Teoria dei sistemi e del controllo

LM in Ingegneria Informatica e Ingegneria Elettronica

(http://www.dii.unimore.it/∼lbiagiotti/TeoriaSistemiControllo.html)

Esercitazione numero 9

Avvio di Matlab

La prova pratica viene svolta in ambiente Linux. Per accedere al programma Matlab e creare i propri file di lavoro (che dovranno essere inclusi dentro la stessa directory `cognome.nome`) eseguire la seguente procedura:

1. Accedere al pc utilizzando le seguenti username e password (sono quelle per accedere alla propria e-mail di ateneo):
   Username: `<numero di tessera dello studente>`
   Password: `<password e-mail dello studente>`
2. Sulla barra in alto, cliccare su `Applications`, quindi da `Accessories` selezionare `Terminal`
3. Nella propria home creare la propria directory di lavoro locale ed entrarvi con i comandi
   ```
   mkdir cognome.nome
   cd cognome.nome
   ```
4. Aprire il programma Matlab con il comando `matlab_R2006b`
5. Svolgere la prova chiamando il programma principale `prova.m` (nella prima riga del file prova.m specificare il proprio nome e cognome, opportunamente commentati)

Riferimenti istruzioni e schemi Matlab/Simulink

Calcolo del vettore dei guadagni L del filtro di Kalman (sia tempo-continuo che tempo-discreto):

`[kalmf,L,P] = kalman(Sys,W,V);` dove:

- i parametri di ingresso sono ingressi sono il modello `Sys` del sistema definito neglo spazio degli stati ad esempio mediante il comando `ss`, `Sys = ss(A, [Bu Bw],C,0)`, `W` e `V` sono le matrici di covarianza del disturbo sul processo $w(t)$ e sulle uscite misurate $v(t)$ rispettivamente;
- i parmetri di uscita sono il modello del filtro di Kalman `kalmf` definito nello spazio degli stati, il guadagno `L` dello stiamtore ottimo, la matrice di covarianza `P` dell'errore di stima, che è soluzione dell'equazione di Riccati.

Si noti che il guadagno `L` può essere ricavato sfruttando la dualità tra controllo ottimo e stimatore ottimo, ovvero come `L = lqr(A',C',Bw*W*Bw',V)'`.

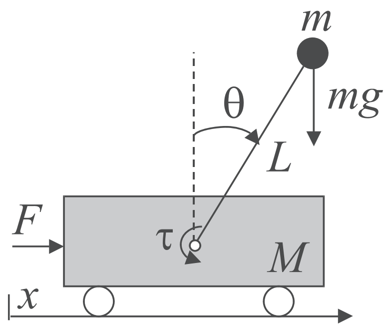
Calcolo del vettore dei guadagni L del filtro di Kalman tempo-discreto per un sistema tempo-continuo:

`[kalmf,L,P] = kalmd(Sys,W,V,Ts);` dove il significato dei parametri di ingresso e uscita è lo stesso della funzione `kalman` salvo il fatto che `L` è il guadagno dello stimatore ottimo tempo-discreto. Il parametro `Ts` indica il periodo con cui il sistema tempo-continuo `Sys` è discretizzato.

Testo dell'esercitazione

*Si progetti con Matlab un m-file (***prova.m***) che (eventualmente con l'ausilio di altri m-file e di uno o più schemi Simulink) svolga le operazioni richieste.*

Si consideri il modello di pendolo su carrello rappresentato in figura. Assumendo che il carrello abbia una massa M e che la massa m del pendolo sia concentrata all'estremità e che inoltre non sia presente attrito, il modello dinamico del sistema risulta:



$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_2 \\ \dot{x}_2 = \dfrac{m\,L\,x_4^2\,\sin(x_3) - m\,g\,\sin(x_3)\,\cos(x_3) + u}{M + m\,(\sin(x_3))^2} \\ \dot{x}_3 = x_4 \\ \dot{x}_4 = \dfrac{-m\,L\,x_4^2\,\sin(x_3)\cos(x_3) + (M+m)\,g\,\sin(x_3) - u\,\cos(x_3)}{L\,(M + m\,(\sin(x_3))^2)} \end{cases}$$

dove le variabili di stato sono

$$\mathbf{x} = [\,x_1\;\; x_2\;\; x_3\;\; x_4\,]^T = [\,x\;\; \dot{x}\;\; \theta\;\; \dot{\theta}\,]^T$$

e l'ingresso $u = F$ rappresenta la forza applicata al carrello per spostarlo.

1. Assumendo i seguenti valori numerici: $m = 0.1$ kg, $M = 1$ kg, $L = 1$ m, $g = 9.81$ m/s^2 e considerando come variabile di uscita l'intero vettore di stato $\mathbf{x}$, realizzare il modello Simulink del sistema, linearizzarlo nel punto di equilibrio $\mathbf{x}_e = [\bar{x}\ 0\ 0\ 0]^T$, dove $\bar{x}$ è un valore di posizione del carrello qualsiasi (si assuma nel modello simulink $\bar{x} = 1$), che corrisponde all'ingresso $u_e = 0$ e valutarne la stabilità.

2. Progettare un regolatore ottimo che minimizzi il funzionale

$$J = \frac{1}{2}\int_{t_0}^{\infty} \mathbf{x}^T Q\,\mathbf{x} + u^T R\,u\,dt, \qquad \text{con } Q = \begin{bmatrix} 10 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 10 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 10 \end{bmatrix}, \quad R = 1. \tag{1}$$

   Simulare il comportamento del pendolo (modello nonlineare) retroazionato a partire dalle condizioni iniziali $x_0 = [1\ 0\ 0.55\ 0]^T$ (durata della simulazione 6s). Plottare in un'unica figura (2 subplot distinti) l'andamento di x (subplot 1) e θ (subplot 2).

3. Supponendo che appositi sensori consentano di misurare la posizione del carrello x e la posizione angolare del pendolo θ, progettare uno stimatore ottimo dello stato (filtro di Kalman) quando il sistema è affetto da un disturbo aleatorio $w(t)$ (a media nulla e varianza $\delta_w = 0.05$) sovrapposto alla variabile di controllo $u(t)$ e anche le misure sono affette da rumore di misura (a media nulla e varianza $\delta_x = 0.001$ e $\delta_\theta = 0.0001$). Simulare la risposta del sistema (rumoroso) con il controllo LQG ottenuto con l'inserimento nello schema di controllo del filtro di Kalman considerando le medesime condizioni del punto precedente e plottare nuovamente l'andamento di x e θ. NOTA BENE: attenzione al nome dei parametri, L è già stato definito!!!!

4. Confrontare la risposta del sistema al punto precedente con quella che si otterrebbe considerando un stimatore asintotico dello stato (non ottimo) ottenuto imponendo gli autovalori $P = [-20,\ -20,\ -25,\ -25]$.

5. Realizzare un regolatore LQG tempo-discreto (con periodo di campionamento $T_s = 0.01$s) che minimizzi la funzione di costo (1) per il sistema linearizzato (tempo-continuo). Simulare la risposta del sistema controllato nelle stesse condizioni considerate nei punti precedenti, plottando l'andamento di x e θ.