

CONTROLLI AUTOMATICI

Ingegneria Meccanica e Ingegneria del Veicolo

<http://www.dii.unimore.it/~lbiagiotti/ControlliAutomatici.html>

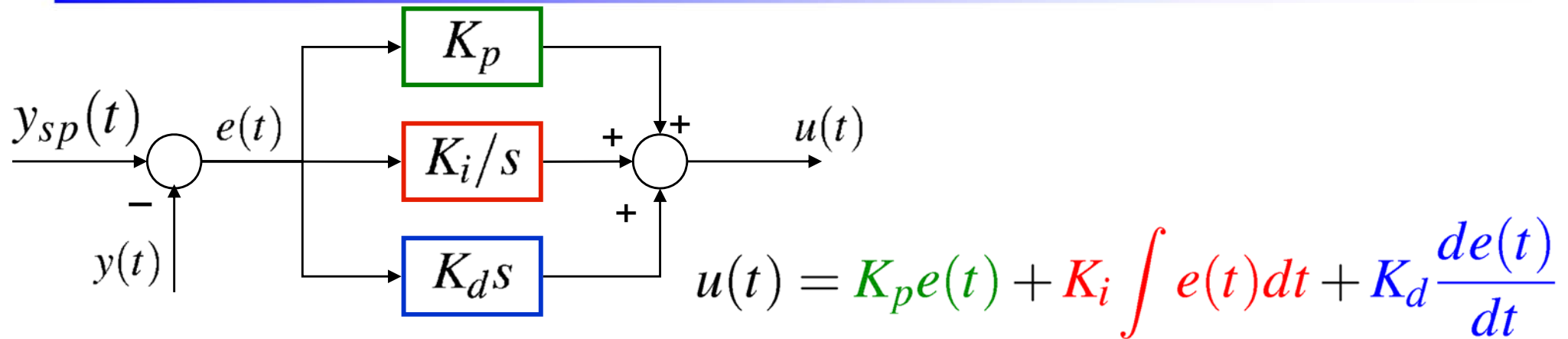
REGOLATORI STANDARD PID

Ing. Luigi Biagiotti

e-mail: luigi.biagiotti@unimore.it

<http://www.dii.unimore.it/~lbiagiotti>

Regolatore Proporzionale, Integrale, Derivativo - PID



- Tre azioni di controllo combinate
 - azione proporzionale all'errore
 - azione proporzionale all'integrale dell'errore
 - azione proporzionale alla derivata dell'errore
- standard industriale
 - utilizzabile per moltissimi impianti
 - tecniche di taratura semplici ed automatiche
 - applicabili anche quando il modello dell'impianto è poco noto
 - implementabile con molte tecnologie
 - Elettroniche (analogiche e digitali), meccaniche, pneumatiche, oleodinamiche
 - disponibile a software sui sistemi di controllo industriale

Regolatori PID - forma standard

$$u(t) = K_p \left[e(t) + \frac{1}{T_i} \int e(t) dt + T_d \frac{de(t)}{dt} \right]$$

K_p Guadagno proporzionale

T_i Costante di tempo dell'azione integrale (o di reset)

T_d Costante di tempo dell'azione derivativa

- Significato delle tre azioni di controllo
 - **azione proporzionale**
 - maggiore è l'errore, maggiore è l'azione di controllo
 - **azione integrale**
 - errore nullo a segnali di riferimento o disturbi costanti
 - **azione derivativa**
 - azione di controllo "preventiva"
 - anticipo di fase

I termini derivativo e/o integrale possono essere assenti:
Regolatore **PI**, Regolatore **PD**, Regolatore **P**

Regolatori PID

$$u(t) = K_p \left[e(t) + \frac{1}{T_i} \int e(t) dt + T_d \frac{de(t)}{dt} \right]$$

- Funzione di trasferimento

$$R_{PID}(s) = K_p \left[1 + \frac{1}{T_i s} + T_d s \right] = K_p \frac{T_i T_d s^2 + T_i s + 1}{T_i s}$$

2 zeri a parte reale negativa, 1 polo nell'origine
sistema improprio, non fisicamente realizzabile

- PID in forma reale: la derivata è sostituita dal termine:

$$T_d s \longrightarrow \frac{T_d s}{1 + \frac{T_d}{N} s}$$

- Simile ad una rete di anticipo
- $N = 5 \div 20$ per posizionare il polo all'esterno della banda di interesse.

$$R_{PID}(s) = K_p \left[1 + \frac{1}{T_i s} + \frac{T_d s}{1 + \frac{T_d}{N} s} \right]$$

Il polo reale in $-N/T_d$ modifica un po' la posizione degli zeri, ma per valori di N sufficientemente elevati la variazione può essere trascurata

Regolatori PID – Casi particolari

- **Regolatore P**

$$R_P(s) = K_p$$

- $1/T_i=0$; $T_d=0$

- allarga la banda
- aumenta il guadagno a bassa frequenza
- riduce il margine di fase

- usato per processi asintoticamente o semplicemente stabili quando le prestazioni statiche non richiedano elevati guadagni e l'uso di un azione integrale

- **Regolatore PI**

$$R_{PI}(s) = K_p \frac{1 + T_i s}{T_i s}$$

- $T_d=0$
- rete di ritardo con polo nell'origine e zero in $-1/T_i$
- molto diffusi a livello industriale
- soddisfacimento delle **specifiche statiche (integratore)**
- facilità di taratura per **semplici processi (1° ordine + ritardo)**

Regolatori PID - Casi particolari

$$R_{PD}(s) = K_p (1 + T_d s) \quad \text{Caso ideale}$$

$$R_{PD}(s) = K_p \left[1 + \frac{T_d s}{1 + \frac{T_d}{N} s} \right] \quad \text{Caso reale}$$

- **Regolatore PD**

- $1/T_i=0$
- rete di anticipo con lo zero in $s=-1/T_d$ ed il polo reale fuori banda (all'infinito nel caso reale)
- usato quando **non vi siano problemi di instabilità** o di prestazioni statiche, ma sia necessario **allargare la banda passante**

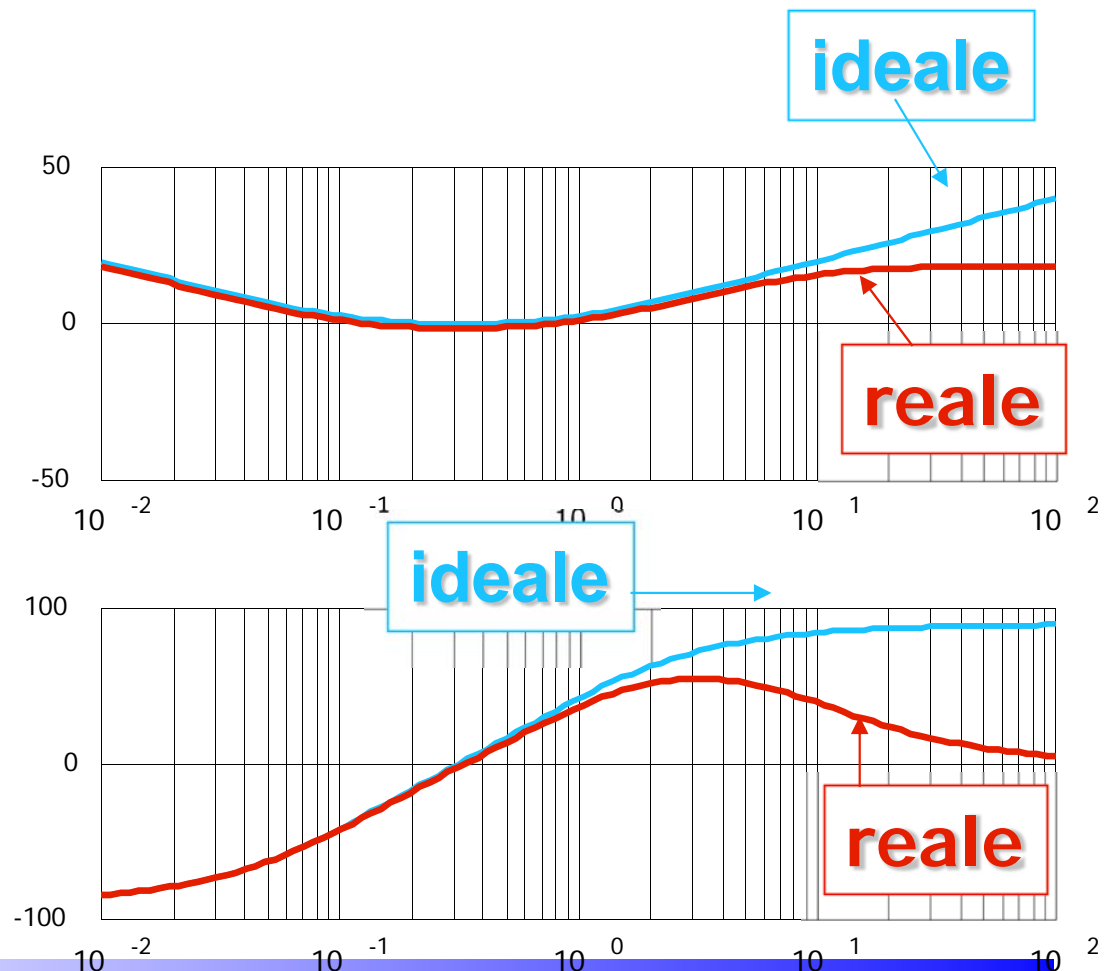
Regolatore PID completo

$$R_{\text{PID}}(s) = K_p \frac{T_i T_d s^2 + T_i s + 1}{T_i s}$$

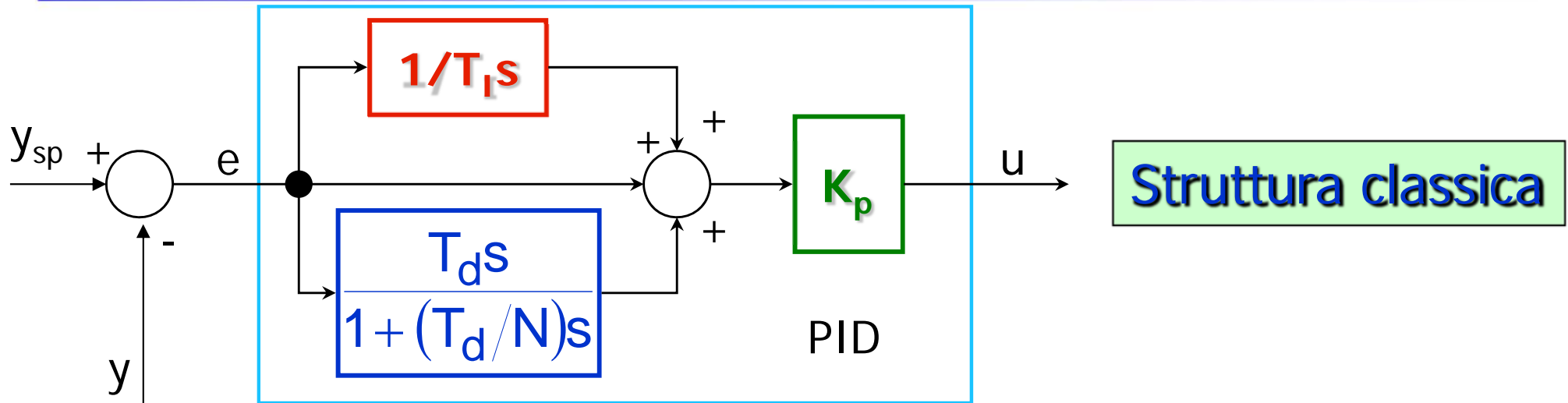
$$s_z = \frac{-T_i \pm \sqrt{T_i(T_i - 4T_d)}}{2T_i T_d}$$

- rete a sella: 1 polo nell'origine (+ 1 polo ad alta frequenza) e 2 zeri

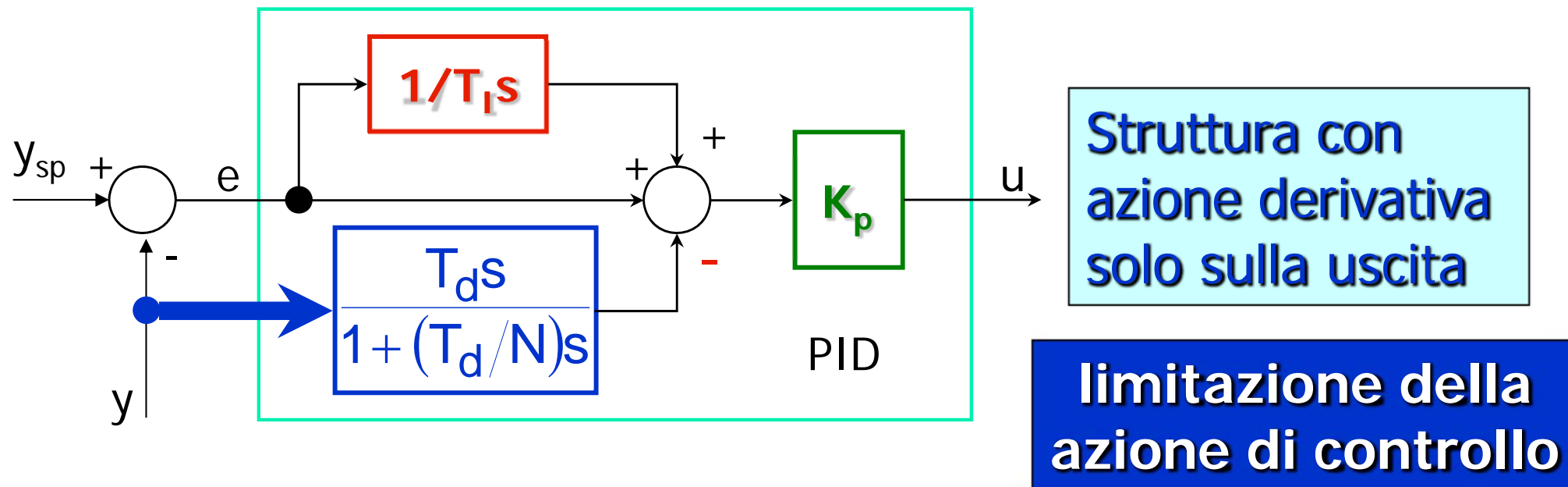
- zeri reali se $T_i \geq 4T_d$
- zeri coincidenti (in $s = -1/2T_d$) se $T_i = 4T_d$
 - scelta spesso comoda per la taratura



Aspetti realizzativi delle azioni derivate



la f.d.t. di anello è la stessa nei 2 casi



Regolatori PID - Esempio

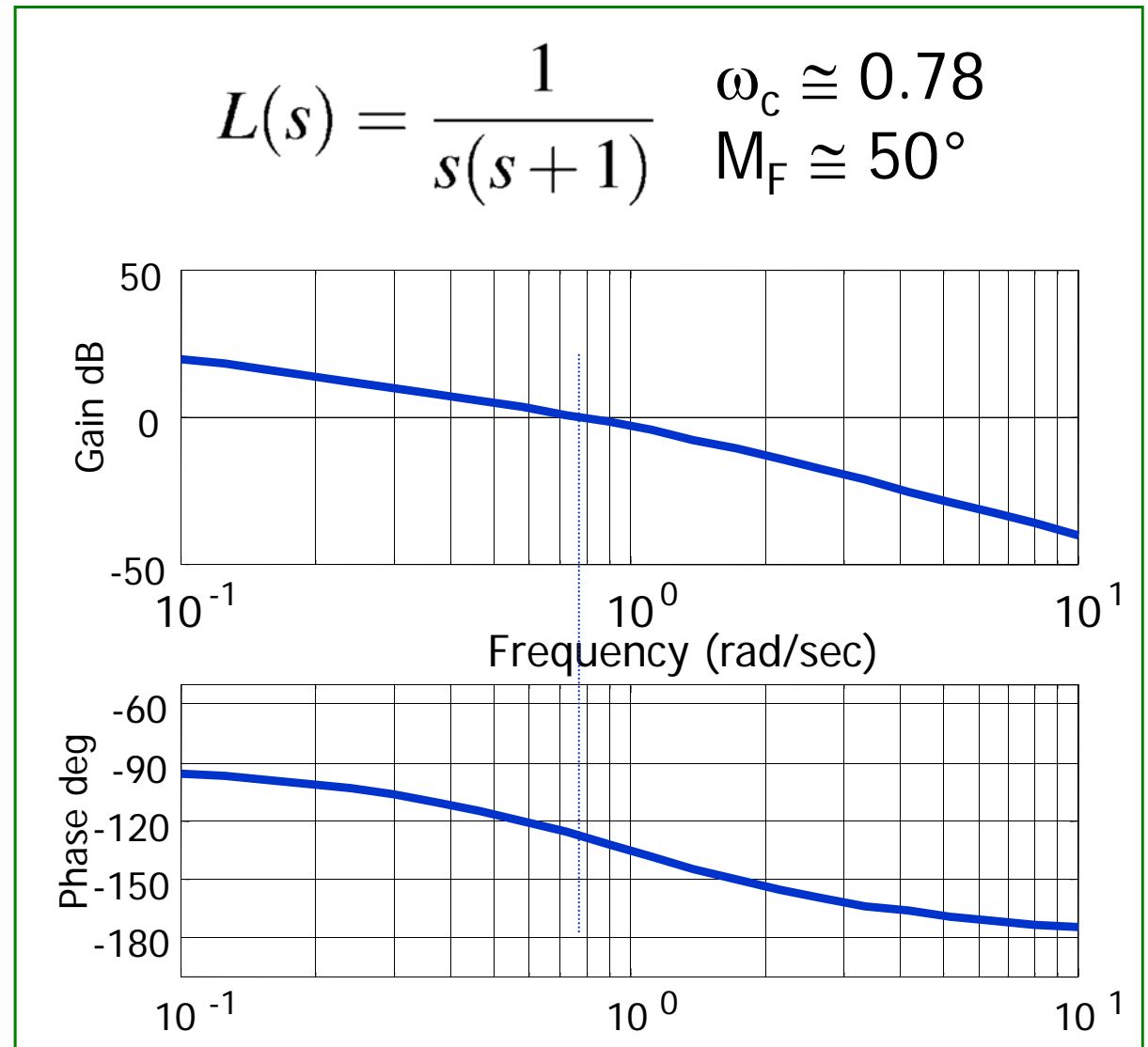
- Impianto: $G(s) = \frac{1}{(s+1)^3}$

- Sintesi per cancellazione:

$$R_{PID}(s) = \frac{(s+1)^2}{s}$$

$$K_p = 2; T_i = 2$$

$$T_d = 0.5$$



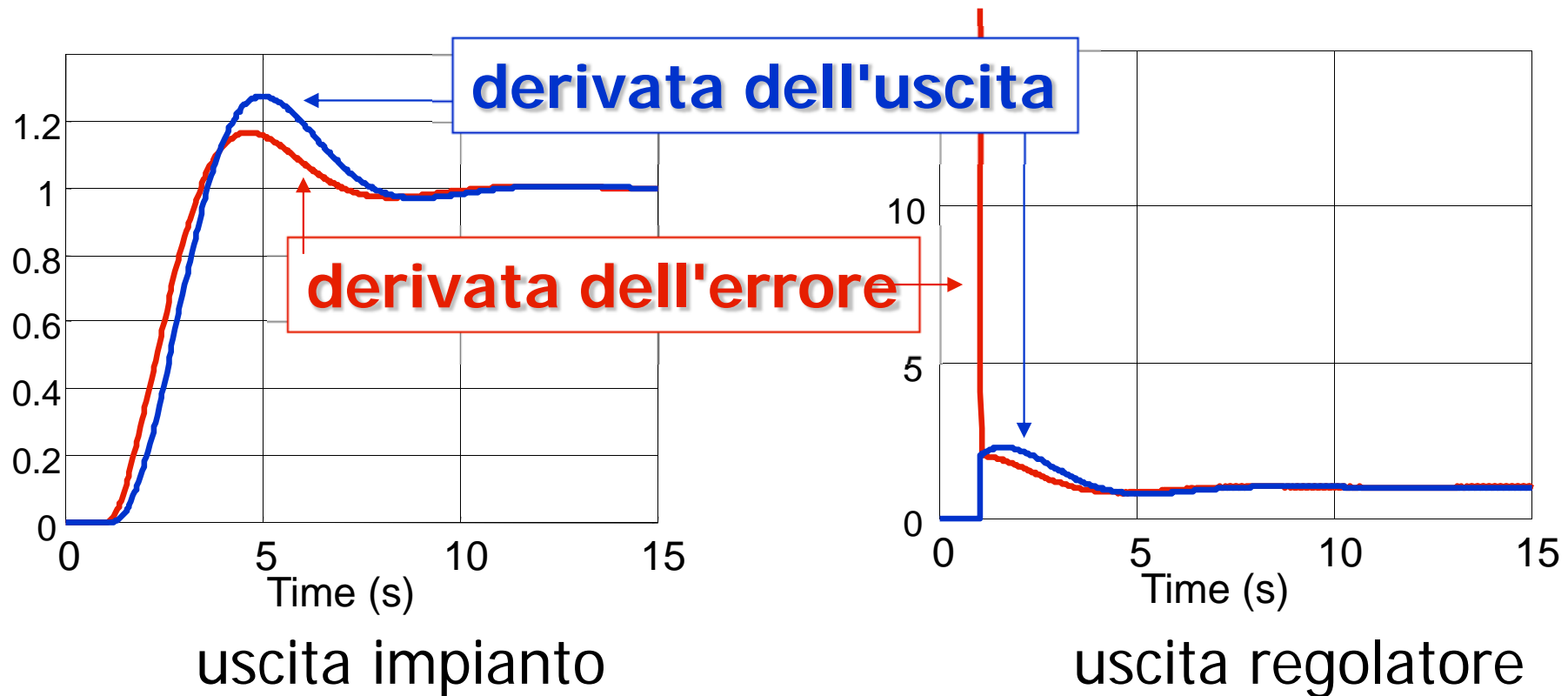
Regolatori PID - Esempio

- Comportamento delle diverse azioni derivative

Impianto:

$$G(s) = \frac{1}{(s+1)^3}$$

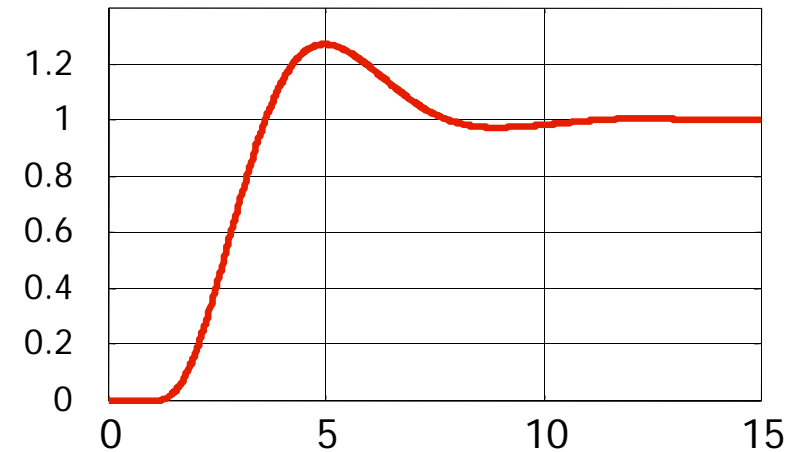
$$L(s) = \frac{1}{s(s+1)} \quad \omega_c \cong 0.78$$
$$M_F \cong 50^\circ$$



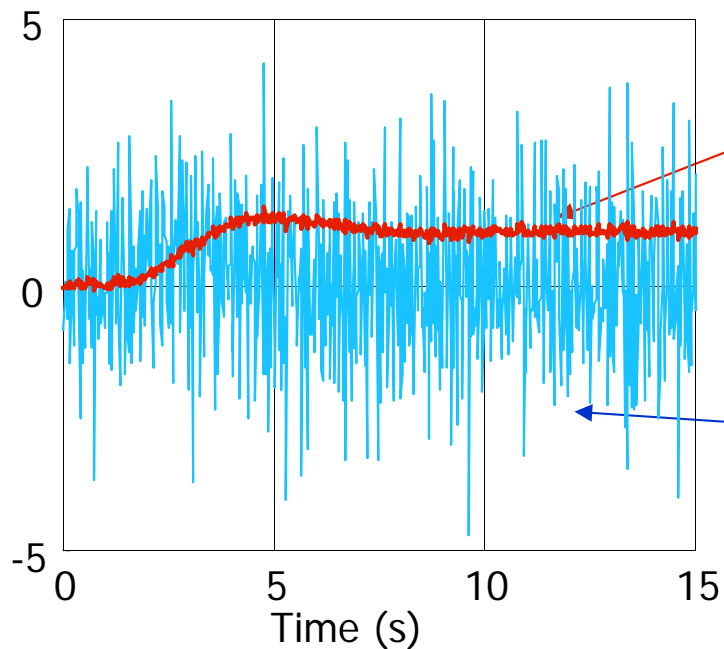
Effetto del rumore di misura

- azione derivativa reale:
 - polo in $-N/T_d$

Impianto:
$$G(s) = \frac{1}{(s+1)^3}$$



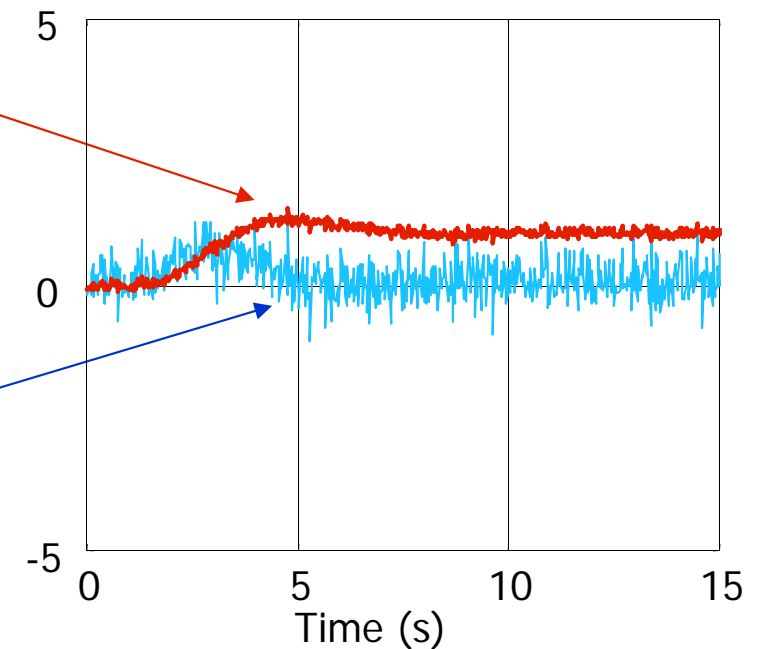
N = 20



Misura
rumorosa

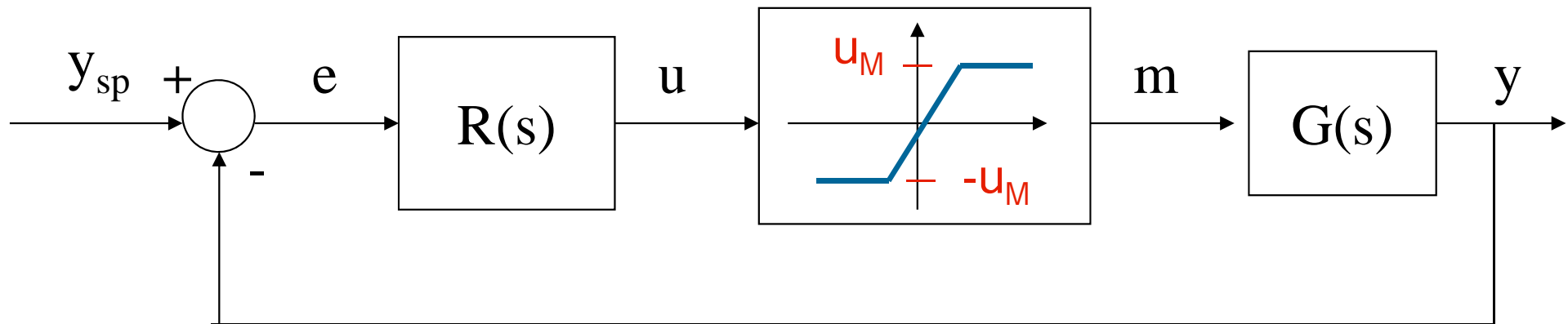
uscita del
derivatore

N = 5



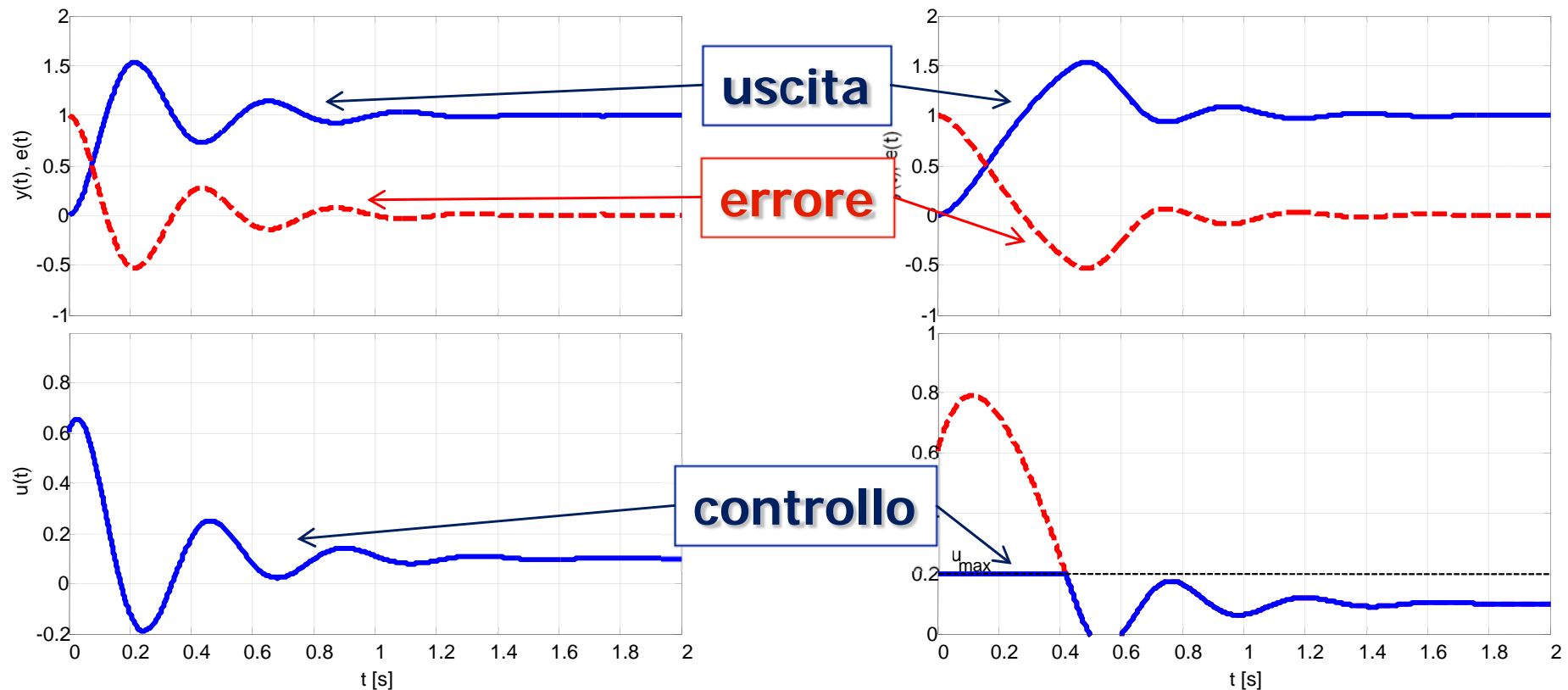
Regolatori PID

- Problemi causati dalla saturazione dell'attuatore
 - controllo applicato all'impianto \neq da quello generato dal regolatore
 - **rallentamento nella risposta**



Regolatori PID

- Problemi causati dalla saturazione dell'attuatore
 - controllo applicato all'impianto \neq da quello generato dal regolatore
 - **eccessivo "caricamento" dell'azione integrale**
 - **rallentamento nella risposta**

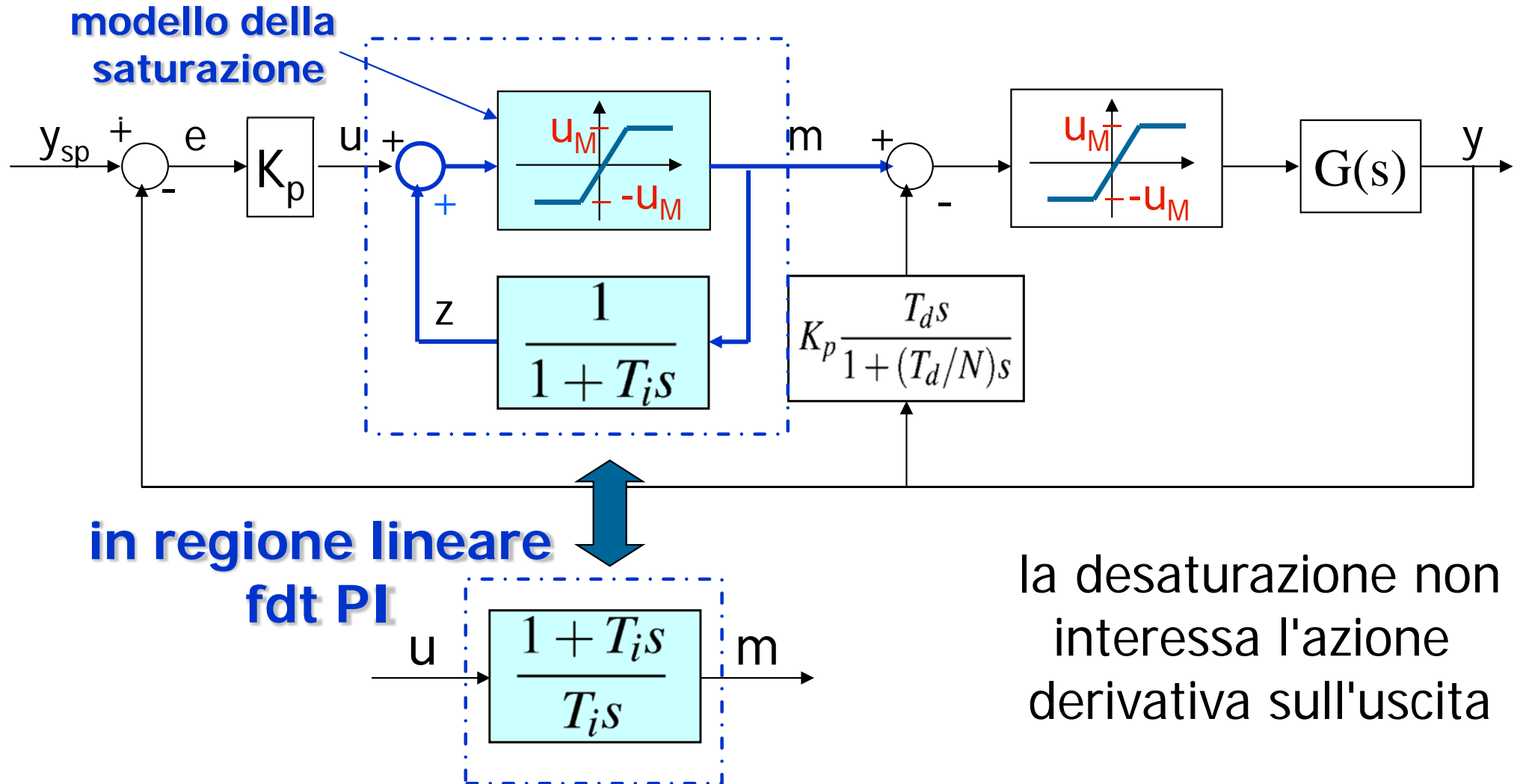


Senza saturazione

Con saturazione

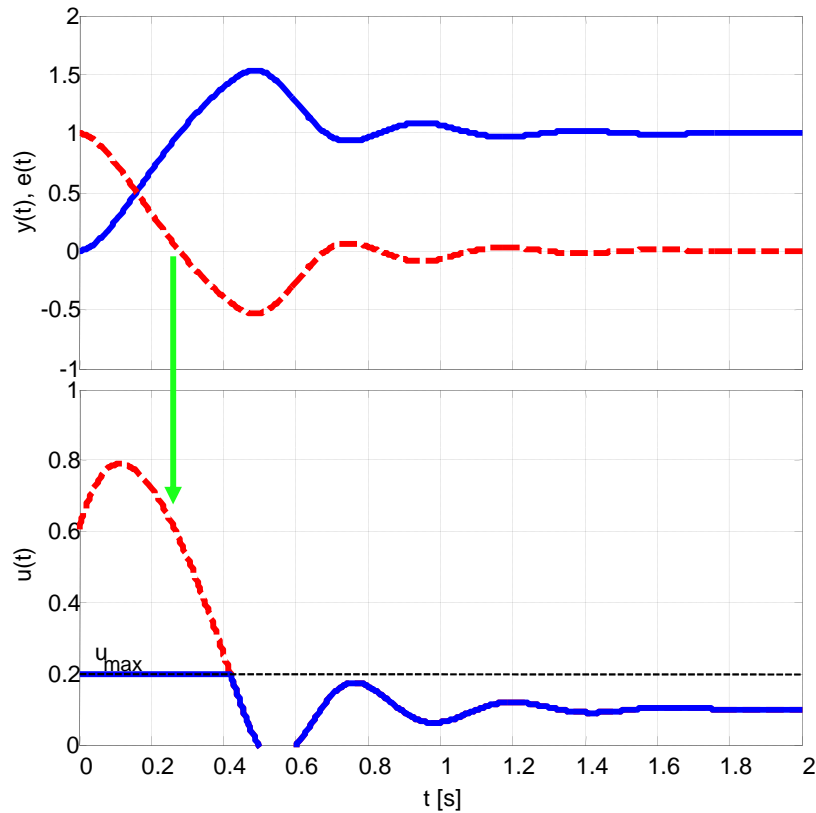
Regolatori PID

- Problemi causati dalla saturazione dell'attuatore
 - schema di desaturazione per regolatori PID

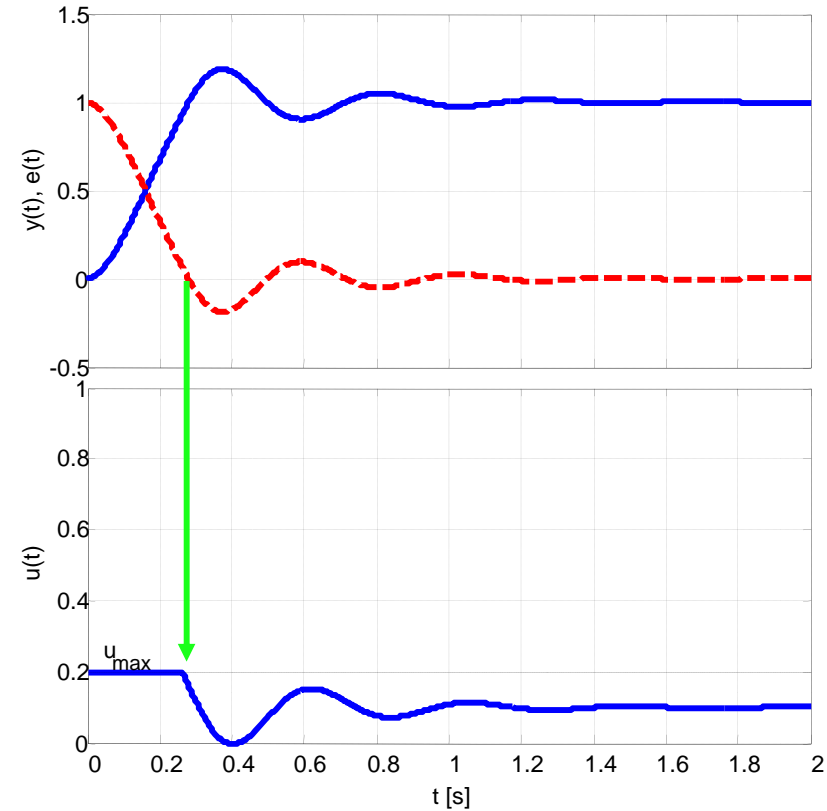


Regolatori PID

- Problemi causati dalla saturazione dell'attuatore
 - desaturazione dell'azione integrale



Con saturazione



Con desaturazione

appena l'errore cambia di segno, l'azione di controllo si desatura

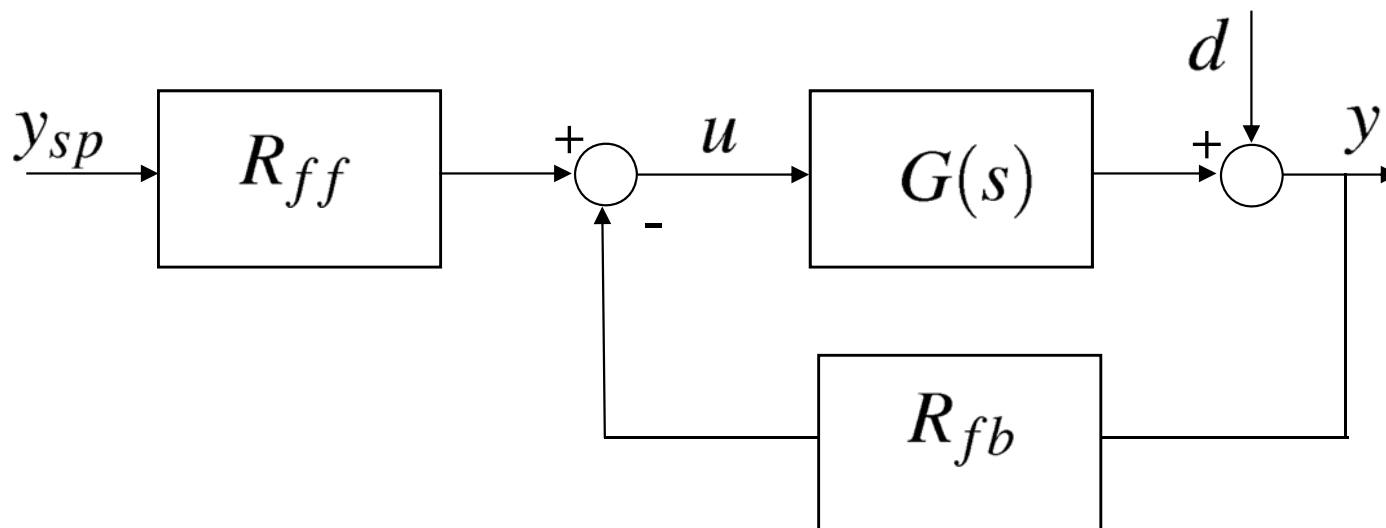
PID – Forma Standard ISA

$$u(t) = K_p \left[(b y_{sp}(t) - y(t)) + \frac{1}{T_i} \int e(t) dt + T_d \left(c \frac{dy_{sp}(t)}{dt} - \frac{dy(t)}{dt} \right) \right]$$
$$0 \leq b, c \leq 1$$

- È una generalizzazione della legge di controllo del PID, frequentemente utilizzata nei regolatori commerciali.
- Viene anche denominata **forma pesata, con peso su set-point e misura**.
- Per $b=1$, $c=1$ si ottiene la forma standard del PID
- Permette di ottenere funzioni di trasferimento diverse (e quindi risposte diverse) tra ingresso di set-point e disturbo sull'uscita e l'uscita stessa
- l'acronimo **ISA** sta per **International Society of Automation** (originariamente nota col nome di Instrument Society of America)

PID – Forma Standard ISA

- Realizza un **regolatore a due gradi di libertà**: l'elaborazione del set-point e dell'uscita sono diverse. Ciò permette di aggiustare in modo indipendente le risposte al set-point ed ai disturbi di carico.



$$R_{ff}(s) = \frac{U(s)}{Y_{sp}(s)} = K_p \left(b + \frac{1}{T_i s} + \frac{T_d s}{1 + T_d / N s} c \right)$$

$$R_{fb}(s) = \frac{U(s)}{Y(s)} = K_p \left(1 + \frac{1}{T_i s} + \frac{T_d s}{1 + T_d / N s} \right)$$

I parametri b e c consentono di fissare gli zeri della funzione di trasferimento tra set-point e uscita

Metodi di taratura mediante tabella (tuning)

- Sono metodi di taratura “convenzionali” spesso adottati in pratica per tarare strutture di controllo PID per sistemi industriali con poli reali. Esistono due diverse “filosofie” di taratura che si differenziano dal tipo di descrizione del sistema controllato:

- **Metodi ad anello aperto**

Si basano sull'approssimazione del sistema controllato con un sistema del primo ordine con ritardo

$$G(s) = \frac{\mu}{1 + \tau s} e^{-Ts}$$

- **Metodi ad anello chiuso**

Si basano sulla conoscenza dedotta per via sperimentale, del margine di ampiezza del sistema e della frequenza caratteristica ω_f dove $\arg(\omega_f) = -180^\circ$

Tuning in anello aperto

- Concetto base
 - il metodo si applica a processi industriali con **risposta aperiodica (poli reali)** molto diffusi
 - si approssima l'impianto con un modello del **1° ordine con ritardo**

$$G(s) = \frac{\mu}{1 + \tau s} e^{-Ts}$$

- si entra in opportune tabelle costruite per garantire
 - la tipologia della risposta in retroazione (Ziegler-Nichols,...)
 - il soddisfacimento di opportuni indici integrali sull'errore:

ISE

$$ISE = \int_0^{\infty} e^2(t) dt$$

IAE

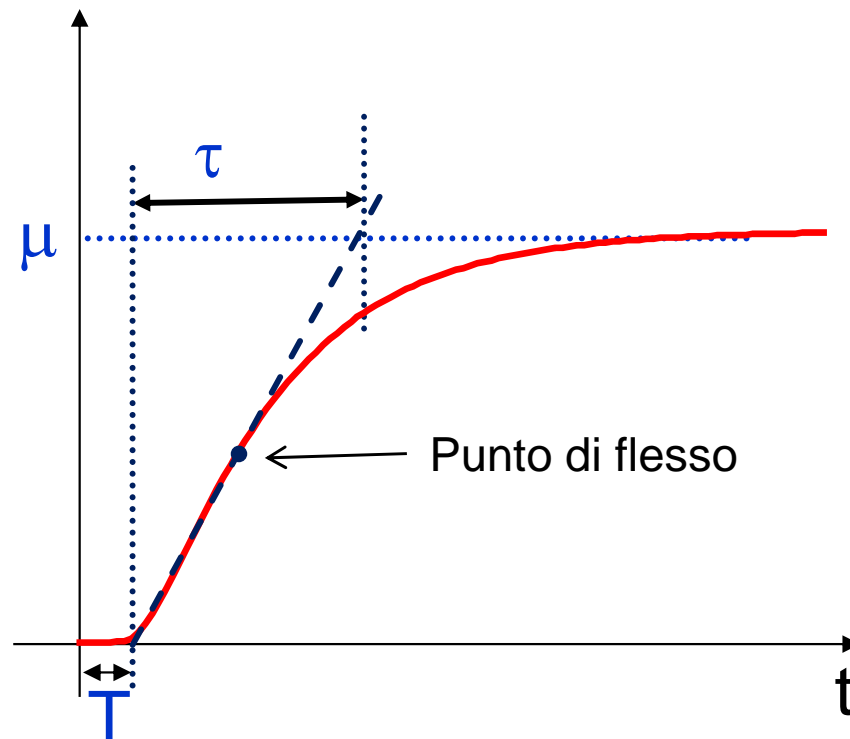
$$IAE = \int_0^{\infty} |e(t)| dt$$

ITAE

$$ITAE = \int_0^{\infty} t |e(t)| dt$$

Tuning in anello aperto

- Costruzione del modello
 - con ingresso a gradino unitario si registra la risposta
 - la si approssima con una f.d.t. del 1° ordine con ritardo, ricavando
 - il guadagno statico μ dall'andamento asintotico
 - Il ritardo T e la costante di tempo τ del polo dal calcolo della tangente nel punto di flesso della risposta sperimentale



$$G(s) = \frac{\mu}{1 + \tau s} e^{-Ts}$$

Tuning in anello aperto

- Tabelle per il tuning in base alla risposta desiderata

$$G(s) = \frac{\mu}{1 + \tau s} e^{-Ts} \quad \Longrightarrow \quad R_{PID}(s) = K_p \left[1 + \frac{1}{T_i s} + T_d s \right]$$

Contr.	Ziegler-Nichols	Cohen-Coon	3C
P	$\mu K_p = (T/\tau)^{-1}$	$\mu K_p = (T/\tau)^{-1} + 0.33$	$\mu K_p = 1.2(T/\tau)^{-.956}$
PI	$\mu K_p = 0.9(T/\tau)^{-1}$ $T_i/\tau = 3.33(T/\tau)$	$\mu K_p = 0.9(T/\tau)^{-1} + 0.082$ $T_i/\tau = \frac{3.33(T/\tau)[1 + (T/\tau)/11]}{1 + 2.2(T/\tau)}$	$\mu K_p = 0.93(T/\tau)^{-.956}$ $T_i/\tau = 0.93(T/\tau)^{.583}$
PID	$\mu K_p = 1.2(T/\tau)^{-1}$ $T_i/\tau = 2(T/\tau)$ $T_d/\tau = 0.5(T/\tau)$	$\mu K_p = 1.35(T/\tau)^{-1} + 0.27$ $T_i/\tau = \frac{2.5(T/\tau)[1 + (T/\tau)/5]}{1 + 0.6(T/\tau)}$ $T_d/\tau = \frac{0.37(T/\tau)}{1 + 0.2(T/\tau)}$	$\mu K_p = 1.37(T/\tau)^{-.95}$ $T_i/\tau = 0.74(T/\tau)^{.738}$ $T_d/\tau = 0.365(T/\tau)^{.95}$

Tuning in anello aperto

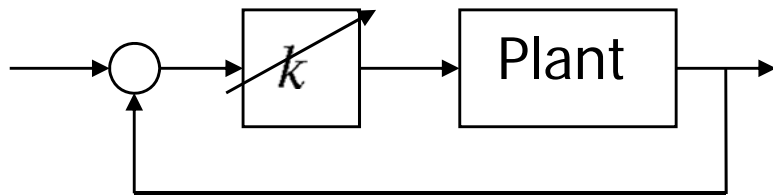
- Tabelle per il soddisfacimento di indici integrali:
 - IAE (Integral Absolute Error) $J_{IAE} = \int_0^{\infty} |e(t)| dt$
 - ITAE (Integral Time Absolute Error) $J_{ITAE} = \int_0^{\infty} t|e(t)| dt$
- Basate sul modello dell'impianto $G(s) = \frac{\mu}{1 + \tau s} e^{-Ts}$

Errore in retroazione a fronte di ingresso a gradino

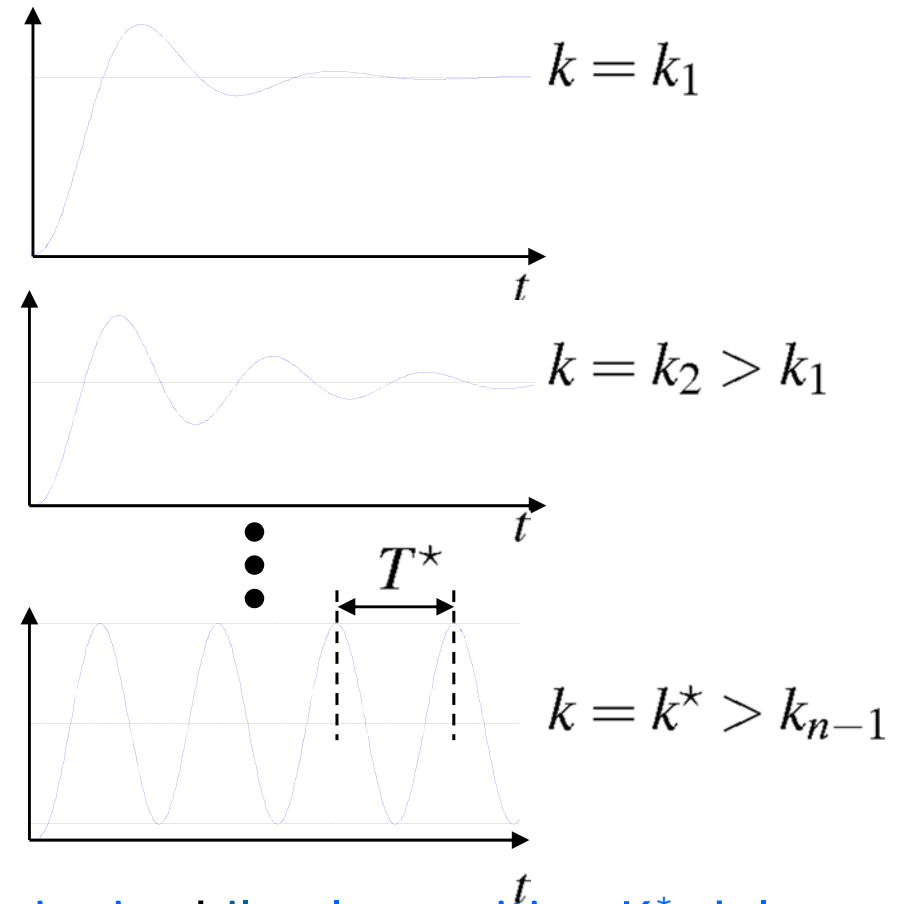
Criterio	Controllore	K_p	T_i	T_d
IAE	PI	$\frac{0.758}{\mu} (T/\tau)^{-0.861}$	$\frac{\tau}{1.02 - 0.323(T/\tau)}$	
ITAE	PI	$\frac{0.586}{\mu} (T/\tau)^{-0.916}$	$\frac{\tau}{1.03 - 0.165(T/\tau)}$	
IAE	PID	$\frac{1.086}{\mu} (T/\tau)^{-0.869}$	$\frac{\tau}{0.74 - 0.13(T/\tau)}$	$\tau 0.348(T/\tau)^{0.914}$
ITAE	PID	$\frac{0.965}{\mu} (T/\tau)^{-0.855}$	$\frac{\tau}{0.796 - 0.147(T/\tau)}$	$\tau 0.308(T/\tau)^{0.929}$

Tuning in anello chiuso

- Metodo di Ziegler-Nichols
 - Attivando la sola azione proporzionale, si porta il sistema al limite della stabilità (oscillazioni permanenti)



- In questo modo viene stimata la dinamica dell'impianto



- Si determina il **periodo T^* delle oscillazioni** ed il **valore critico K^* del guadagno** per cui tali oscillazioni si verificano.
- Attraverso questo esperimento si determina
 - Margine di ampiezza dell'impianto: $M_a = k^*$
 - Pulsazione ω_f dell'impianto ($\arg G(j\omega_f) = -180^\circ$): $\omega_f = \frac{2\pi}{T^*}$

Tuning in anello chiuso

- A partire dei valori di k^* e T^* si determinano i parametri del controllore

Controllore	Parametri
PI	$K_p = 0.45k^*$ $T_i = 0.85T^*$
PD	$K_p = 0.5k^*$ $T_d = 0.2T^*$
PID	$K_p = 0.6k^*$ $T_i = 0.5T^*$ $T_d = 0.12T^*$

La procedura non si applica a sistemi che hanno M_a infinito

Metodi di taratura nel dominio della frequenza

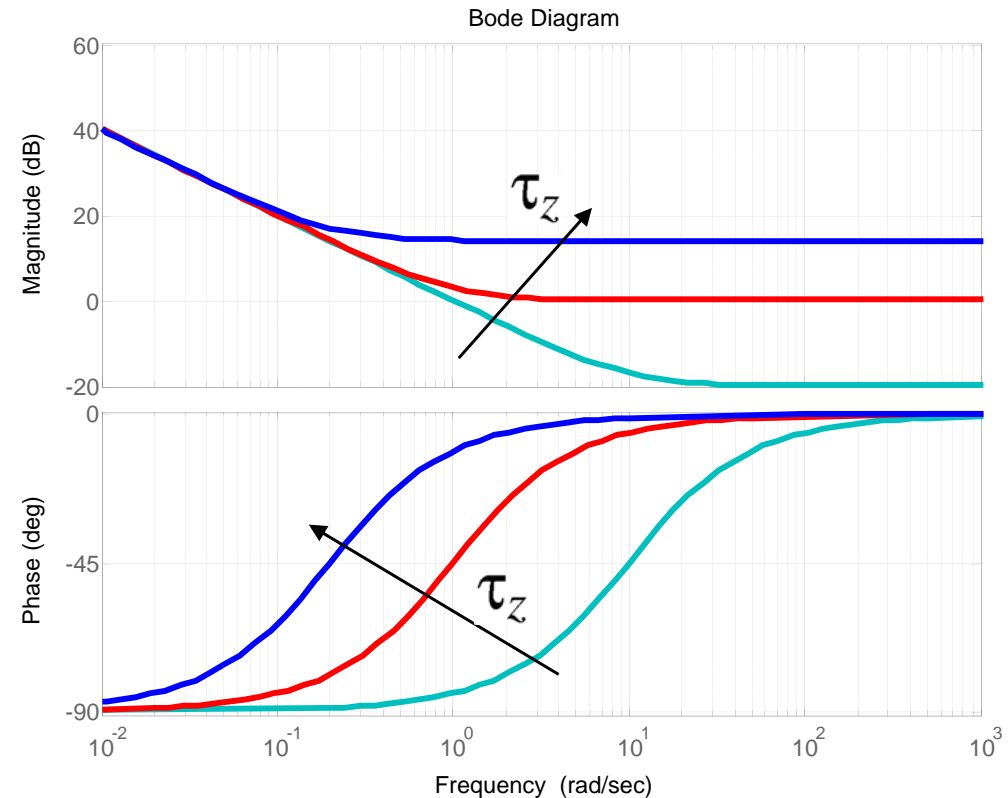
- Formulazione dei regolatori standard sotto forma di costanti di tempo

$$R_{PI}(s) = K_p \frac{1 + T_i s}{T_i s} \quad \longleftrightarrow \quad R_{PI}(s) = \mu \frac{1 + \tau_z s}{s}$$
$$K_p = \mu \tau_z$$
$$T_i = \tau_z$$

$$R_{PID}(s) = K_p \left(1 + \frac{1}{T_i s} + T_d s \right) \frac{1}{1 + \frac{T_d}{N} s} \quad \longleftrightarrow \quad R_{PID}(s) = \mu \frac{(1 + \tau_{z1} s)(1 + \tau_{z2} s)}{s(1 + \tau_p s)}$$
$$K_p = \mu(\tau_{z1} + \tau_{z2})$$
$$T_i = \tau_{z1} + \tau_{z2}$$
$$T_d = \frac{\tau_{z1} \tau_{z2}}{\tau_{z1} + \tau_{z2}}$$
$$N = \frac{T_d}{\tau_p}$$

Regolatori PI

$$R_{PI}(s) = \mu \frac{1 + \tau_z s}{s}$$



- Dai diagrammi di Bode si nota che complessivamente l'effetto utile del regolatore PI è quello di attenuare ad alta frequenza di una quantità che può essere scelta ad arbitrio modificando la pulsazione di intervento dello zero senza sfasare (sfasamento negativo trascurabile ad alta frequenza)
- Il PI si comporta come una rete di ritardo

Regolatori PI: regole di taratura

- La taratura nel dominio delle frequenze può essere eseguita scegliendo opportunamente la costante di guadagno μ e la posizione dello zero al fine di imporre un certo margine di fase e una certa pulsazione di incrocio per il sistema esteso $G_e(s) = G(s) \frac{1}{s}$
- Dati del problema:
 - Sistema esteso $G_e(s)$
 - Pulsazione di attraversamento ω_c^* e margine di fase M_f^*
- Algoritmo per la taratura del PI

Step1: Calcolare $|G_e(j\omega_c^*)|$ e $\arg(G_e(j\omega_c^*))$ (lettura diagramma di Bode)

Step2: Calcolare l'anticipo di fase necessario per soddisfare la specifica su M_f^*

$$\varphi^* = -180^\circ + M_f^* - \arg(G_e(j\omega_c^*))$$

Step3: Calcolare il valore di τ_z che garantisce lo sfasamento φ^*

$$\tau_z = \frac{\tan \varphi^*}{\omega_c^*}$$

Regolatori PI: regole di taratura

Step4: Valutare il valore di amplificazione introdotto dallo zero alla pulsazione ω_c^*

$$M_z = \sqrt{1 + (\tau_z \omega_c^*)^2}$$

Step5: Calcolare μ in modo che ω_c^* diventi la nuova pulsazione di incrocio

$$\mu = \frac{1}{M_z \cdot |G_e(j\omega_c^*)|} = 10^{-\frac{M_z + |G_e(j\omega_c^*)|_{\text{dB}}}{20}}$$

- La calibrazione del PI posiziona uno zero a frequenza minore rispetto a quella di attraversamento, producendo possibili code di assestamento o sovraleongazioni maggiori rispetto a quelle preventivate

Regolatori PI: taratura in cancellazione

- Anche la taratura del PI può essere svolta per cancellazione tra lo zero e un polo dell'impianto a frequenza inferiore rispetto a ω_c^*
- Rimane in questo modo un unico grado di libertà (μ) utilizzabile per imporre arbitrariamente ω_c^* (caso a) oppure M_f^* (caso b)
- Algoritmo

Step1: Fissare τ_z in modo che lo zero del PI cancelli un polo di $G(s)$

Step2a: Data ω_c^* e $G_e(s) = G(s) \frac{(1 + \tau_z s)}{s}$

$$\text{fissare } \mu = \frac{1}{|G_e(j\omega_c^*)|} = 10^{-\frac{|G_e(j\omega_c^*)|_{\text{dB}}}{20}}$$

Step2b: Identificare la frequenza ω^* per cui $G_e(s)$ presenta una fase compatibile con M_f^* (cioè $\arg G_e(j\omega^*) = -180^\circ + M_f^*$)

$$\text{e fissare } \mu = \frac{1}{|G_e(j\omega^*)|} = 10^{-\frac{|G_e(j\omega^*)|_{\text{dB}}}{20}}$$

Regolatori PID

$$R_{PID}(s) = \mu \frac{(1 + \tau_{z1}s)(1 + \tau_{z2}s)}{s(1 + \tau_p s)}$$

- Rispetto ai PI presentano uno zero aggiuntivo (e un polo per la realizzabilità fisica).
- Possono essere visti come l'unione di un regolatore PI e di una rete anticipatrice

$$R_{PID}(s) = \underbrace{\mu \frac{(1 + \tau_{z1}s)}{s}}_{\text{PI}} \underbrace{\frac{(1 + \tau_{z2}s)}{(1 + \tau_p s)}}_{\text{Rete Anticipatrice}}$$

- L'aggiunta della rete anticipatrice (e quindi dello zero legato all'azione derivativa) permette di migliorare il margine di fase (allargando la banda)
- Per la taratura si procede dapprima considerando il solo PI e poi aggiungendo la rete anticipatrice

CONTROLLI AUTOMATICI

Ingegneria Meccanica e Ingegneria del Veicolo

<http://www.dii.unimore.it/~lbiagiotti/ControlliAutomatici.html>

REGOLATORI STANDARD PID
FINE

Ing. Luigi Biagiotti

e-mail: luigi.biagiotti@unimore.it

<http://www.dii.unimore.it/~lbiagiotti>