

CONTROLLI AUTOMATICI

Ingegneria Meccanica e Ingegneria del Veicolo

<http://www.dii.unimore.it/~lbiagiotti/ControlliAutomatici.html>

CONTROLLO NEL DOMINIO DELLA FREQUENZA

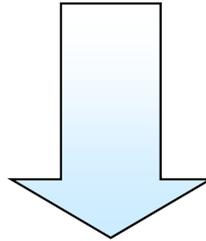
Ing. Luigi Biagiotti

e-mail: luigi.biagiotti@unimore.it

<http://www.dii.unimore.it/~lbiagiotti>

Relazione tra specifiche e proprietà di $L(s)$

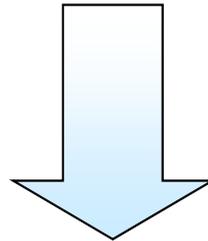
- Nell'analisi dei sistemi in retroazione si è visto come le specifiche sia statiche che dinamiche sul sistema in retroazione possano essere tradotte (in maniera approssimata) in specifiche sulla funzione di anello.



- Il problema del controllo che rende soddisfatte le specifiche per il sistema in retroazione può quindi essere trasformato in un problema di progetto di $L(s)$

Stabilità robusta

- Alti margine di fase e di ampiezza danno garanzia di buona robustezza a fronte di incertezze sulla funzione di risposta armonica d'anello (sia in termini di incertezze sul modulo che sulla fase)

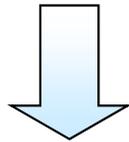


Limite inferiore su M_f e M_a

Specifiche statiche

- Riferimenti e disturbi sull'uscita (usualmente confinati a basse frequenze)

L'inverso del modulo di $|L(j\omega)|$ nel campo di frequenze in cui è confinato il riferimento e/o il disturbo rappresenta il fattore di attenuazione a regime sull'errore di inseguimento

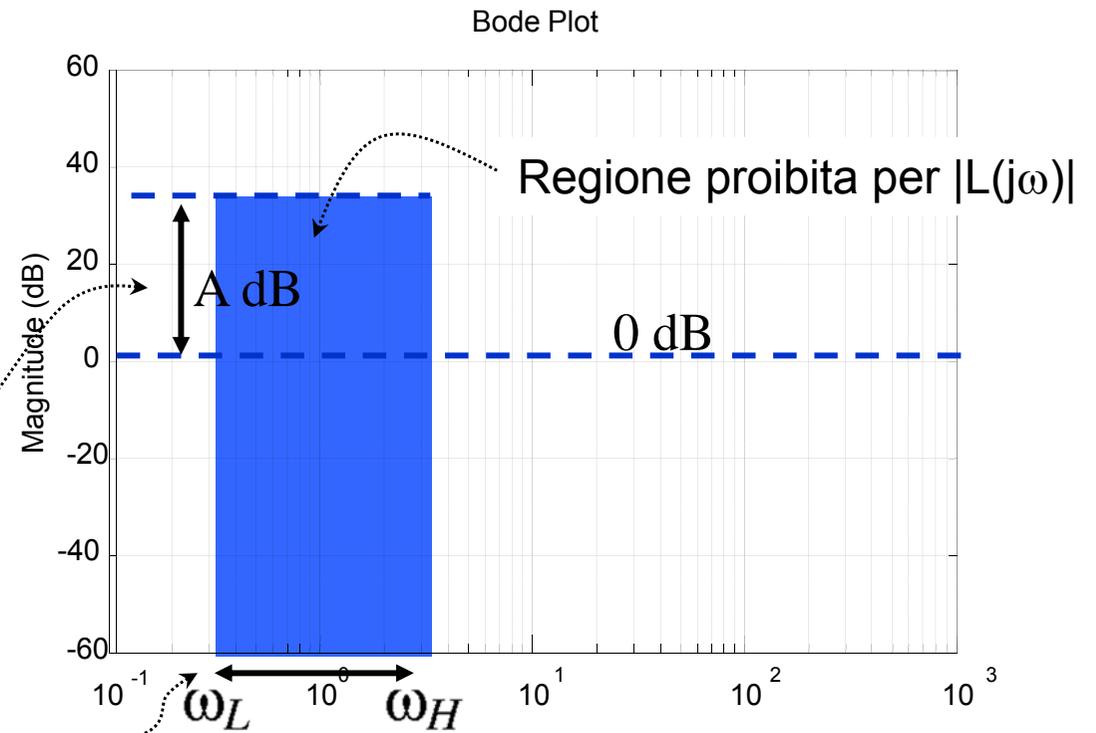
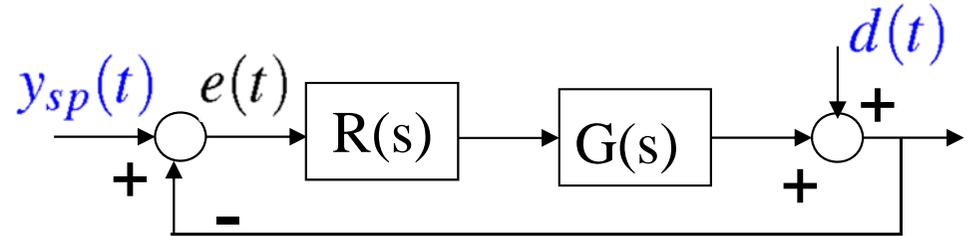


Limite inferiore su $|L(j\omega)|$

$$|L(j\omega)|_{db} \geq A \text{ dB}$$

Livello di attenuazione desiderato su e

Range di pulsazioni in cui è confinato il riferimento e/o il disturbo sull'uscita

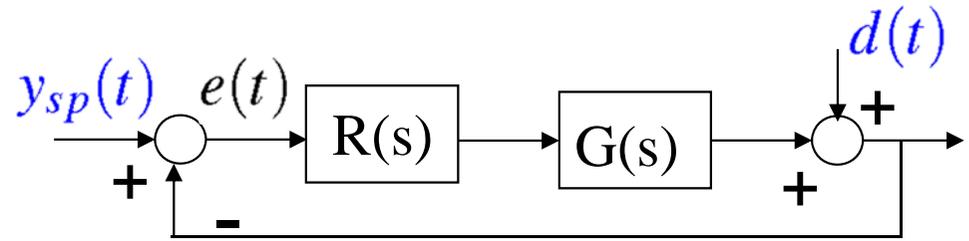


Specifiche statiche

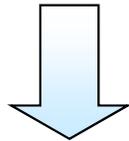
- Riferimenti e disturbi sull'uscita (usualmente confinati a basse frequenze)

Per soddisfare la specifica statica $\lim_{t \rightarrow \infty} |e(t)| \leq e^*$ relativamente a riferimenti e a disturbi sull'uscita costanti e necessario che:

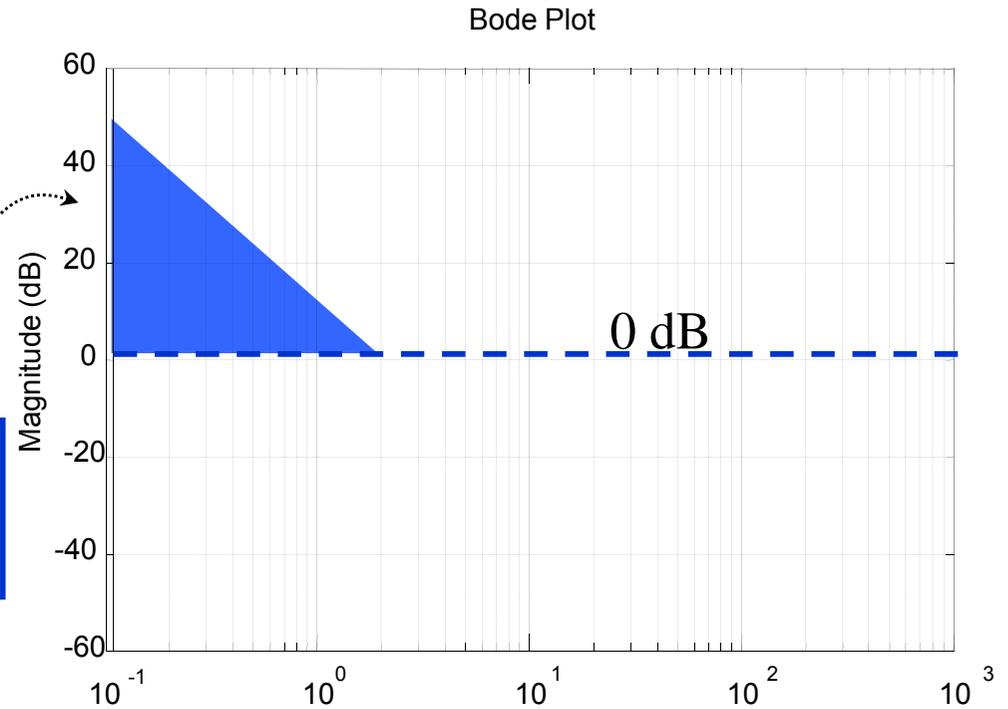
- se $e^* > 0$ $|L(0)| > L^*$
- se $e^* = 0$ $|L(0)| = \infty$



$L(s)$ deve avere almeno un polo nell'origine



Vincoli sulla pendenza iniziale del diagramma di $|L(j\omega)|$

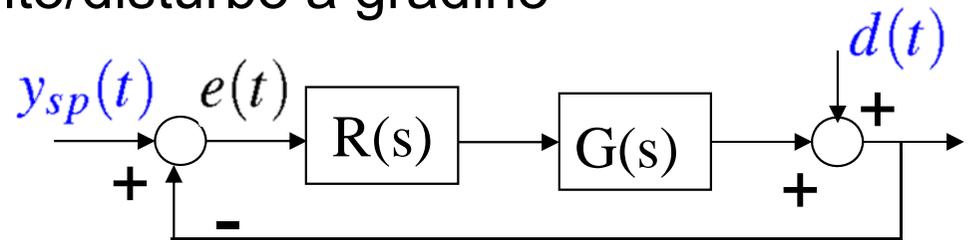


Specifiche statiche

- Caso di interesse pratico: riferimento/disturbo a gradino

$$Y_{sp}(s) = \frac{Y_{sp}}{s}$$

$$D(s) = \frac{D}{s}$$



- Sfruttando la sovrapposizione degli effetti

$$E(s) = S(s) \frac{Y_{sp}}{s} - S(s) \frac{D}{s} = S(s) \frac{Y_{sp} - D}{s}$$

dal teorema del valore finale risulta

$$e_{\infty} = \lim_{t \rightarrow \infty} e(t) = \lim_{s \rightarrow 0} \frac{Y_{sp} - D}{1 + R(s)G(s)} = \frac{Y_{sp} - D}{1 + R(0)G(0)} \leq \frac{|Y_{sp}| + |D|}{1 + \mu_L}$$

dove $\mu_G = G(0)$ è assegnato, mentre è possibile agire su $\mu_L = L(0) = \mu_G \mu_R$ tramite $\mu_R = R(0)$

Quindi la specifica è soddisfatta se

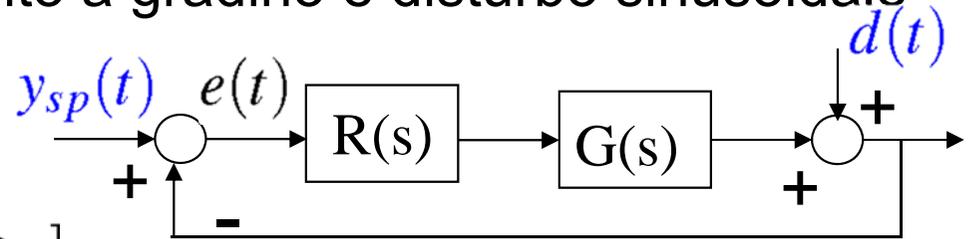
$$\mu_R \geq \frac{|Y_{sp}| + |D|}{\mu_G e^*} - \frac{1}{\mu_G}$$

Specifiche statiche

- Caso di interesse pratico: riferimento a gradino e disturbo sinusoidale

$$Y_{sp}(s) = \frac{Y_{sp}}{s}$$

$$d(t) = D \sin(\omega t) \quad \text{con} \quad \omega \in [\omega_L, \omega_H]$$



- Anche in questo caso si procede sfruttando la sovrapposizione degli effetti

$$|e_{y_{sp\infty}}| = \frac{Y_{sp}}{1 + \mu_L} \quad |e_{d\infty}| \leq \max_{\omega \in [\omega_L, \omega_H]} \frac{1}{|1 + L(j\omega)|} D$$

- La specifica sarà soddisfatta imponendo

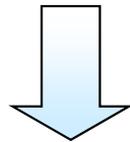
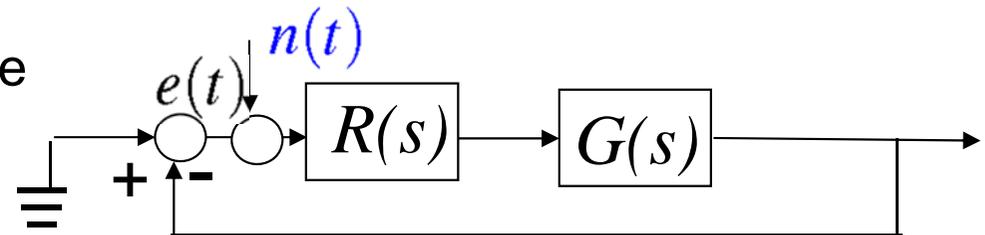
$$|e_\infty| \leq |e_{y_{sp\infty}}| + |e_{d\infty}| \leq e^*$$

tramite $\mu_R = R(0)$

Specifiche statiche

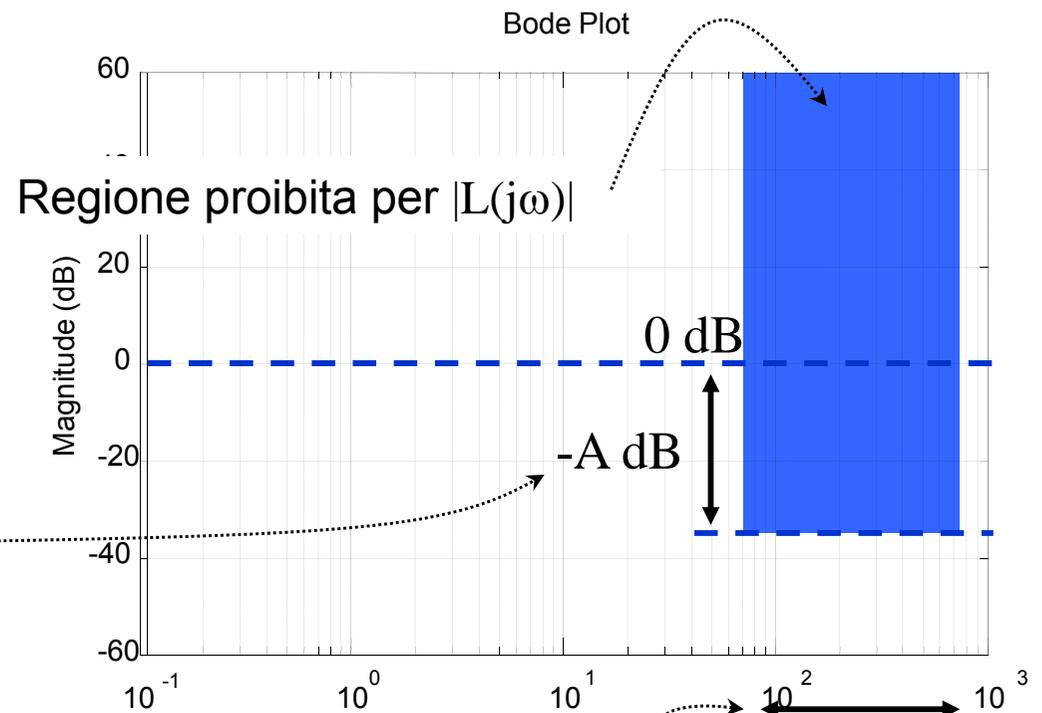
- Disturbi di misura (usualmente confinati ad alte frequenze)

Il modulo di $|L(j\omega)|$ nel campo di frequenze in cui è confinato il disturbo di misura rappresenta il fattore di attenuazione del disturbo sull'errore



Limite superiore su $|L(j\omega)|$
 $|L(j\omega)|_{db} \leq -A \text{ dB}$

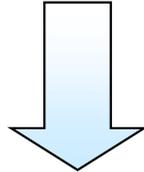
Livello di attenuazione desiderato su e



Spettro in cui è confinato il riferimento e/o il disturbo sull'uscita

Specifiche dinamiche

- Usualmente date in termini di tempo di assestamento e sovraelongazione percentuale massima nella risposta al gradino



- È possibile trasformare (in maniera approssimata) le specifiche dinamiche in specifiche frequenziali su $L(j\omega)$

Se la funzione d'anello $L(j\omega)$ è caratterizzata da una pulsazione di attraversamento ω_c e un margine di fase M_f allora è lecito aspettarsi che la coppia dei poli c.c. dominanti del sistema in retroazione sia caratterizzata da

$$\delta \approx \frac{M_f}{100} \qquad \omega_n \approx \omega_c$$

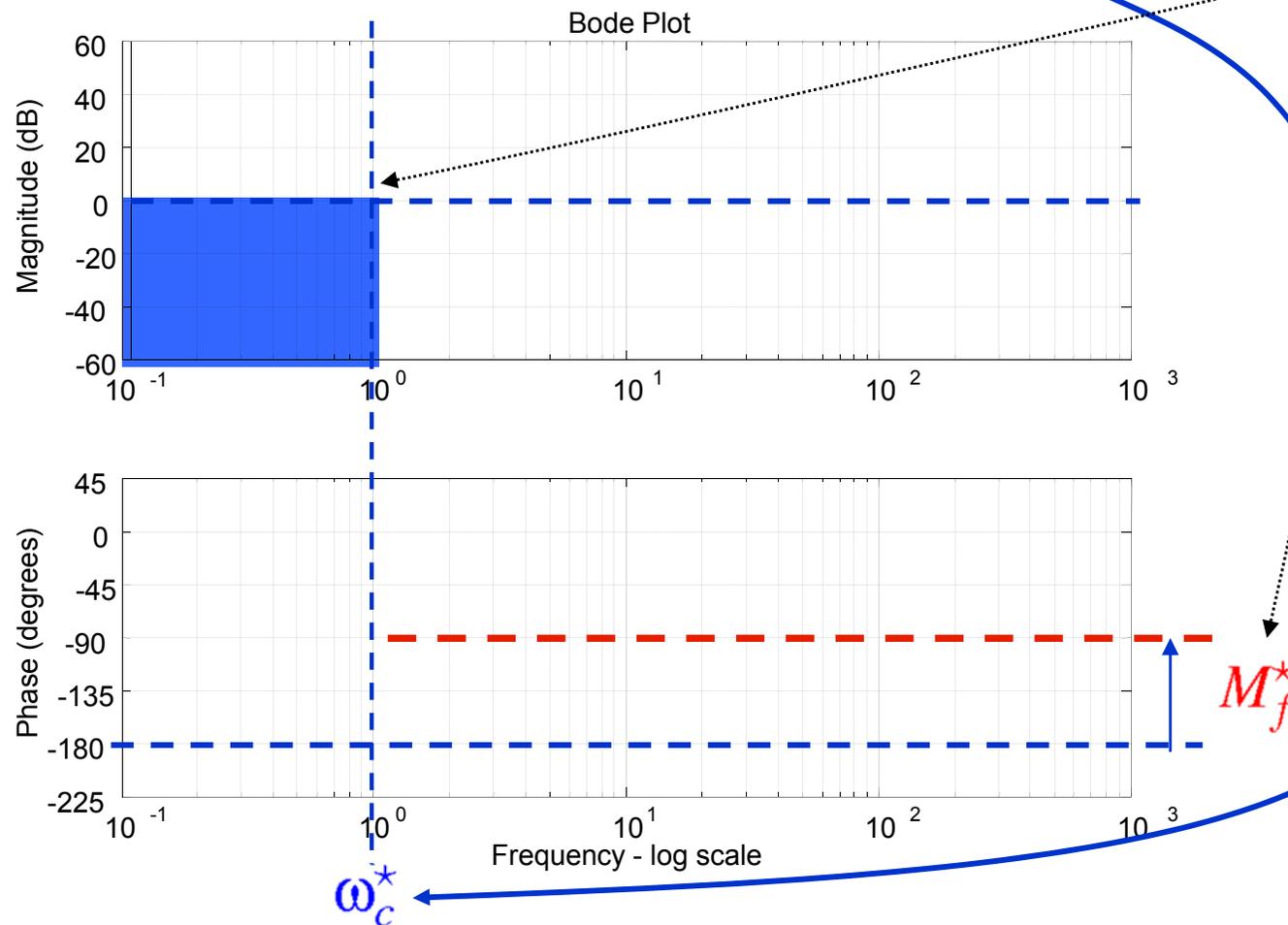
Specifiche dinamiche

$$S\% \leq S^* \Rightarrow \delta \geq \delta^* \Rightarrow M_f \geq M_f^* \approx 100\delta^*$$

$$T_{a,5\%} \leq T^* \Rightarrow \delta\omega_n \geq \frac{3}{T^*} \Rightarrow M_f\omega_c \geq \frac{300}{T^*} \Rightarrow \omega_c \geq \frac{300}{M_f^*T^*}$$

Limite inferiore su M_f

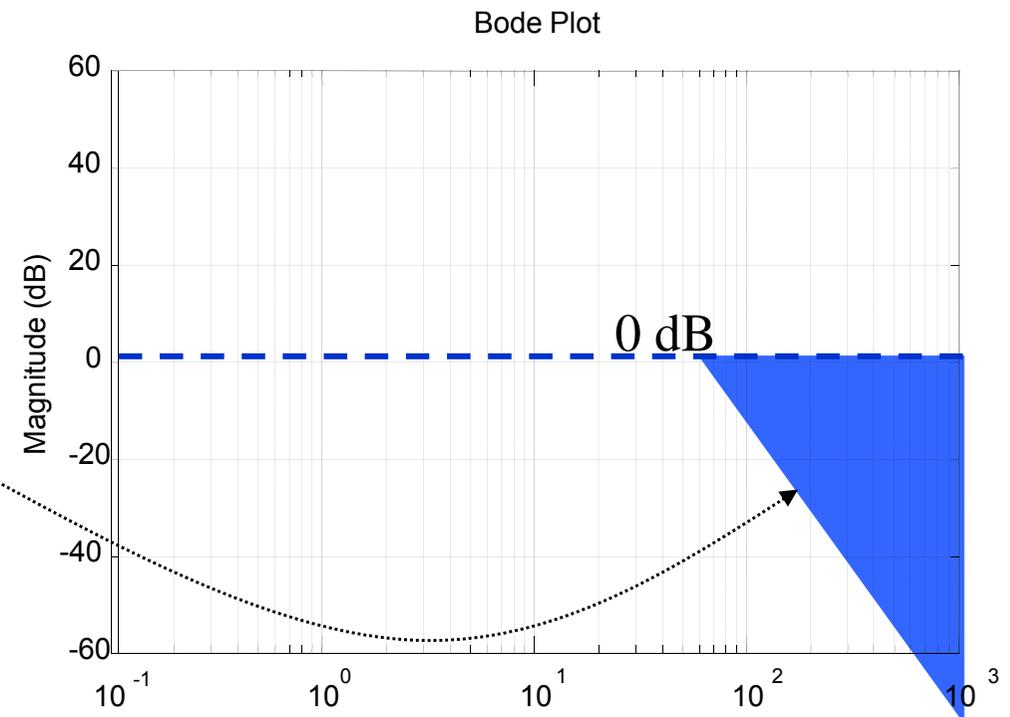
Limite inferiore su ω_c



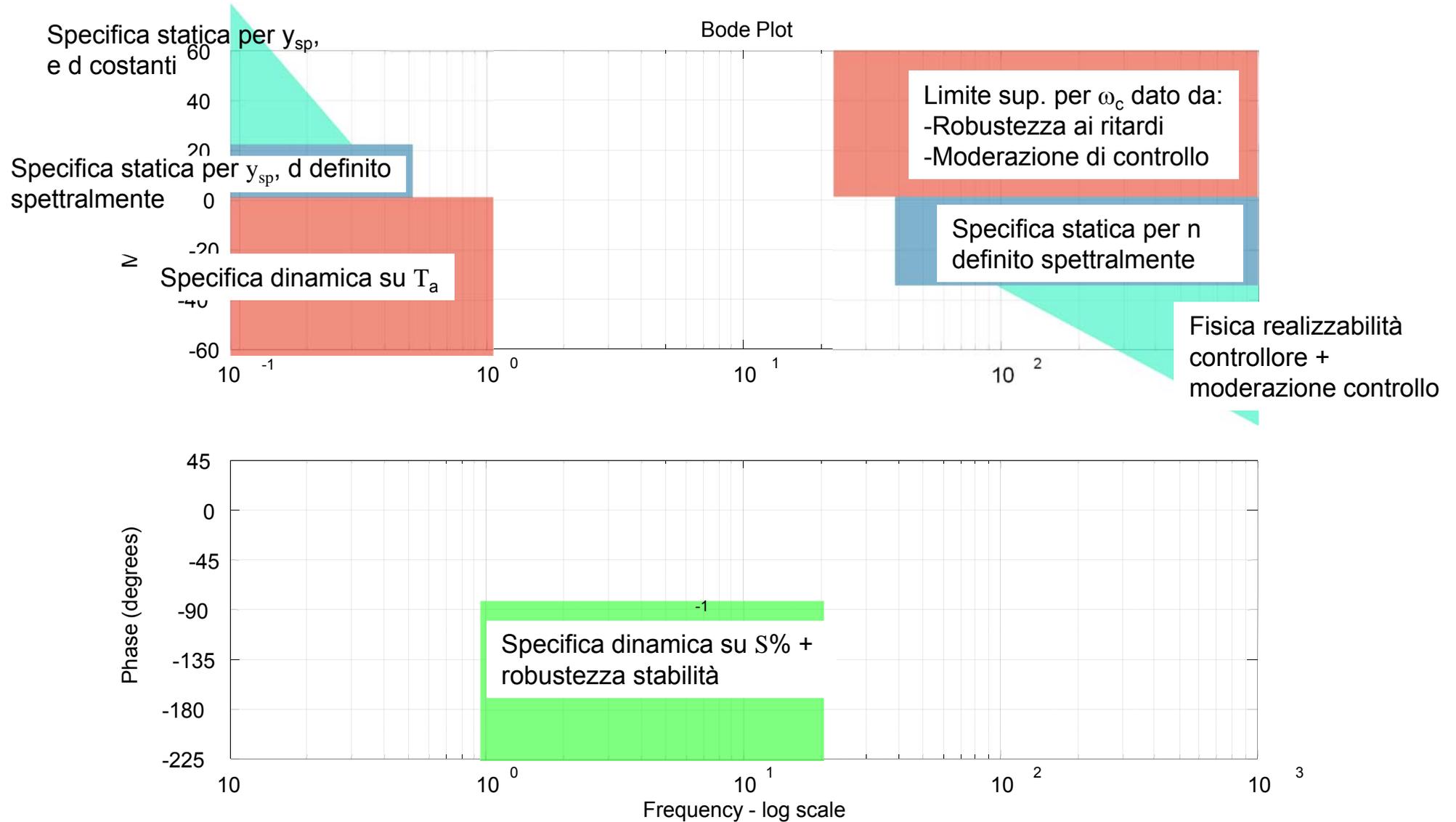
Moderazione del controllo e realizzabilità fisica del controllore

- La moderazione dello sforzo di controllo si ottiene:
 - Limitando la pulsazione di attraversamento ω_c (rispetto alla pulsazione di attraversamento del sistema controllato)
 - Realizzando regolatori passa-basso
- Affinchè il regolatore sia fisicamente realizzabile (grado relativo ≥ 0), occorre che il grado relativo di $L(s)$ sia \geq di quello di $G(s)$

Pendenza a frequenza elevata di $|L(j\omega)|$ almeno pari a quella di $|G(j\omega)|$



Riepilogo



Approccio al controllo

- È conveniente dividere il progetto del controllo in due passi associati al progetto di due sottoparti del regolatore:

$$R(s) = R_s(s) \cdot R_d(s)$$

$$R_s(s) = \frac{\mu_R}{s^i}$$

Regolatore “statico” : parte del regolatore il cui progetto mira ad imporre le **specifiche statiche a bassa frequenza** (disturbi sull’uscita e/o riferimenti)

$$R_d(s) = \frac{\prod_{i=1}^{n_z} (\tau_{z,i}s + 1)}{\prod_{k=1}^{n_p} (\tau_{p,k}s + 1)}$$

Regolatore “dinamico”: parte del regolatore il cui progetto mira ad imporre le **specifiche statiche ad alta frequenza** (disturbi di misura) e le **specifiche dinamiche**

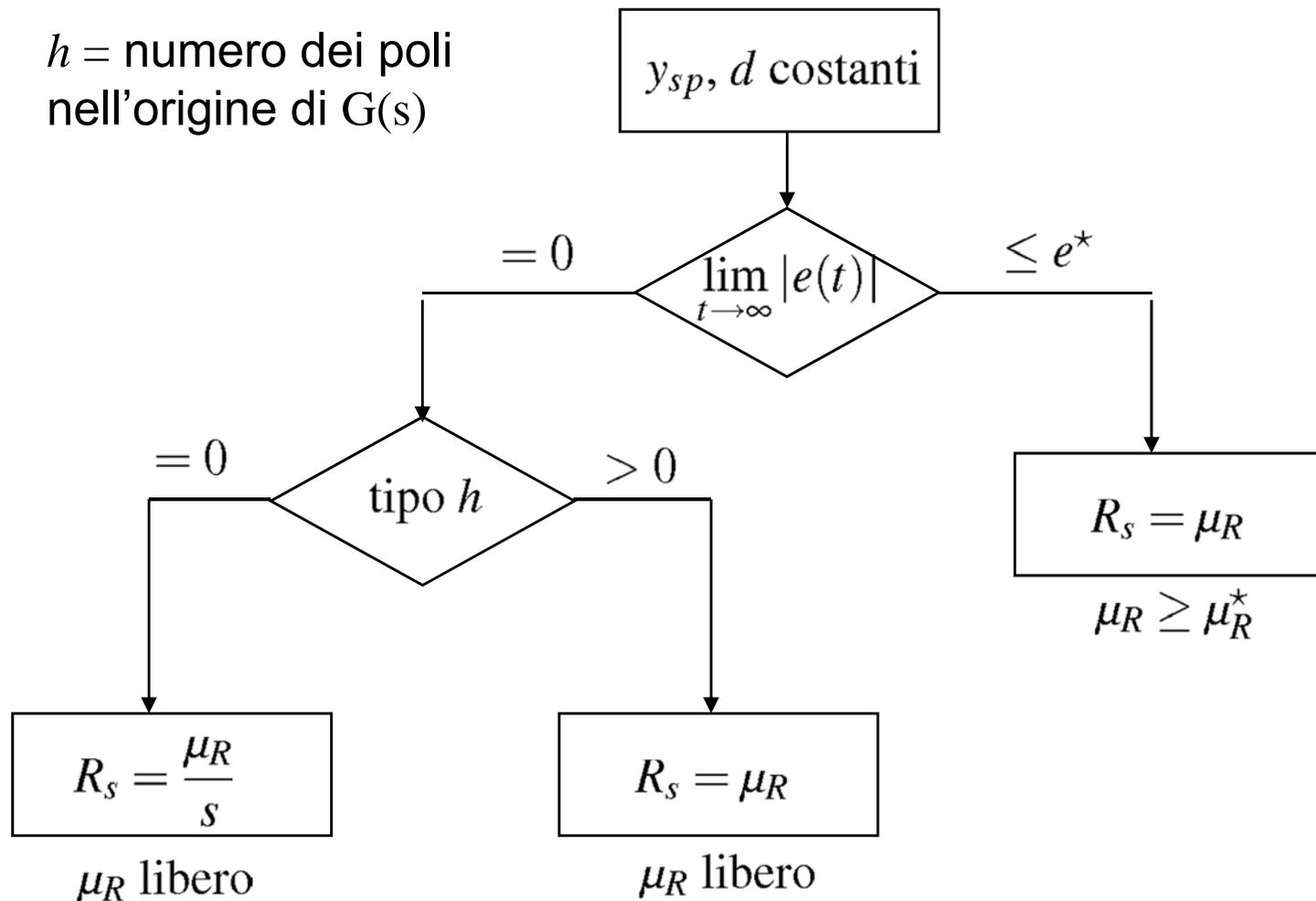
Approccio al controllo (1° parte - Progetto $R_s(s)$)

- Gli obiettivi dietro al progetto di $R_s(s)$ sono:
 - Rispettare le specifiche sul massimo errore $e(t)$ ammesso a fronte di:
 - Ingressi di riferimento y_{sp} noti (gradino, rampa, ...);
 - Disturbi sull'uscita $d(t)$, costanti o comunque definiti spettralmente (sinusoidi a frequenze comprese in un range noto);

Approccio al controllo (1° parte - Progetto $R_s(s)$)

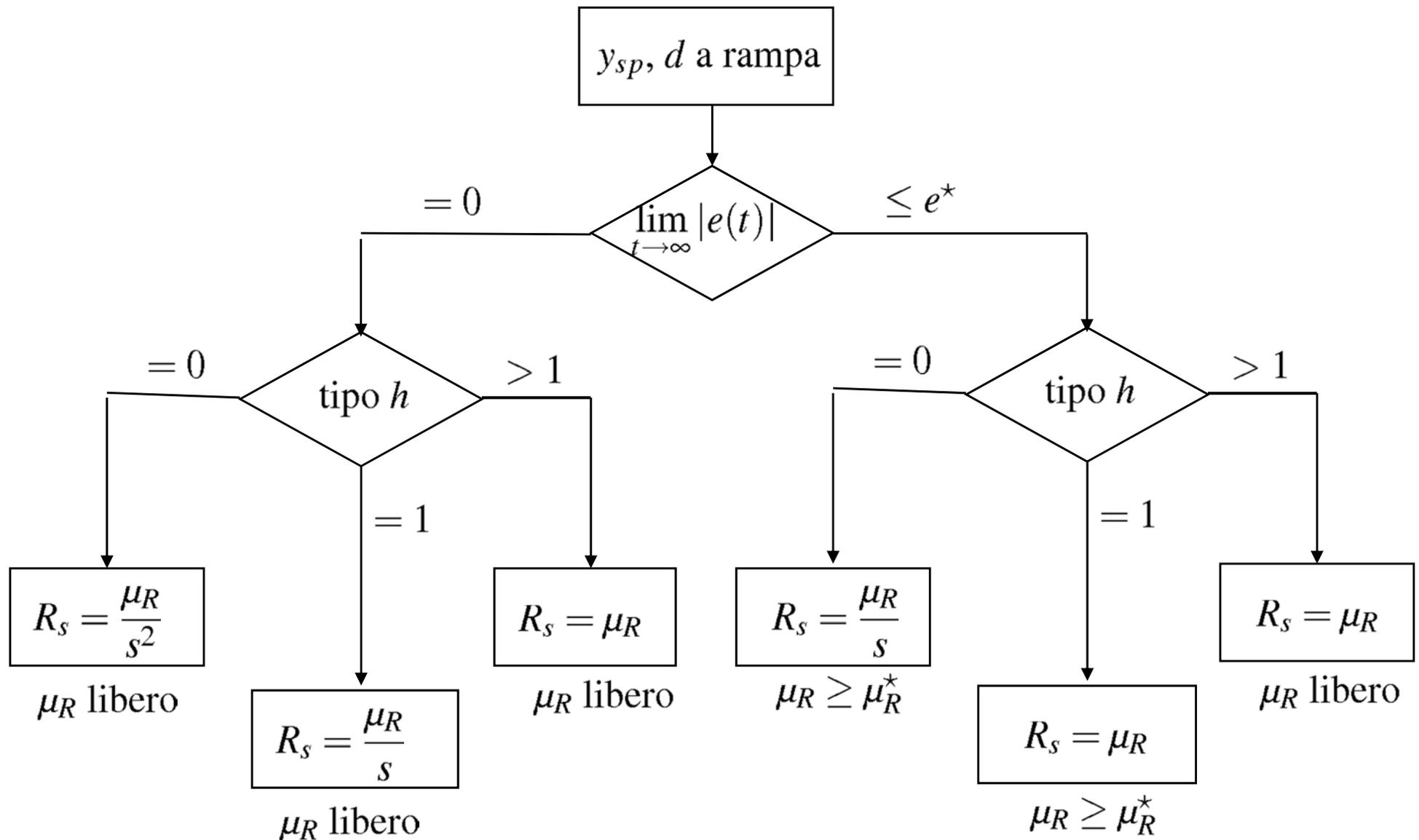
- Soddisfacimento delle specifiche statiche in caso di segnali costanti

h = numero dei poli nell'origine di $G(s)$



Approccio al controllo (1° parte - Progetto $R_s(s)$)

- Soddisfacimento delle specifiche statiche in caso di segnali a rampa



Approccio al controllo (2° parte – Progetto $R_d(s)$)

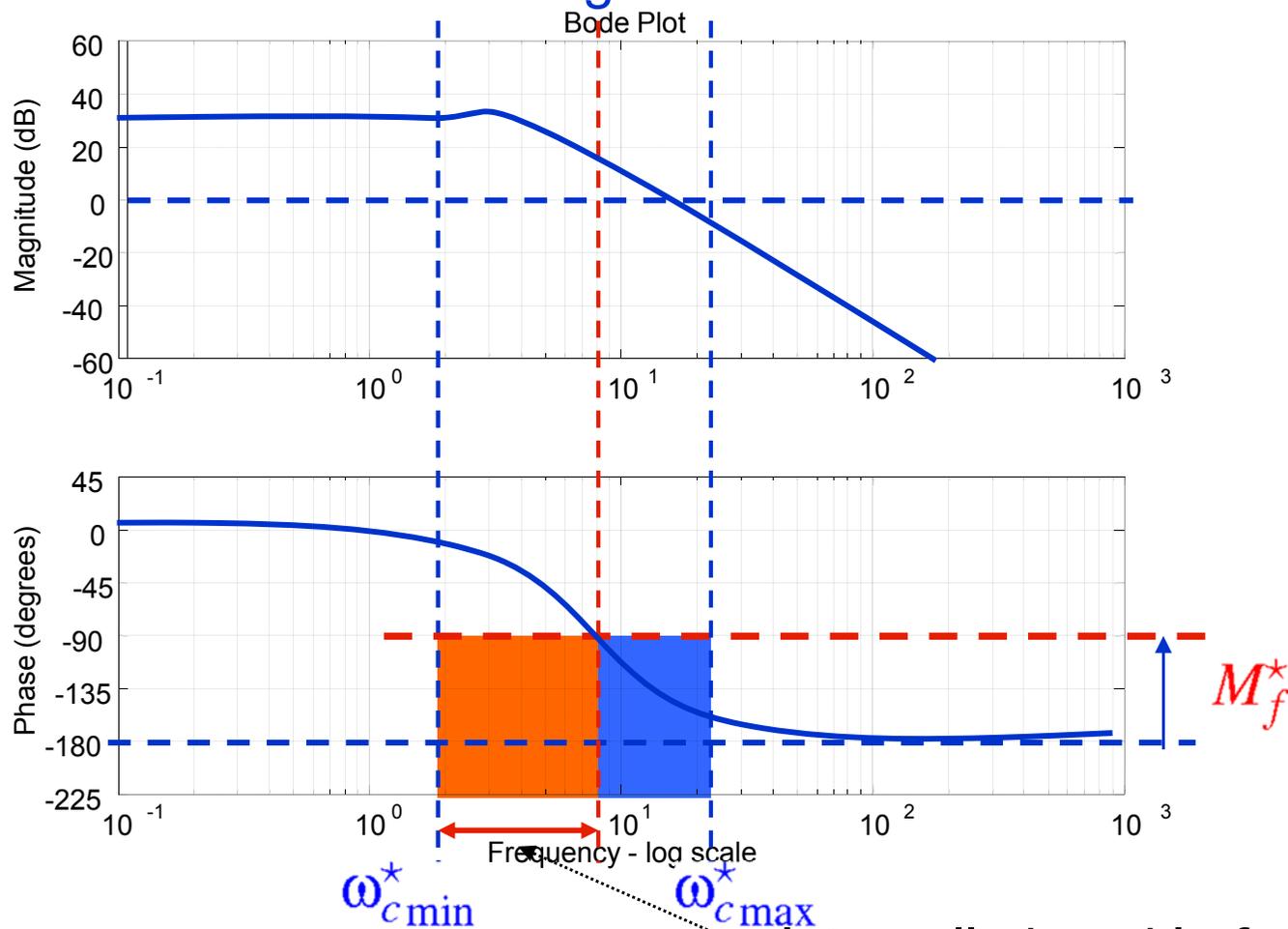
- Gli obiettivi dietro al progetto di $R_d(s)$ sono:
 - Imporre ω_c in un certo intervallo frequenziale
 - Garantire un certo margine di fase
 - Garantire una certa attenuazione e pendenza a frequenze elevate
- Non bisogna apportare modifiche alla parte statica del regolatore, già progettata (ad es. modificando il guadagno statico)

NOTA BENE: tali obiettivi vanno raggiunti lavorando sul sistema esteso

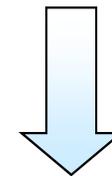
$$G_e(s) = R_s(s) \cdot G(s)$$

Approccio al controllo (2° parte - Progetto $R_d(s)$)

- Anche in questo caso si hanno diverse possibilità:
 - Nel range di valori ammissibili per ω_c esiste un intervallo in cui il valore del margine di fase del sistema esteso è maggiore del limite dato dal margine di fase desiderato



Occorre tramite il progetto di $R_d(s)$ dare attenuazione al fine di avere l'attraversamento di $G_e(j\omega)$ nell'intervallo in cui la fase è buona

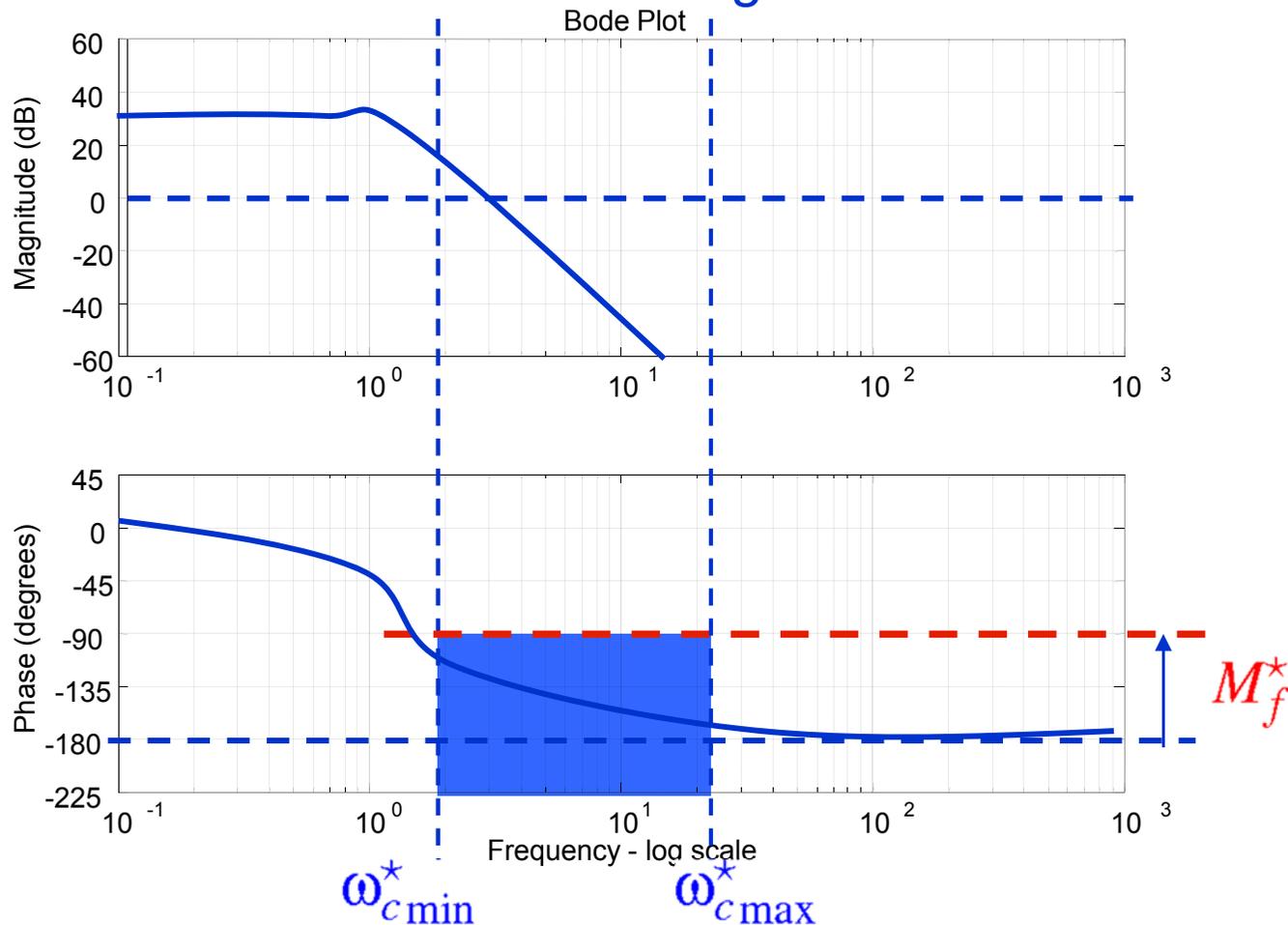


Variazione guadagno statico
Introduzione di poli

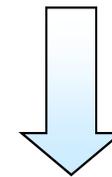
Intervallo in cui la fase è buona

Approccio al controllo (2° parte - Progetto $R_d(s)$)

- Anche in questo caso si hanno diverse possibilità:
 - Nel range di valori ammissibili per ω_c non esistono pulsazioni in cui il valore del margine di fase del sistema esteso è maggiore del limite dato dal margine di fase desiderato



Occorre tramite il progetto di $R_d(s)$ dare anticipo di fase nell'intervallo di attraversamento desiderato



Introduzione di zeri

CONTROLLI AUTOMATICI

Ingegneria Meccanica e Ingegneria del Veicolo

<http://www.dii.unimore.it/~lbiagiotti/ControlliAutomatici.html>

CONTROLLO NEL DOMINIO DELLA FREQUENZA
- FINE

Ing. Luigi Biagiotti

e-mail: luigi.biagiotti@unimore.it

<http://www.dii.unimore.it/~lbiagiotti>