# Teoria dei sistemi e del controllo

**LM in Ingegneria Informatica e Ingegneria Elettronica**

(http://www.dii.unimore.it/∼lbiagiotti/TeoriaSistemiControllo.html)

## Esercitazione numero 8

### Avvio di Matlab

La prova pratica viene svolta in ambiente Linux. Per accedere al programma Matlab e creare i propri file di lavoro (che dovranno essere inclusi dentro la stessa directory `cognome.nome`) eseguire la seguente procedura:

1. Accedere al pc utilizzando le seguenti username e password (sono quelle per accedere alla propria e-mail di ateneo):
   Username: `<numero di tessera dello studente>`
   Password: `<password e-mail dello studente>`

2. Sulla barra in alto, cliccare su `Applications`, quindi da `Accessories` selezionare `Terminal`

3. Nella propria home creare la propria directory di lavoro locale ed entrarvi con i comandi
   `mkdir cognome.nome`
   `cd cognome.nome`

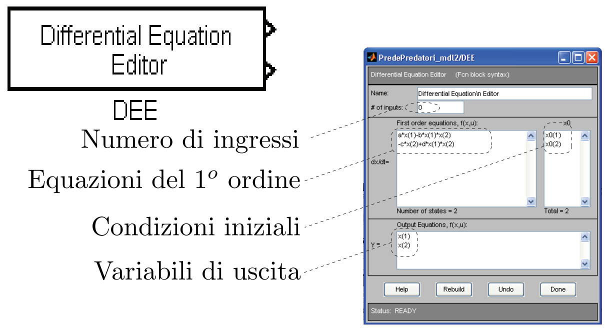
4. Aprire il programma Matlab con il comando `matlab_R2006b`

5. Svolgere la prova chiamando il programma principale `prova.m` (nella prima riga del file prova.m specificare il proprio nome e cognome, opportunamente commentati)

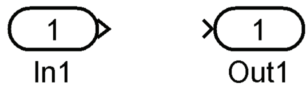
**Riferimenti istruzioni e schemi Matlab/Simulink**

blocco per l'inserimento in simulink di equazioni differenziali:

`dee` da linea comando matlab




blocchetti simulink per la definizione di ingressi e uscite di interesse (che quindi si rifletteranno sulle matrici $B$ e $C$ del sistema linearizzato):




comando per la ricerca dei punti di equilibrio:

`[xe,ue,ye,dx]=trim('sys_mdl',x0,u0,y0,ix,iu,iy)` dove `sys_mdl` è il nome del modello simulink da linearizzare e `x0`, `u0`, `y0` sono i valori iniziali di stato, ingresso e uscita a partire dai quali inizia la ricerca del punto di equilibrio, `ix`, `iu` e `iy` sono vettori di indici che specificano quali componenti di `xe`, `ue`, `ye` sono vincolate a coincidere con `x0`, `u0`, `y0`. *Esempio.* Punti di equilibrio di un sistema del terzo ordine con un solo ingresso, per `u=u*`, cercati a partire da `x0=[0 0 0]'`: `[xe,ue,ye,dx]=trim('sys_mdl',[0 0 0]',u*,[],[],[1],[])`

comando per la linearizzazione del modello simulink `sys_mdl`:

[A,B,C,D]=linmod('sys_mdl',xe,ue)

comando per conoscere l'ordine con cui le variabili di stato di un modello POG (uscite degli integratori) sono salvate nel corrispondente modello linearizzato

`[sizes,x0,xstring] = <Nome File Simulink>` dove `<Nome File Simulink>` è il nome del file simulink (senza apici ed estensione finale) contenente il modello POG non lineare. Si veda in particolare il contenuto della variabile `xstring`.

**Testo dell'esercitazione**

*Si progetti con Matlab un m-file (prova.m) che (eventualmente con l'ausilio di altri m-file e di uno o più schemi Simulink) svolga le operazioni richieste.*

a) Il seguente sistema di equazioni differenziali non lineari

$$\begin{cases} \dot{x}_1 &= a\,x_1 - b\,x_1\,x_2 \\ \dot{x}_2 &= -c\,x_2 + d\,x_1\,x_2 \end{cases} \tag{1}$$

rappresenta l'interazione tra due popolazioni che vivono nel medesimo ecosistema. La popolazione $x_1$ (prede) si riproduce con andamento esponenziale ed è soggetta a predazione da parte della popolazione $x_2$ (predatori). Da parte sua, la popolazione $x_2$ si riduce con andamento esponenziale ed incrementa solamente per effetto della predazione. Il significato dei parametri è il seguente:

- $a = 0.9$ rappresenta la capacità riproduttiva delle prede;
- $b = 0.01$ rappresenta il decremento delle prede per la predazione
- $c = 0.8$ rappresenta il deperimento della popolazione di predatori in assenza di prede
- $d = 0.01$ rappresenta il beneficio che i predatori hanno dalla caccia.

Con riferimento all'equazione (1):

1. Simulare, mediante uno schema simulink, la dinamica delle due popolazioni a partire dalle condizioni iniziali $x_1(0) = 70$, $x_2(0) = 70$ (notare l'assenza di ingressi nel sistema); durata della simulazione 100 s. Plottare nel piano $x_1 - x_2$ le traiettorie del sistema e in una seconda figura l'andamento di prede e predatori in funzione del tempo.

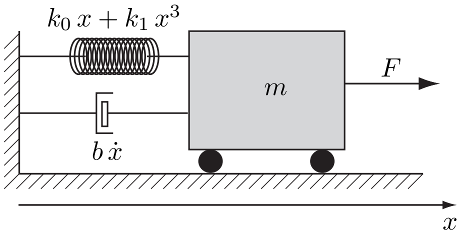
2. Linearizzare nell'intorno del punto di equilibrio $(x_{1,e},\, x_{2,e}) = \left(\frac{c}{d},\, \frac{a}{b}\right)$. Studiare, mediante gli autovalori della matrice $A$, la stabilità del sistema di partenza.

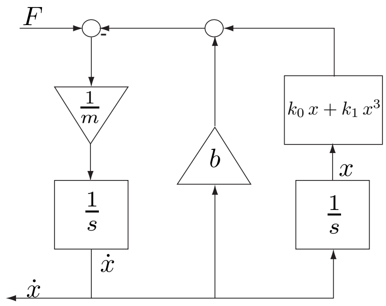
3. Confrontare la risposta del sistema iniziale e del sistema linearizzato a partire dalle medesime condizioni iniziali considerate al punto 1. Si noti che il sistema linearizzato fornisce la dinamica relativa del sistema rispetto al punto di equilibrio, cioè

$$\begin{aligned} \delta x &= x - x_e \\ \delta u &= u - u_e \\ \delta y &= y - y_e \end{aligned}$$

   dove $(\delta x,\, \delta u,\, \delta y)$ sono le variabili del sistema linearizzato e $(x,\, u,\, y)$ quelle del sistema non lineare. Di conseguenza, noto $u(t)$ l'ingresso applicato al sistema linearizzato dovra essere $\delta u = u - u_e$ (o viceversa noto $\delta u$, $u$ vale $u_e + \delta u$), mentre l'uscita $\delta y$ del sistema linearizzato dovrà essere sommata all'uscita di equilibrio $y_e$ per trovare l'uscita $y$ (approssimata a causa della linearizzazione) del sistema. Confrontare le traiettorie dello stato (che in questo caso coincide con l'uscita) del sistema non lineare e del sistema linearizzato. In un'altra figura, riportare l'andamento di $x_1$ e $x_2$ (in due subplot distinti) nei due casi in funzione del tempo.

b) Dato il sistema meccanico di figura (sistema massa-molla non lineare) e il corrispondente schema POG




in cui $u = F$ rappresenta l'ingresso del sistema, $y = \dot{x}$ l'uscita e i parametri valgono $m = 1$ Kg, $k_0 = 0.5$ N/m $k_1 = 0.25$ N/m$^3$, $b = 0.75$ M s/m:

1. Realizzare il modello simulink che simula il comportamento del sistema non lineare.

2. Linearizzare il modello nell'intorno del punto di equilibrio $(\dot{x}_e,\, x_e)$ ottenuto applicando l'ingresso costante $F_e = 3$ N.

3. Confrontare la risposta del sistema iniziale e del sistema linearizzato a partire dalle condizioni iniziali $(\dot{x}(0),\, x(0)) = (\dot{x}_e,\, x_e)$ e applicando un ingresso $u(t) = F_e + h(t-1)$ dove $h(t)$ rappresenta la funzione gradino unitario (durata della simulazione 10 s). Plottare la risposta del sistema nel caso non lineare e linearizzato in funzione del tempo.