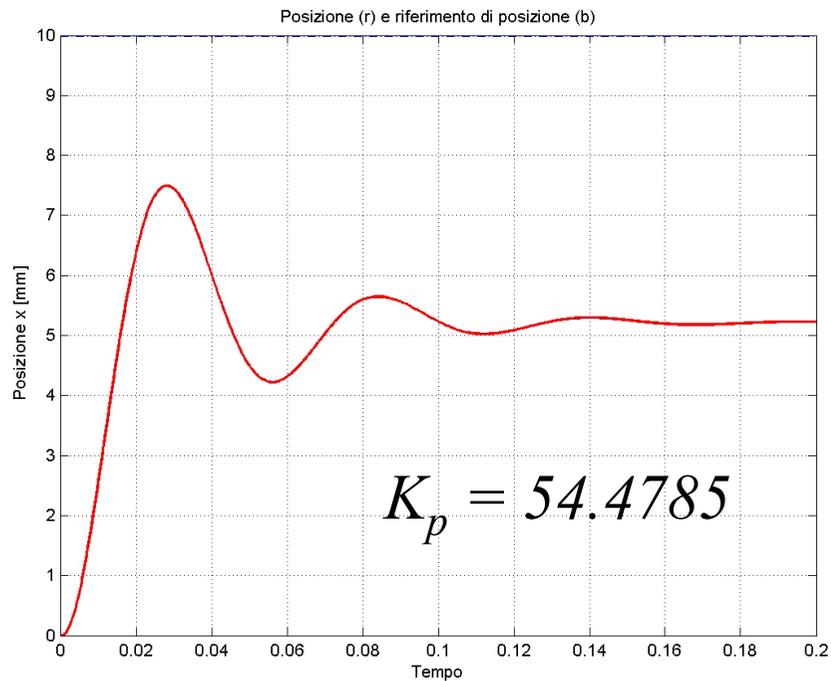
2) Leggere l'ampiezza A_F di $G(j\omega)$ per $\omega = \omega_F$.

3) Il valore di K_p risulta:

$$K_P = \frac{1}{|G(j\omega_F)|} = \frac{1}{A_F}$$

Controllore proporzionale P (7)

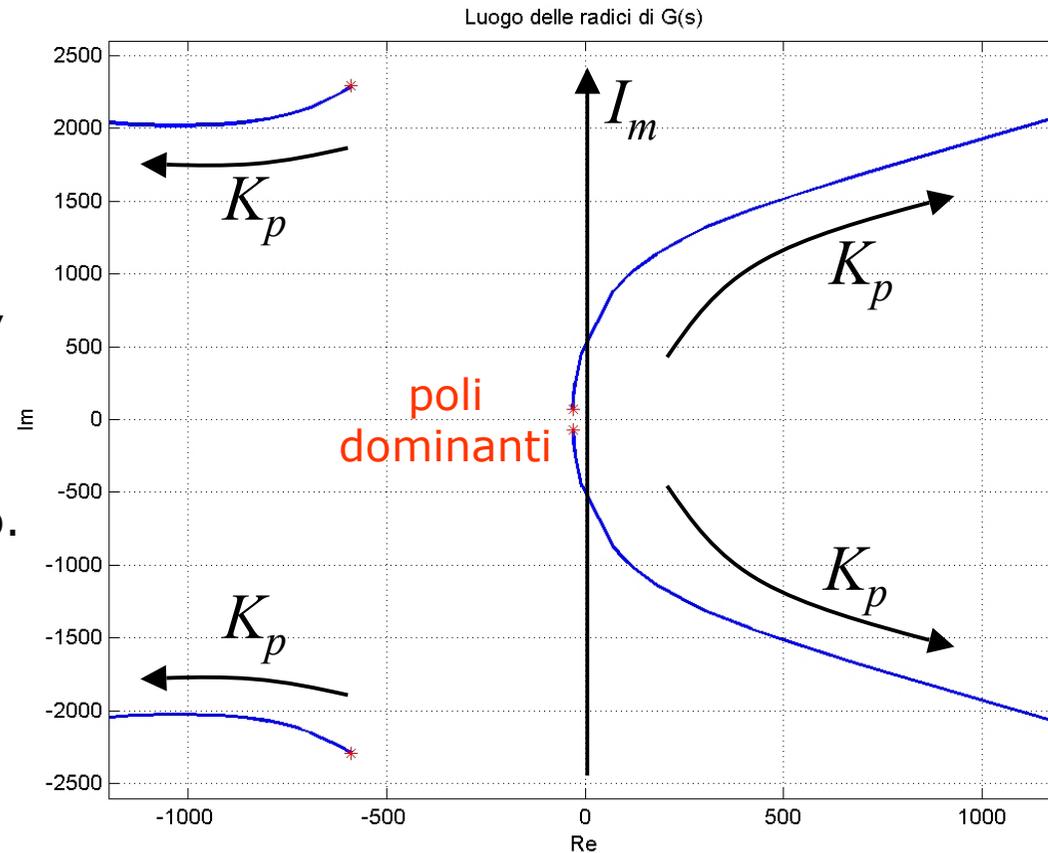
- Con $M_F=60^\circ$, la costante K_p risulta $K_p = 54.4785$



Controllore proporzionale P (8)

- La costante K_p si può calcolare tramite il luogo delle radici.

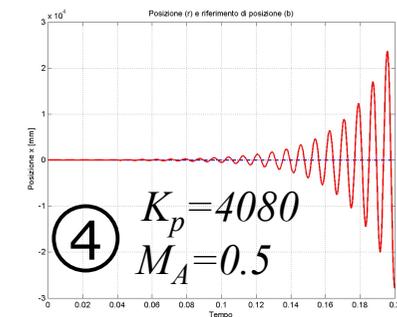
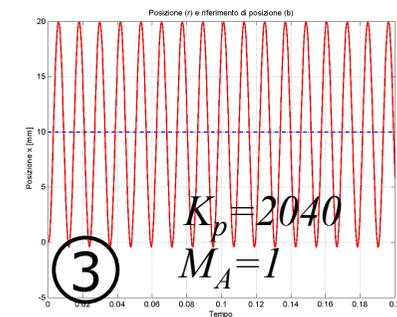
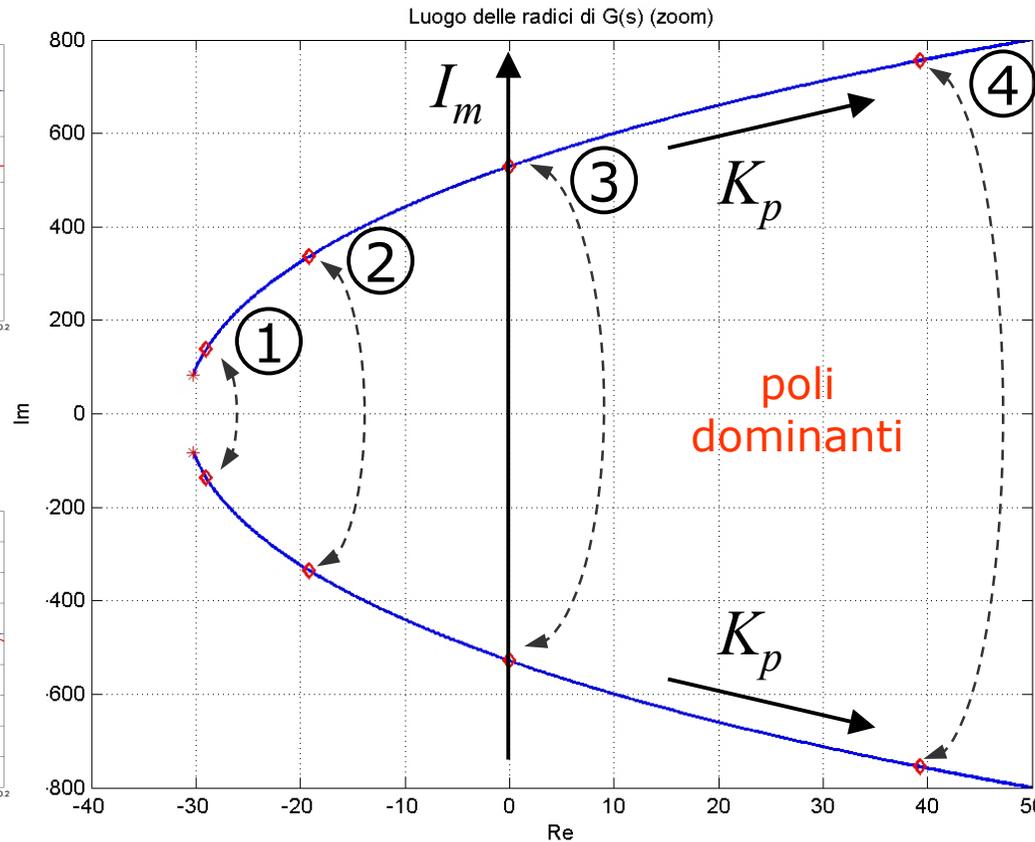
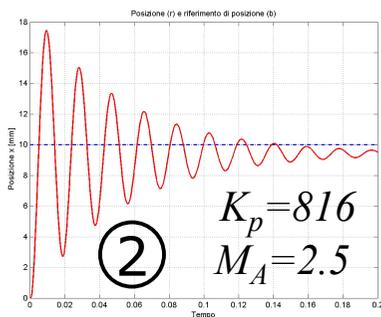
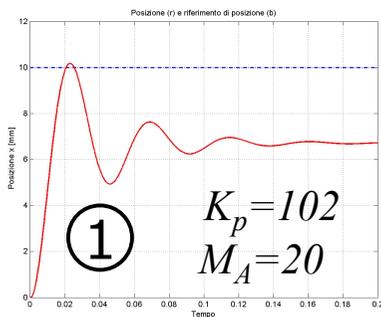
- Tracciando il luogo delle radici di $G(s)$ al variare di K_p si trova, se esiste, il valore di K_p che porta i poli del sistema retroazionato più lontano possibile dall'asse immaginario.



- Dall'analisi del luogo delle radici si deduce immediatamente che con un controllore proporzionale non si possono ottenere buoni risultati perché all'aumentare di K_p i poli dominanti si avvicinano sempre di più all'asse immaginario diminuendo il coefficiente di smorzamento (già basso in $G(s)$!).

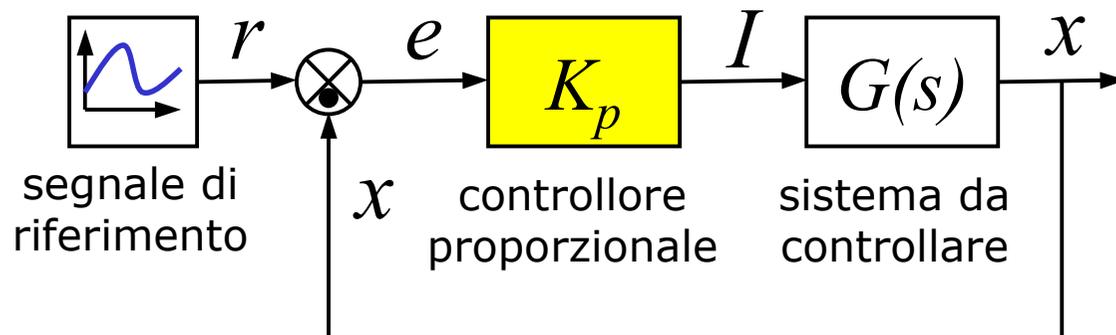
Controllore proporzionale P (9)

- Dall'analisi del luogo delle radici si deduce immediatamente che con un controllore proporzionale non si possono ottenere buoni risultati perché all'aumentare di K_p i poli dominanti si avvicinano sempre di più all'asse immaginario diminuendo il coefficiente di smorzamento (già basso in $G(s)$!).



Contorno delle radici (1)

- Il contorno delle radici rappresenta graficamente sul piano complesso la posizione dei poli del sistema retroazionato al variare di un parametro del sistema o del controllore.
- I contorni delle radici sono molto utili per comprendere quali variazioni parametriche migliorano le prestazioni dinamiche del sistema retroazionato spostando i poli del sistema più lontano possibile dall'asse immaginario.
- Il contorno delle radici si ottiene facilmente quando il parametro che varia entra in modo lineare nell'equazione caratteristica del sistema retroazionato.
- Tramite elaboratori si ottiene il contorno delle radici di un qualunque parametro calcolando numericamente le radici dell'equazione caratteristica.
- Consideriamo come esempio il sistema retroazionato tramite un controllore proporzionale con $K_p = 816$.

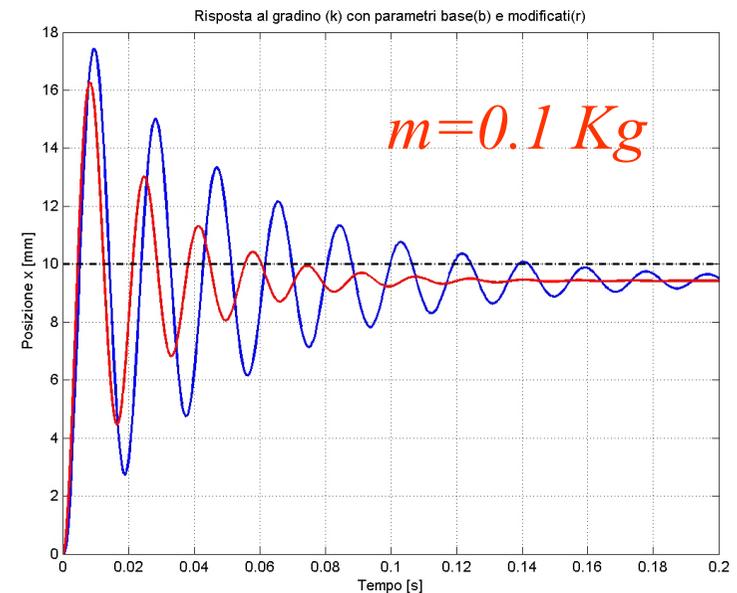
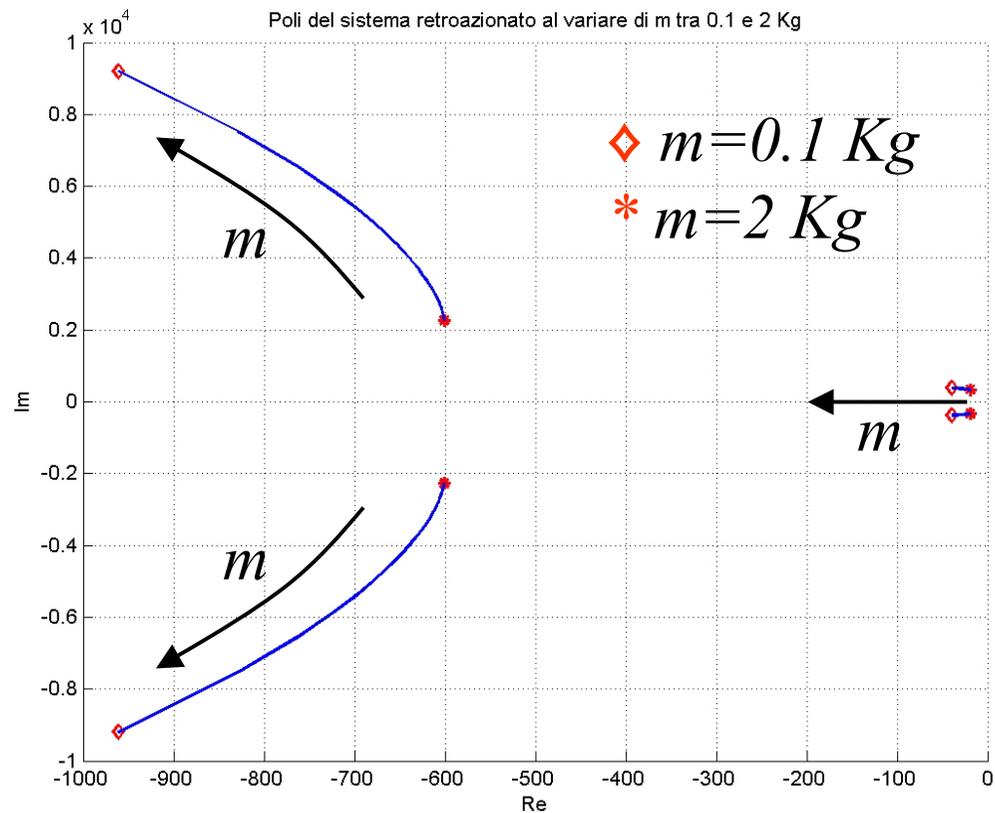


I poli del sistema retroazionato si ottengono risolvendo in s l'equazione caratteristica:

$$1 + K_p G(s) = 0$$

Contorno delle radici (2)

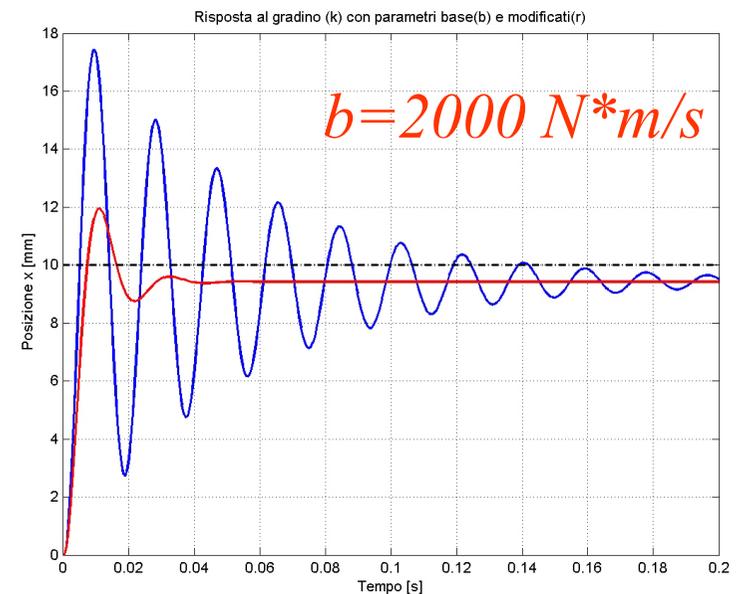
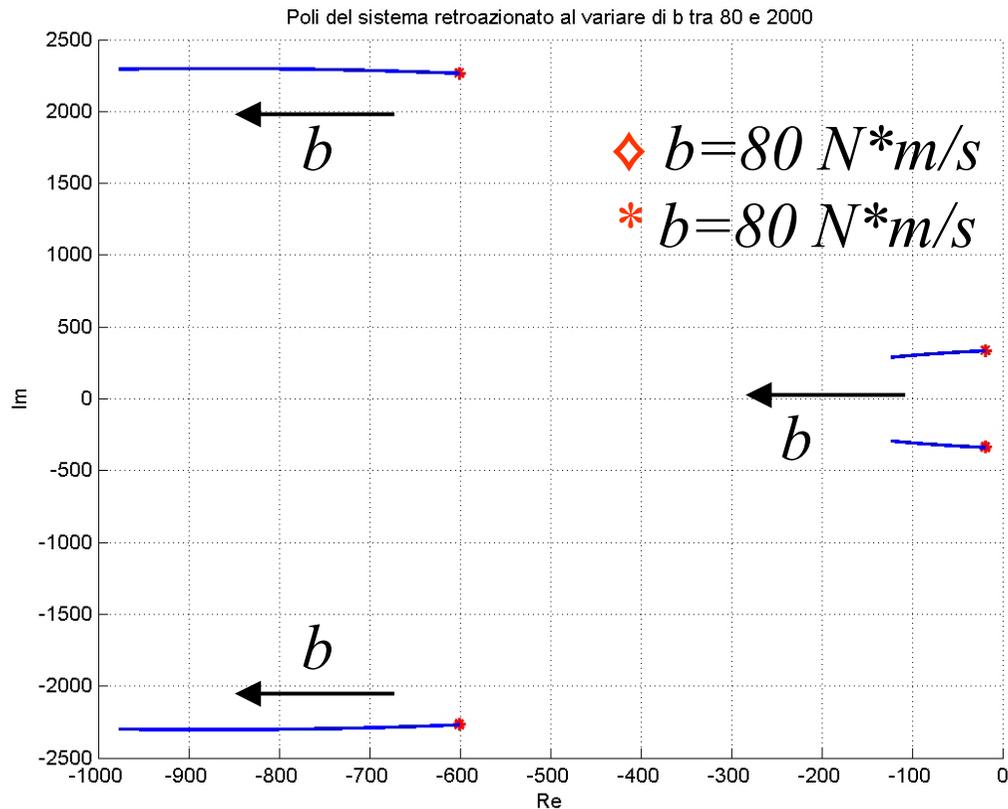
- La figura sottostante rappresenta il contorno delle radici del sistema retroazionato al variare della massa m del sistema tra 0.1 e 2 Kg.



- Dal contorno delle radici si deduce che una diminuzione della massa m rende più veloce e meno oscillante il sistema retroazionato.

Contorno delle radici (3)

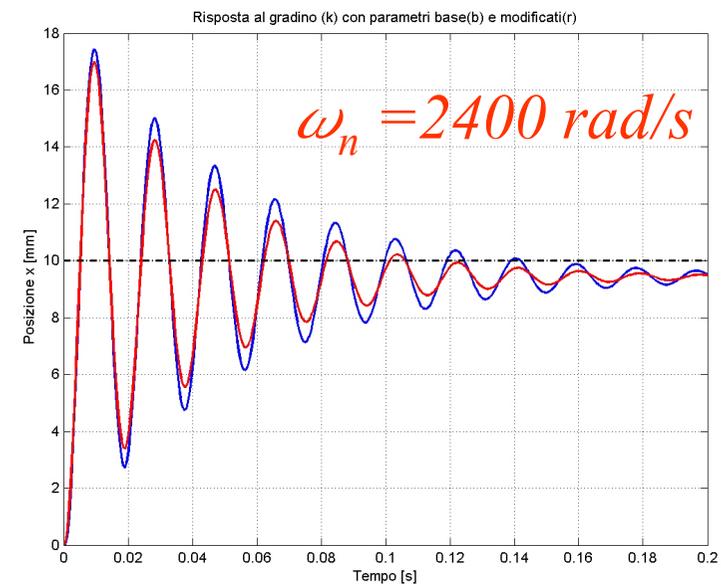
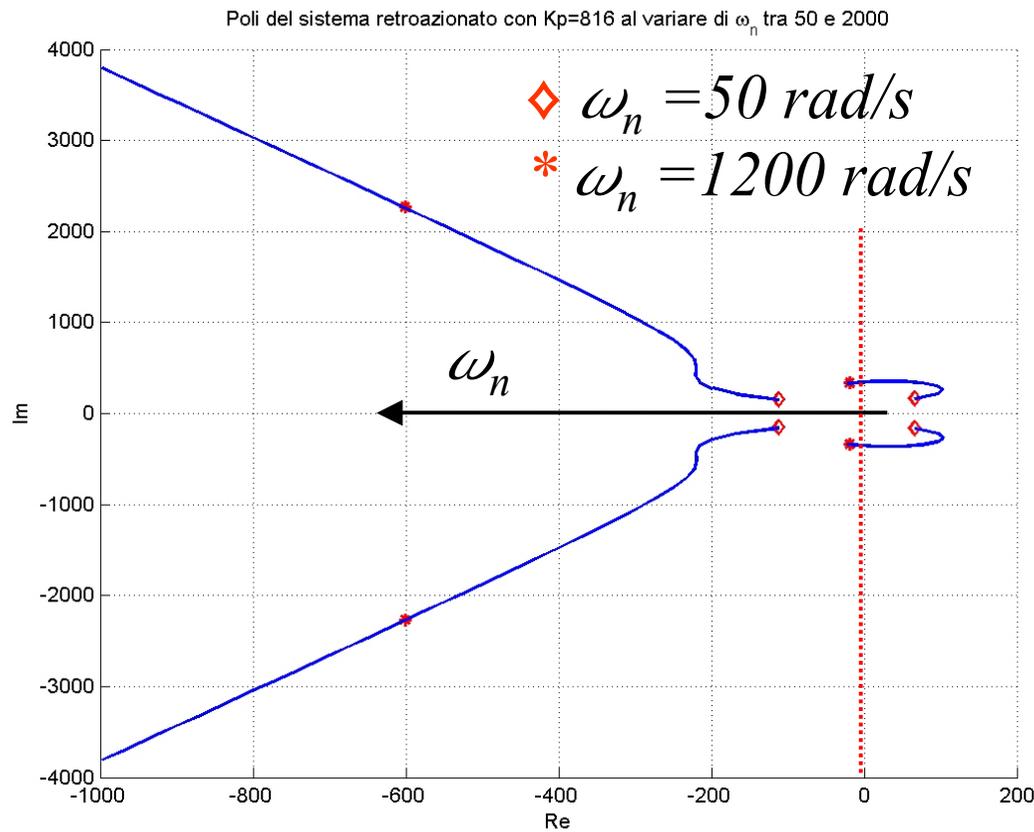
- La figura sottostante rappresenta il contorno delle radici del sistema retroazionato al variare dell'attrito b del sistema tra 80 e 2000 N*m/s.



- Dal contorno delle radici si deduce che un aumento dell'attrito b rende più veloce e meno oscillante il sistema retroazionato.

Contorno delle radici (4)

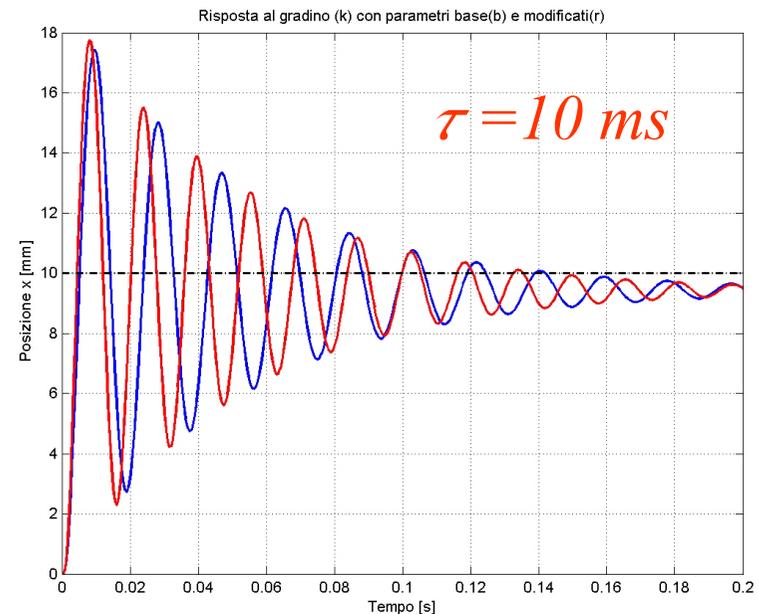
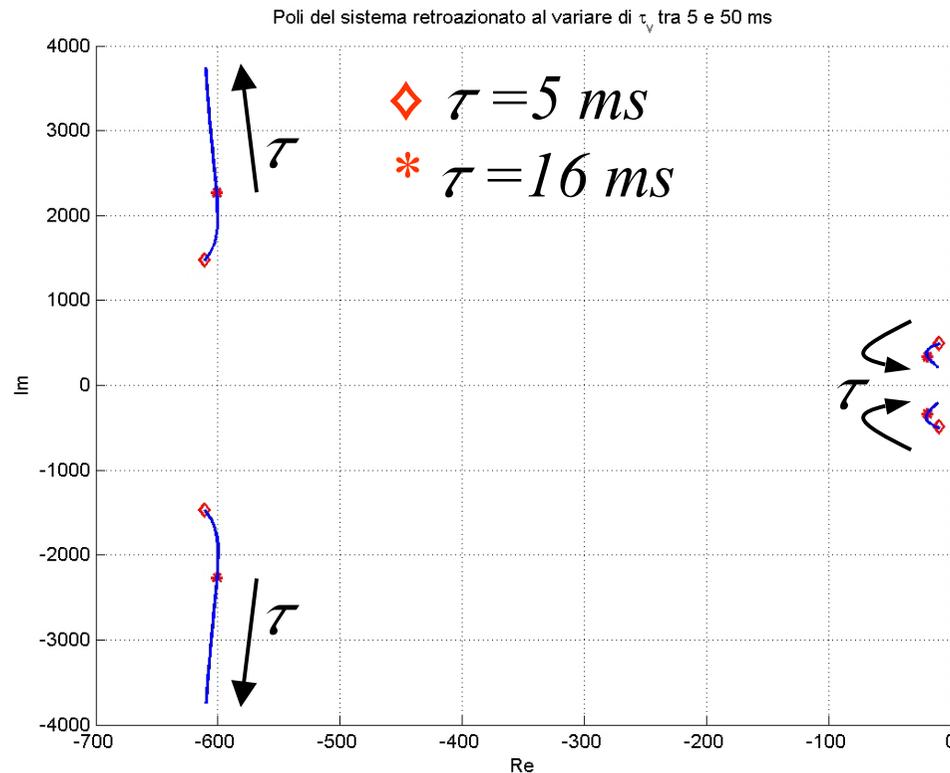
- La figura sottostante rappresenta il contorno delle radici del sistema retroazionato al variare della pulsazione naturale ω_n della valvola tra 50 e 2000 rad/s.



- Dal contorno delle radici si deduce che una valvola troppo lenta rende il sistema retroazionato instabile! Inoltre raddoppiando la velocità della valvola non si ottengono miglioramenti apprezzabili.

Contorno delle radici (5)

- La figura sottostante rappresenta il contorno delle radici del sistema retroazionato al variare della costante di tempo τ della valvola tra 5 e 50 ms.



- Dal contorno delle radici si deduce che il valore nominale della costante di tempo τ della valvola è prossimo al valore ottimale.
- Dal contorno delle radici di ω_n e di τ si conclude quindi che la valvola è dimensionata in modo quasi ottimale per il sistema in esame.

Controllore Integrale I (1)

In un controllore integrale il segnale di controllo è proporzionale all'integrale dell'errore di inseguimento:

$$I = K_I \int e dt = K_I \int (r - x) dt$$

La funzione di trasferimento del controllore integrale è quindi:

$$C(s) = \frac{K_I}{s}$$

