CONTROLLI AUTOMATICI
Ingegneria Meccanica e Ingegneria del Veicolo

http://www.dii.unimore.it/~lbiagiotti/SistemiControllo.html

CONTROLLO IN RETROAZIONE

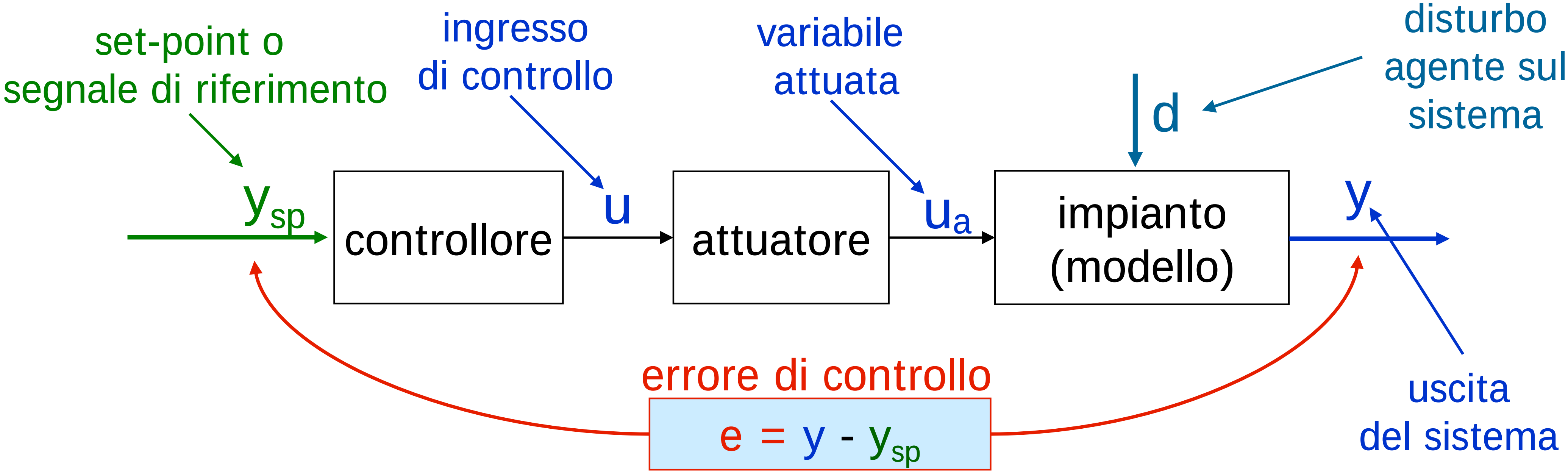
Ing. Luigi Biagiotti

e-mail: luigi.biagiotti@unimore.it

http://www.dii.unimore.it/~lbiagiotti

Considerazioni generali sul controllo

- Elementi di un sistema di controllo



Obiettivo del progetto del sistema di controllo:

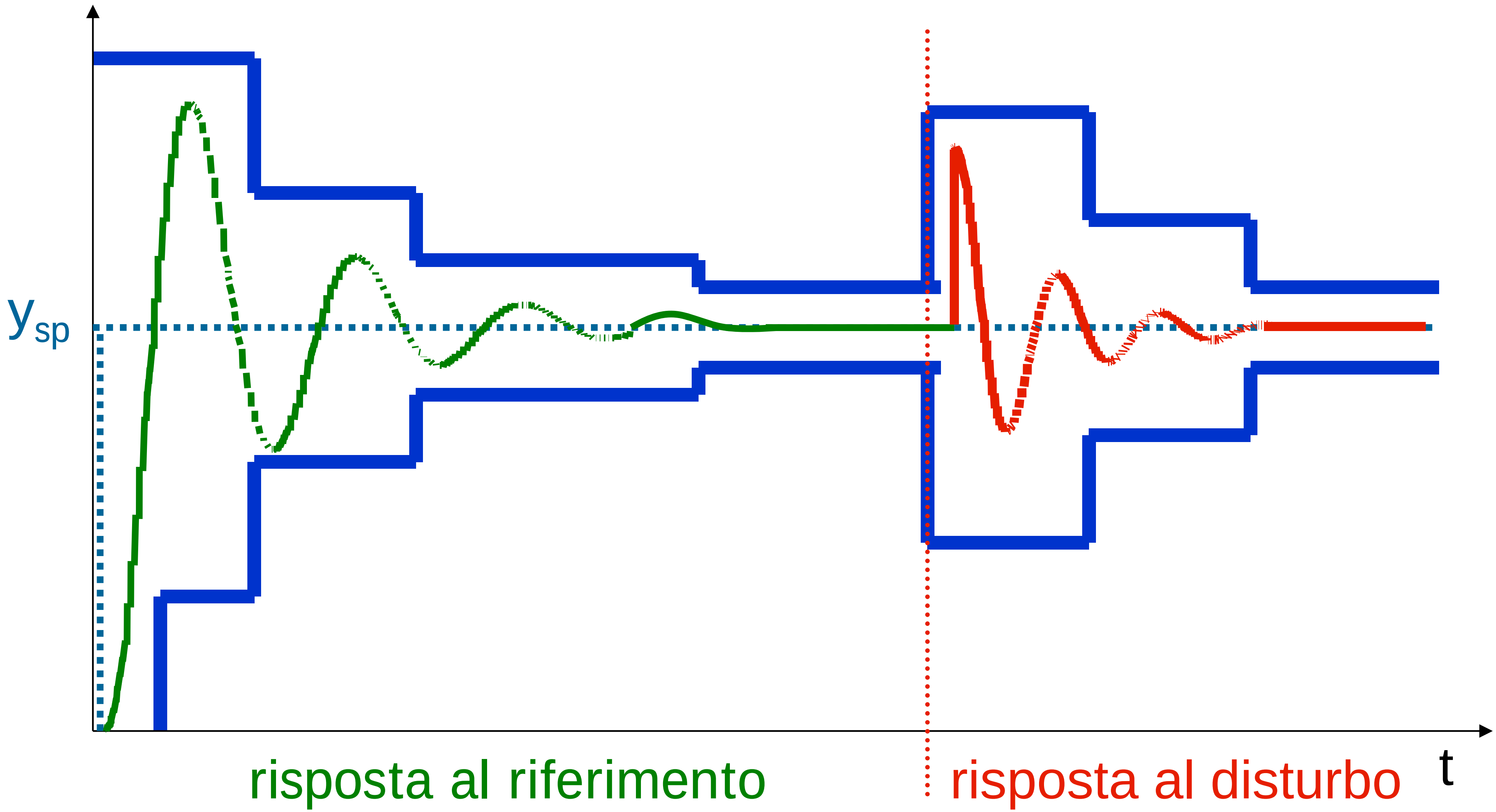
- garantire che **l'errore di controllo (e) sia il più piccolo possibile** e cioè
- **y** segua il più fedelmente possibile $\mathbf{y_{sp}}$
  - in presenza di disturbi (d) non misurabili
  - in presenza di incertezze sui parametri del modello
  - con azioni di controllo (u) limitate

Considerazioni generali sul controllo

- Requisiti di un sistema di controllo
  - stabilità
    - $|e|$ limitato $\forall$ t
  - prestazioni statiche
    - valore dell'errore (modulo) a regime (esaurito il transitorio)
      - con segnale di riferimento e/o di disturbo standard
        - gradino, rampa,...
  - prestazioni dinamiche
    - caratteristiche del transitorio
      - segnali di riferimento standard

Considerazioni generali sul controllo

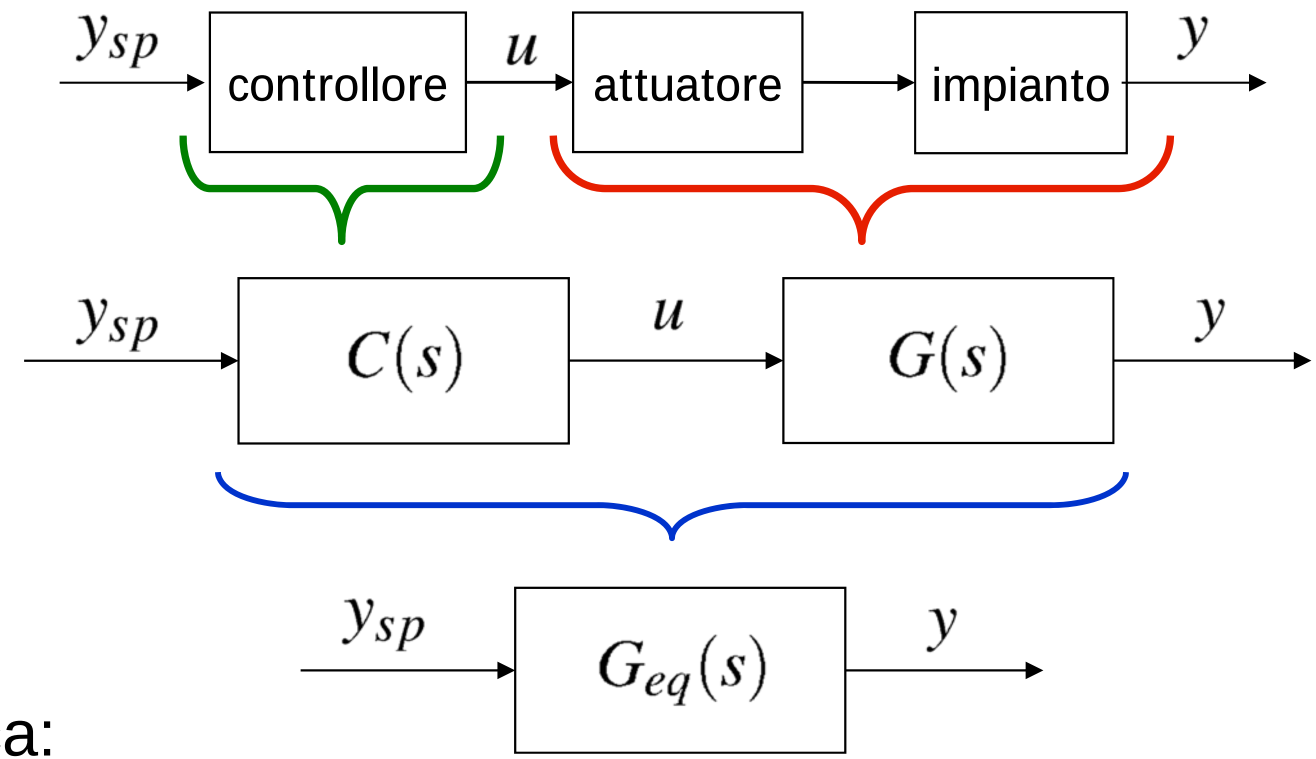
- Requisiti di un sistema di controllo
- regione di ammissibilità della risposta al gradino



Controllo ad azione diretta

sintesi diretta

$$C(s) = \frac{1}{G(s)} G_{eq}(s)$$



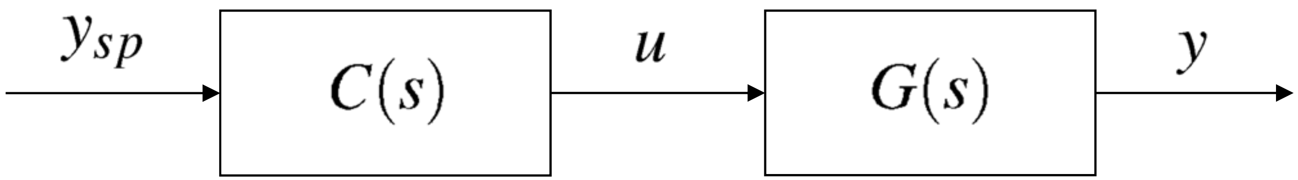
- Prestazione dinamica:
  - scelta di $G_{eq}(s)$
- Prestazione statica:
  - $y_\infty = y_{sp} \implies \lim_{s \to 0} s G_{eq}(s) Y_{sp}(s) = y_{sp}(\infty)$

Diversi problemi realizzativi, utile come concetto

Sintesi diretta

sintesi diretta

$$C(s) = \frac{1}{G(s)} G_{eq}(s)$$



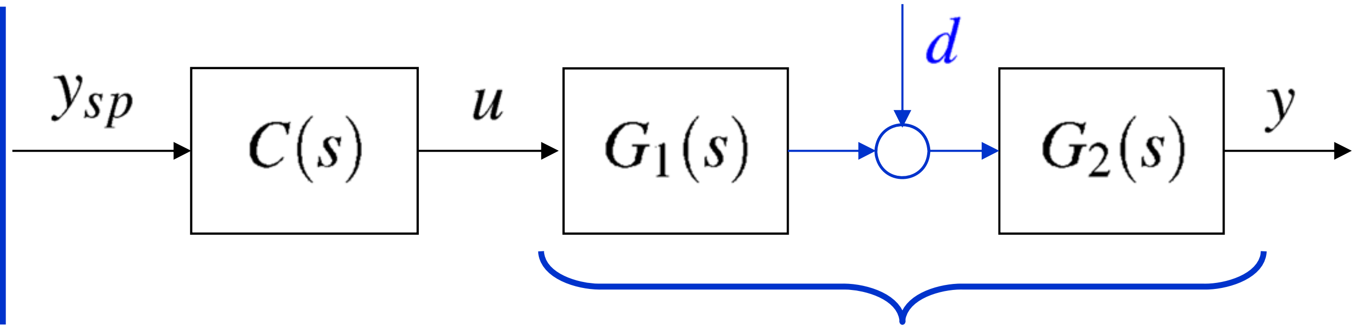
idealmente:

$$\frac{Y(s)}{Y_{sp}(s)} = C(s)G(s) = \frac{1}{\cancel{G(s)}} G_{eq}(s)\cancel{G(s)} \Rightarrow \boxed{Y(s) = G_{eq}(s)Y_{sp}(s)}$$

- Tuttavia il controllore opera senza possedere informazioni circa il **reale** andamento dell'uscita y(t), diverso da quello **ideale** per effetto di
  - **disturbi**
  - **errori del modello G(s)**
  - **variazioni parametriche**

sintesi diretta

$$C(s) = \frac{1}{G(s)} G_{eq}(s)$$



$$G(s) = G_1(s) G_2(s)$$

Effetto dei disturbi sull'uscita:

$$Y = C(s)G(s)Y_{sp} + G_2(s)D$$

sovrapposizione degli effetti

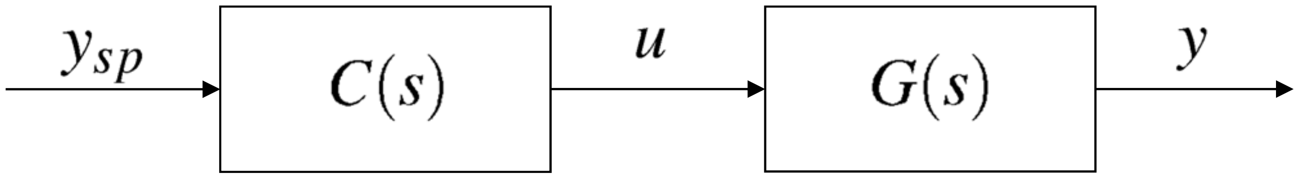
$$Y = \frac{1}{\cancel{G(s)}} G_{eq}(s) \cancel{G(s)} Y_{sp} + \boxed{G_2(s)D}$$

Errore sull'uscita: il controllore non agisce sul disturbo che resta invariato

Azione diretta e variazioni parametriche

sintesi diretta

$$C(s) = \frac{1}{G(s)} G_{eq}(s)$$



Variazione del plant per effetto della variazione di un parametro:

$$\alpha = \alpha_{nom} + \Delta\alpha \implies G(s,\alpha) = G_{nom}(s) + \Delta G(s)$$

$$G_{nom}(s) = G(s,\alpha_{nom})$$

$$\Delta G(s) = \left.\frac{\partial G}{\partial \alpha}\right|_{\alpha=\alpha_{nom}} \Delta\alpha$$

Nella sintesi si assume: $G(s) = G_{nom}(s)$

$$\Downarrow$$

$$\frac{Y(s)}{Y_{sp}(s)} = C(s)G(s) = \frac{1}{\cancel{G_{nom}(s)}} G_{eq}(s)\left[\cancel{G_{nom}(s)} + \Delta G(s)\right]$$

$$\Downarrow$$

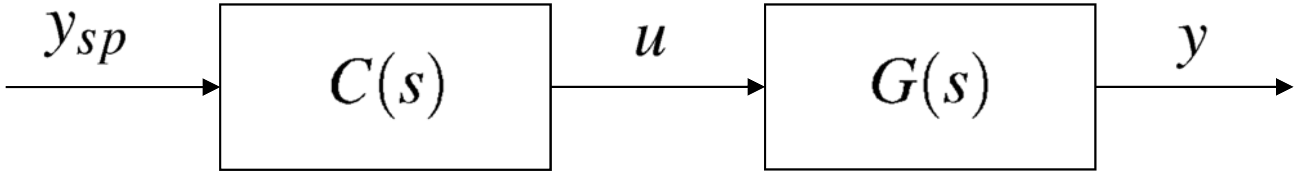
Errore sull'uscita

$$Y(s) = \left[G_{eq}(s) + \boxed{\frac{G_{eq}(s)}{G_{nom}(s)}\Delta G(s)}\right] Y_{sp}(s)$$

Azione diretta ed errori di modello

sintesi diretta

$$C(s) = \frac{1}{\boxed{G(s)}} G_{eq}(s)$$



Errore di modello: $G(s) = \boxed{G_{nom}(s)} \Delta G(s)$

Nella sintesi si assume: $G(s) = G_{nom}(s)$

$$\frac{Y(s)}{Y_{sp}(s)} = C(s)G(s) = \frac{1}{\cancel{G_{nom}(s)}} G_{eq}(s)\cancel{G_{nom}}(s)\Delta G(s)$$

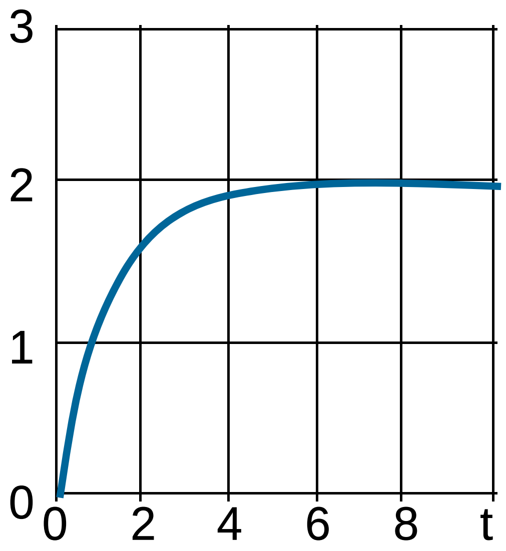
Errore sull'uscita

$$Y(s) = G_{eq}(s)\boxed{\Delta G(s)}Y_{sp}(s)$$

Esempi di controllo ad azione diretta

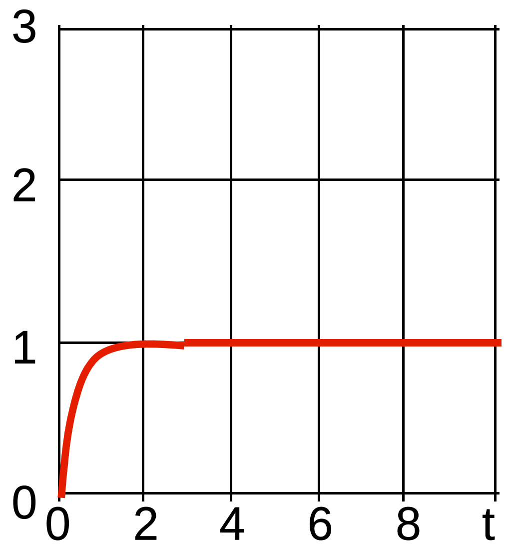
Sistema da controllare

$$Y = \frac{2}{s+1}X$$



Dinamica desiderata

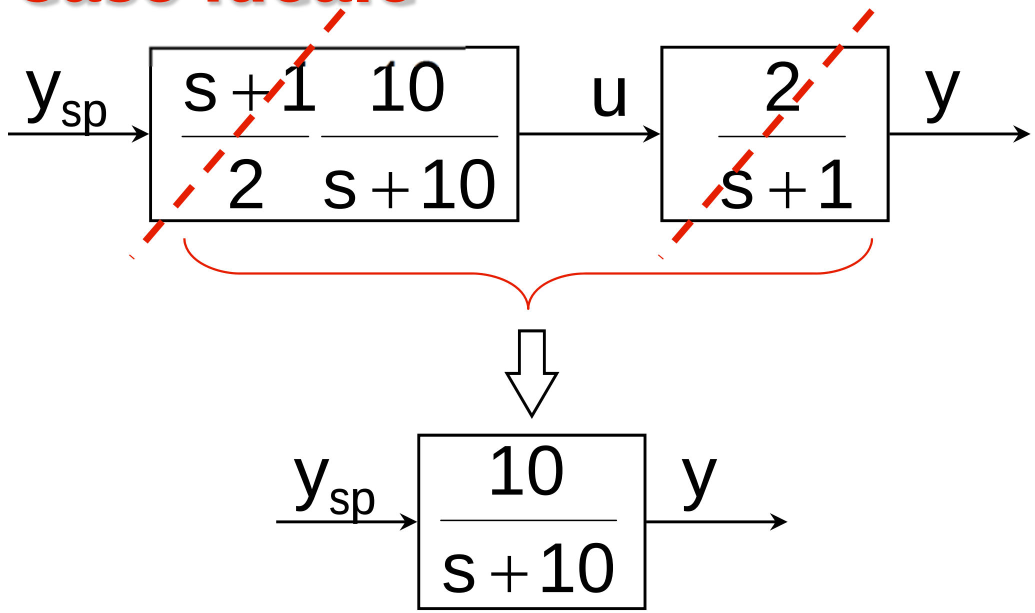
$$G_{eq}(s) = \frac{10}{s+10}$$



sintesi diretta

$$C(s) = \frac{1}{G(s)}G_{eq}(s)$$

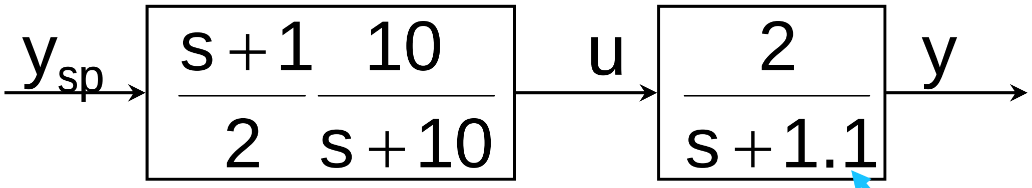
Caso ideale

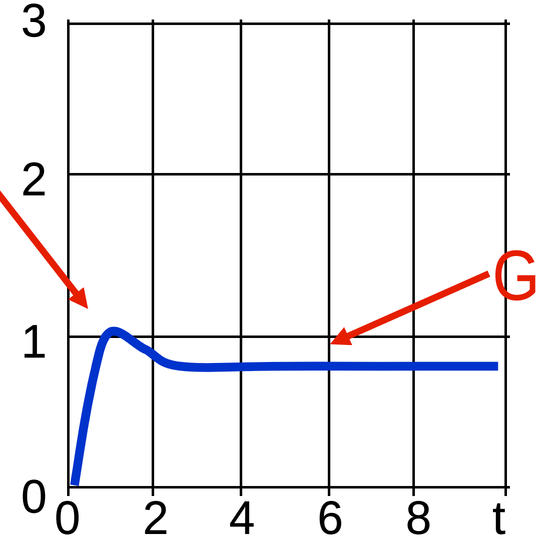


Esempi di controllo ad azione diretta

cancellazione imperfetta polo/zero

variazione dei parametri

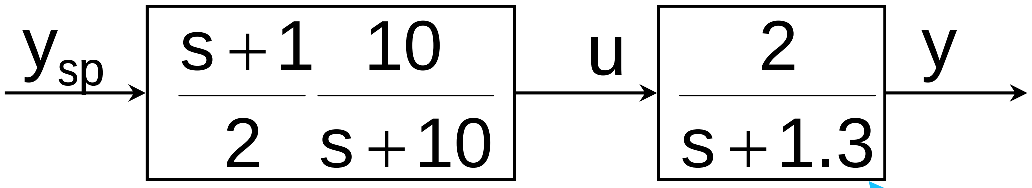


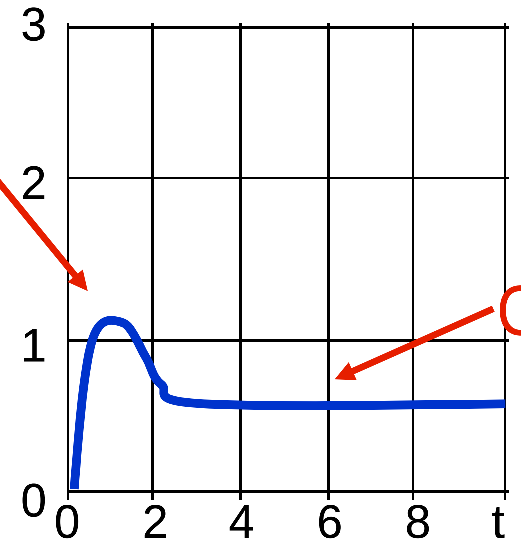


G < 1

la dinamica
dello zero
prevale

variazione dei parametri





G < 1

Sintesi diretta

Il progetto per sintesi diretta non è sempre possibile:

- **Sistemi con ritardo**

$$G(s) = \frac{e^{-\theta s} N(s)}{D(s)} \quad \rightarrow \quad \frac{1}{G(s)} = \frac{e^{\theta s} D(s)}{N(s)} \quad ??$$

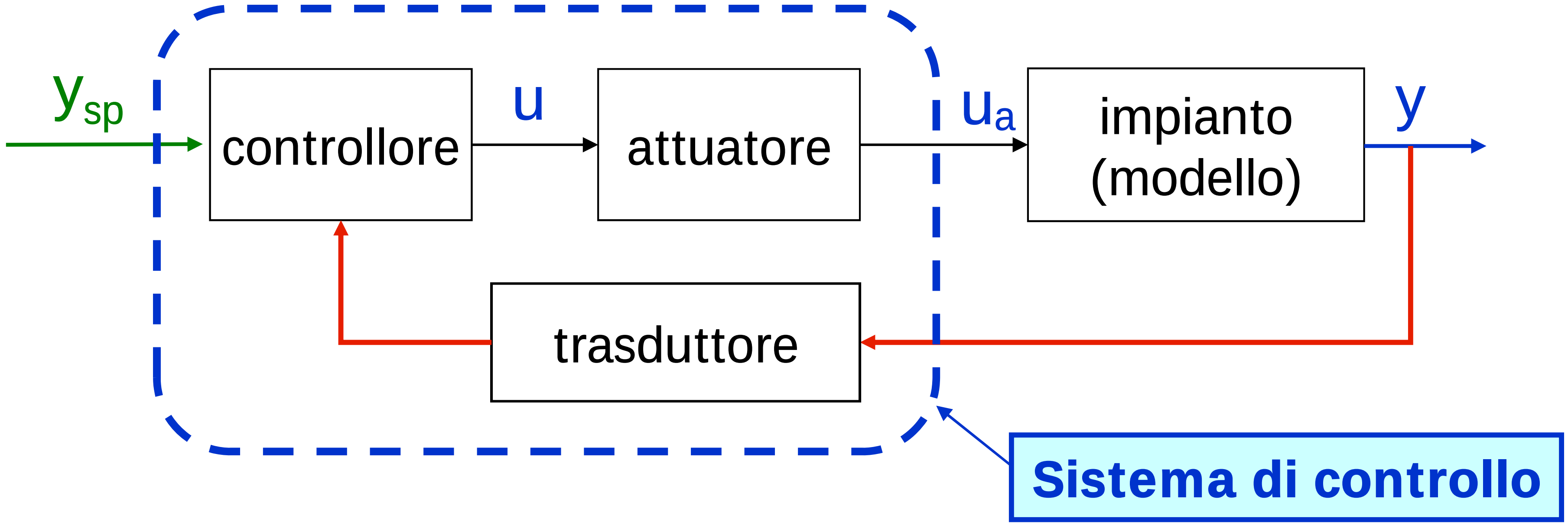
- **Sistemi non a fase minima**
  - **Poli e/o zeri non stabili**

- **Sistemi (non strettamente) propri**

$$G(s) = \frac{10}{s+10} \quad \rightarrow \quad \frac{1}{G(s)} = \frac{s+10}{10} \quad ??$$

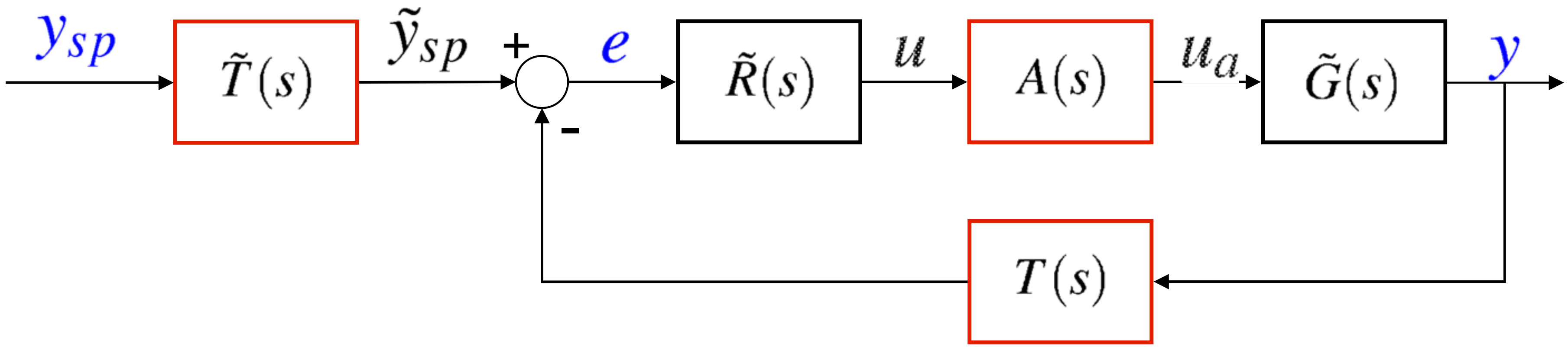
Controllo in retroazione

- Per limitare i problemi dei controllori in azione diretta, ricorriamo alla retroazione



- Consente di fornire al controllore informazioni circa l'**andamento effettivo dell'uscita y(t)**
- Costi maggiori per la presenza del trasduttore di misura
  - Sono retroazionabili solo le variabili accessibili alla misura

Schema di controllo in retroazione



$T(s)$: trasduttore di misura

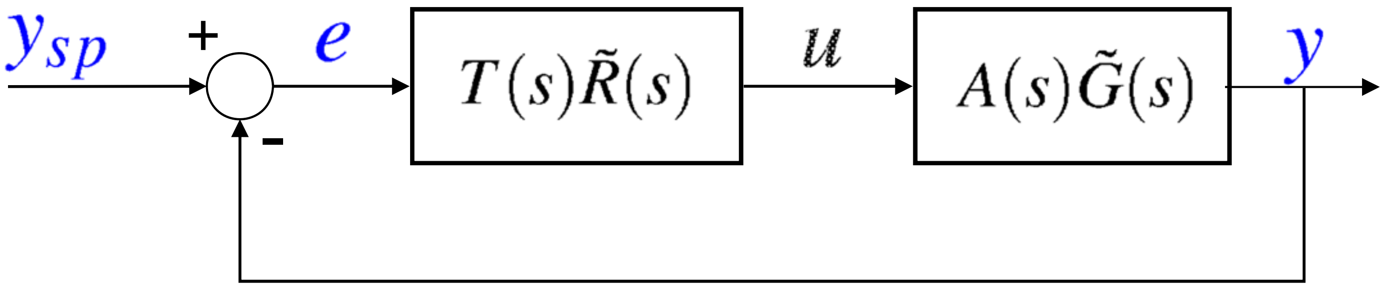
$A(s)$: attuatore

$\tilde{T}(s)$: replica dinamica del sensore

$\tilde{R}(s)$: regolatore

$\tilde{G}(s)$: impianto da controllare

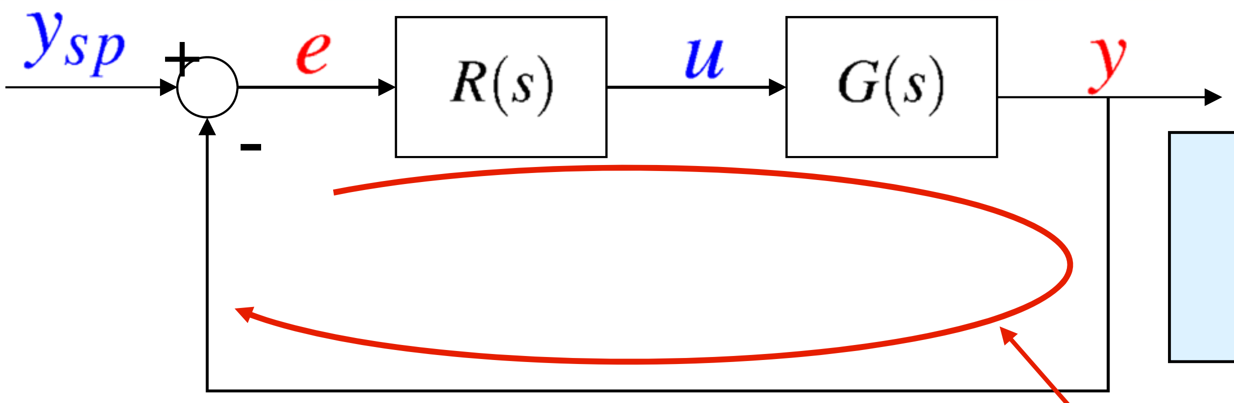
- Schema equivalente in **retroazione unitaria**



$$\mathbf{R}(\mathbf{s}) = T(s)\tilde{R}(s)$$

$$\mathbf{G}(\mathbf{s}) = A(s)\tilde{G}(s)$$

Schema di controllo in retroazione



$$Y = \frac{R(s)G(s)}{1+\boxed{R(s)G(s)}}Y_{sp}$$

fdt di anello L(s)

- Utilizzando il guadagno di anello L(s) otteniamo le seguenti fdt:

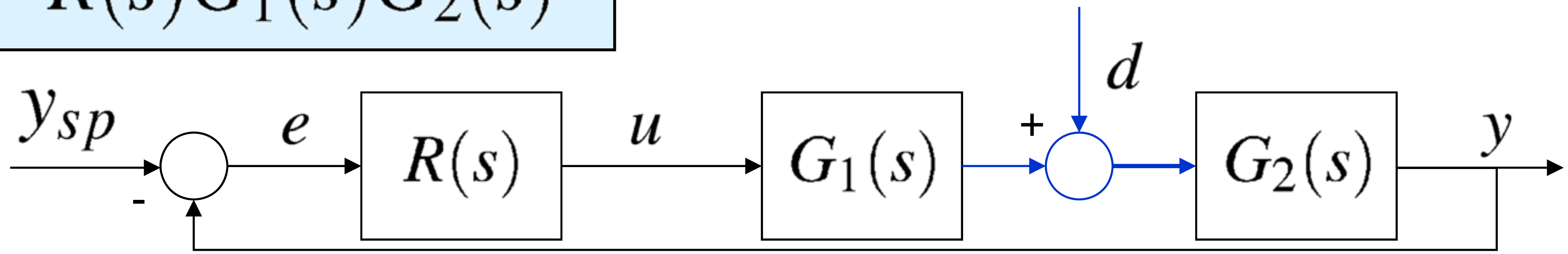
$$\mathbf{F}(\mathbf{s}) = \frac{L(s)}{1+L(s)} = \frac{Y}{Y_{sp}}$$

$$\mathbf{Q}(\mathbf{s}) = \frac{R(s)}{1+L(s)} = \frac{U}{Y_{sp}}$$

$$\mathbf{S}(\mathbf{s}) = \frac{1}{1+L(s)} = \frac{E}{Y_{sp}}$$

Retroazione e disturbi

$$\boxed{L(s) = R(s)G_1(s)G_2(s)}$$

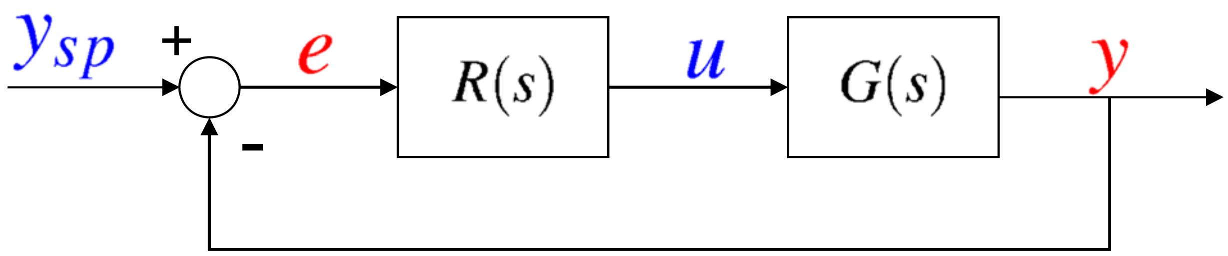


$$Y = \frac{L(s)}{1+L(s)}Y_{sp} + \frac{G_2(s)}{1+L(s)}D \quad \Rightarrow \quad Y = F(s)Y_{sp} + G_2(s)S(s)D$$

$$\boxed{\text{Se } \forall \mathbf{s} : \mathbf{L(s)} \gg \mathbf{1} \quad \Rightarrow \quad \begin{cases} F(s) \cong 1 \\ G_2(s)S(s) \cong \dfrac{1}{R(s)G_1(s)} \end{cases}}$$

- **Se il guadagno di anello L(s) è sufficientemente elevato**
  - **l'uscita y segue fedelmente l'ingresso y_{ref}**
  - **il disturbo d risulta attenuato**

Retroazione e variazioni parametriche



Variazione del plant per effetto della variazione di un parametro:

$$\alpha = \alpha_{nom} + \Delta\alpha \quad \Longrightarrow \quad G(s) = G_{nom}(s) + \Delta G(s)$$

$$\begin{aligned}
\Delta F(s) &= \left.\frac{\partial F}{\partial \alpha}\right|_{\alpha=\alpha_{nom}} \Delta\alpha = \left.\frac{\partial F}{\partial G}\frac{\partial G}{\partial \alpha}\right|_{\alpha=\alpha_{nom}} \Delta\alpha \\
&= \frac{\partial}{\partial G}\left(\frac{RG}{1+RG}\right)\Delta G = \frac{R(s)}{(1+R(s)G(s))^2}\Delta G
\end{aligned}$$

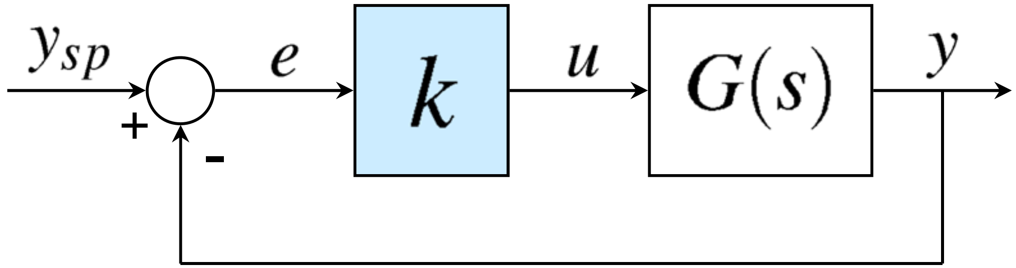
$$\Longrightarrow \quad \boxed{\frac{\Delta F(s)}{F(s)} = \frac{1}{1+R(s)G(s)}\frac{\Delta G}{G}}$$

- Se il guadagno di anello L(s) è sufficientemente elevato, variazioni della fdt G(s) vengono attenuate nella fdt del sistema retroazionato

Sistemi di controllo in retroazione

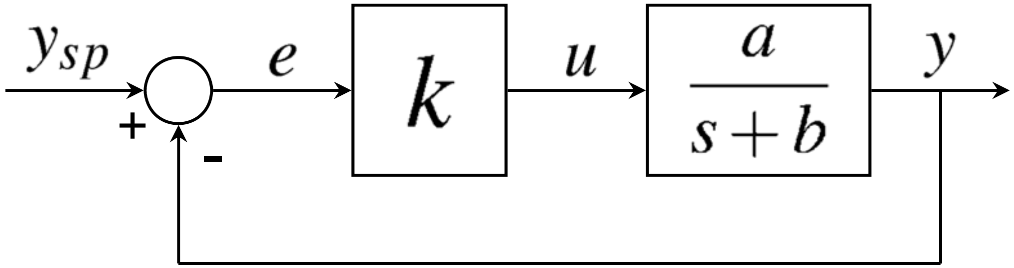
- Requisiti
  - Stabilità
    - in condizioni nominali
    - in condizioni perturbate (stabilità robusta)
  - Prestazioni
    - statiche in condizioni nominali
      - per diverse tipologie di segnali di ingresso (y_{sp}, d, n)
        - valori a regime
    - dinamiche in condizioni nominali
      - per variazioni a gradino dei segnali di ingresso (y_{sp}, d, n)
        - tempo di assestamento, massimo sorpasso
        - banda passante, picchi di risonanza
        - moderazione dell'azione di controllo
    - statiche e dinamiche in condizioni perturbate (prestazioni robuste)
      - errori di modello, variazione dei parametri

- Controllo proporzionale - calcolo della fdt



$$Y = \frac{kG}{1+kG} Y_{sp}$$

Sistema del 1° ordine



$$F(s) = \frac{ka}{s + \boxed{b+ka}}$$

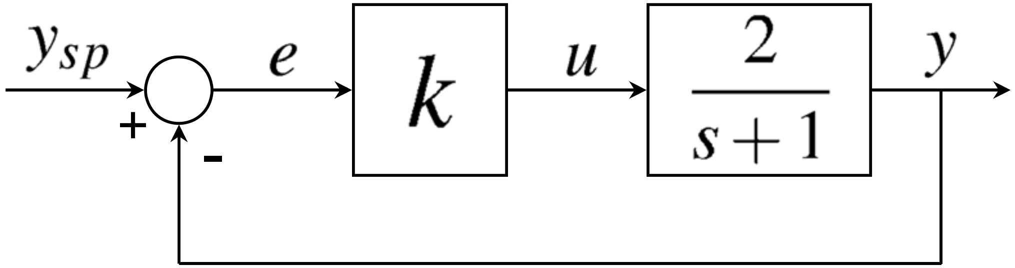
nuovo polo

al crescere di k:

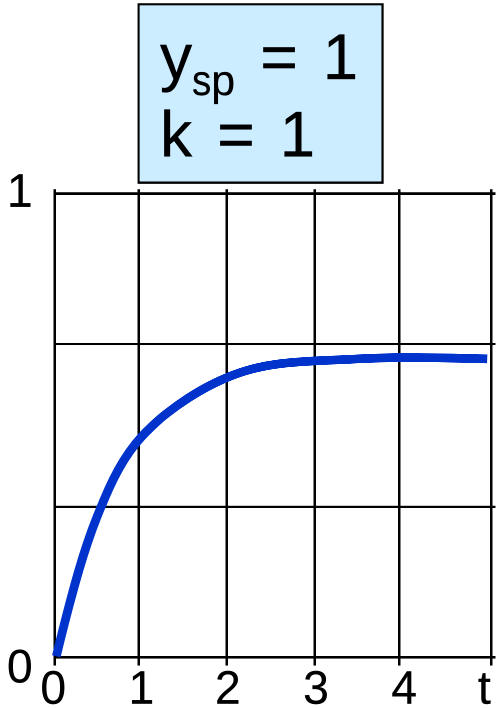
- **il guadagno tende ad 1**
- **il polo (reale) si sposta a sinistra**

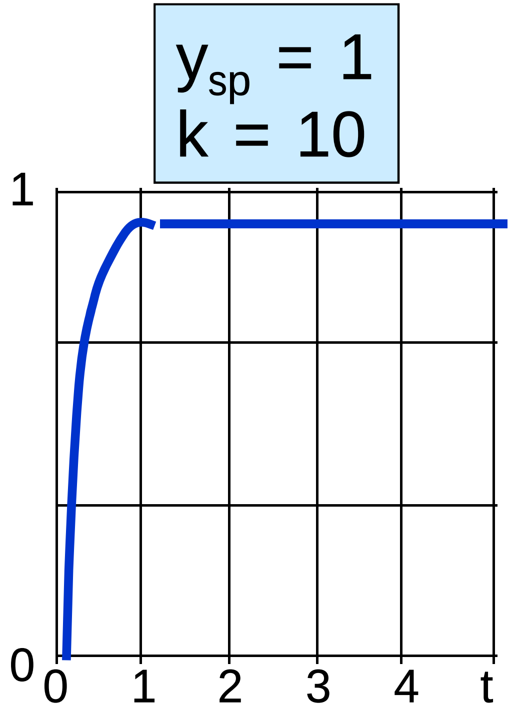
Esempi di controllo in retroazione

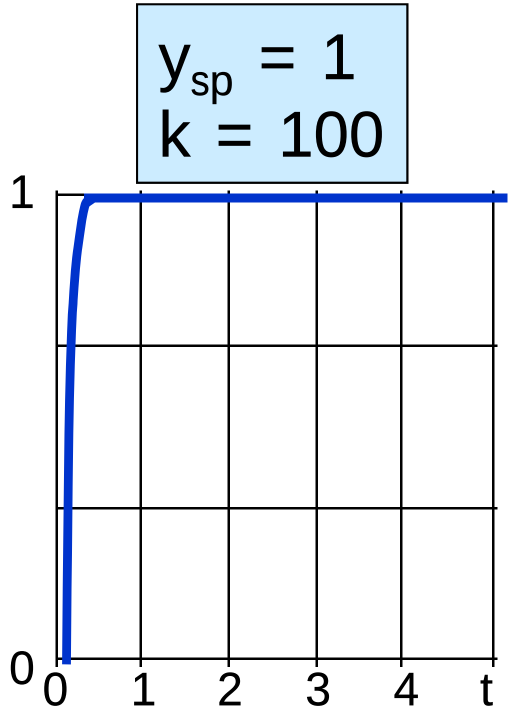
- Sistema del 1° ordine con controllo proporzionale
  - **condizioni nominali**



- Risposte al gradino

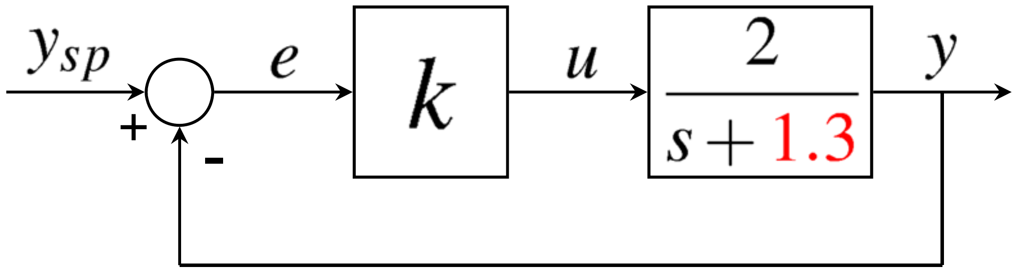




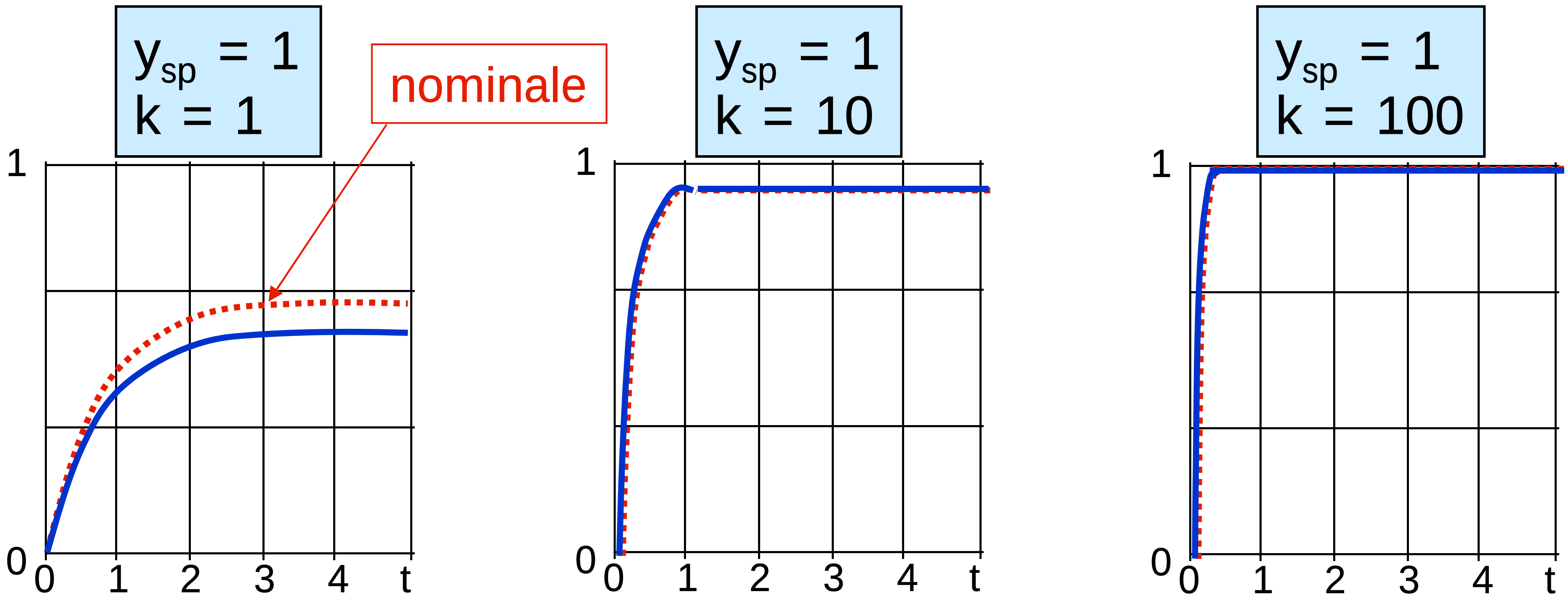


Esempi di controllo in retroazione

- Sistema del 1° ordine con controllo proporzionale
  - **variazione dei parametri**



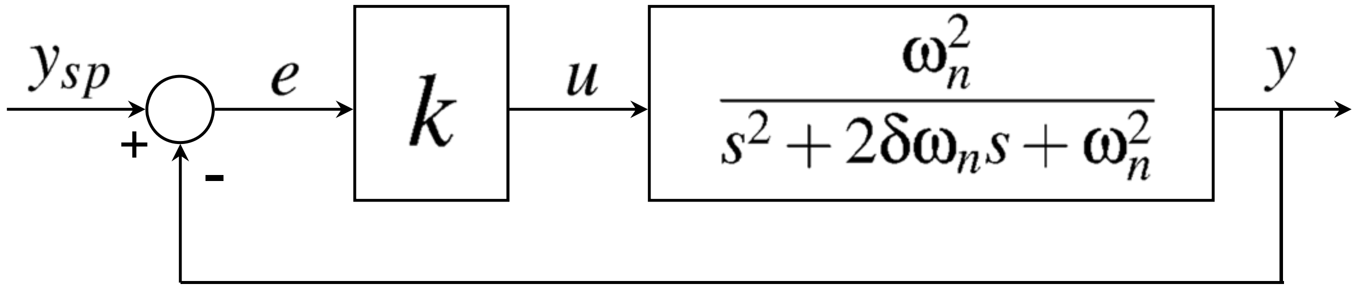
- Risposte al gradino



Esempi di controllo in retroazione

- Controllo proporzionale – sistema del 2° ordine

Calcolo della fdt



$$F(s) = \frac{\frac{k}{1+k}\bar{\omega}_n^2}{s^2 + 2\bar{\delta}\bar{\omega}_n s + \bar{\omega}_n^2}$$

$$\bar{\delta} = \frac{\delta}{\sqrt{1+k}}$$

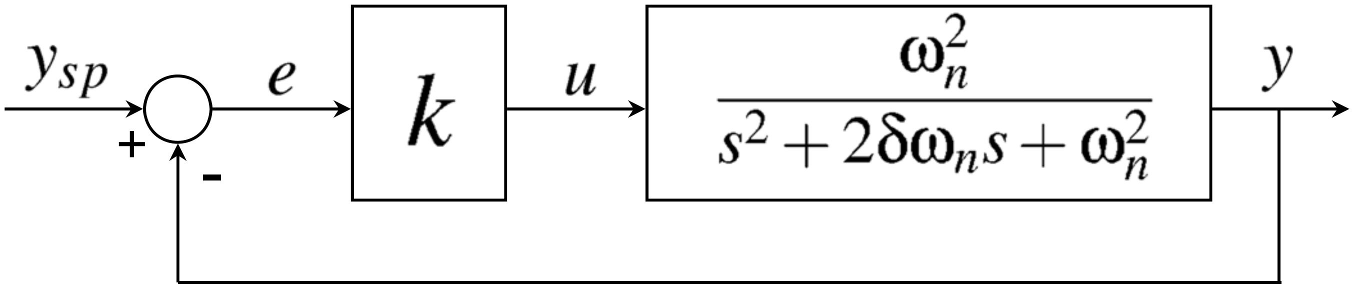
$$\bar{\omega}_n = \omega_n\sqrt{1+k}$$

al crescere di k:

- **il guadagno tende ad 1**
- $\bar{\delta} \to \mathbf{0}$ e $\bar{\omega}_\mathbf{n} \to \infty$

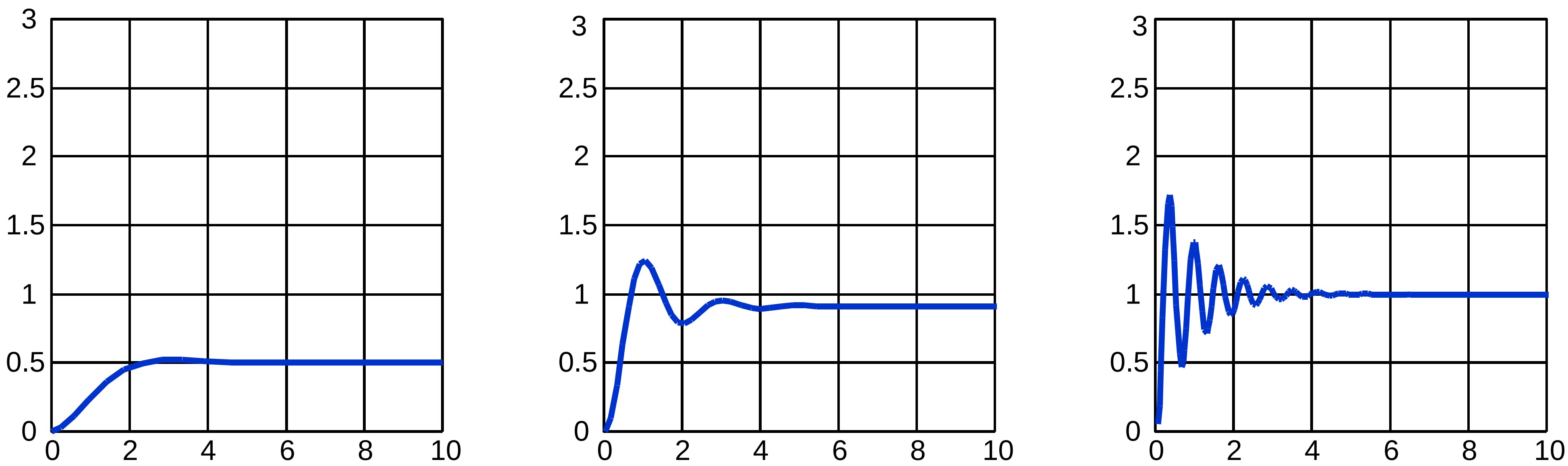
Esempi di controllo in retroazione

- Sistema del 2° ordine in retroazione unitaria
  - **condizioni nominali**



$$\delta = 1$$
$$\omega_n = 1$$

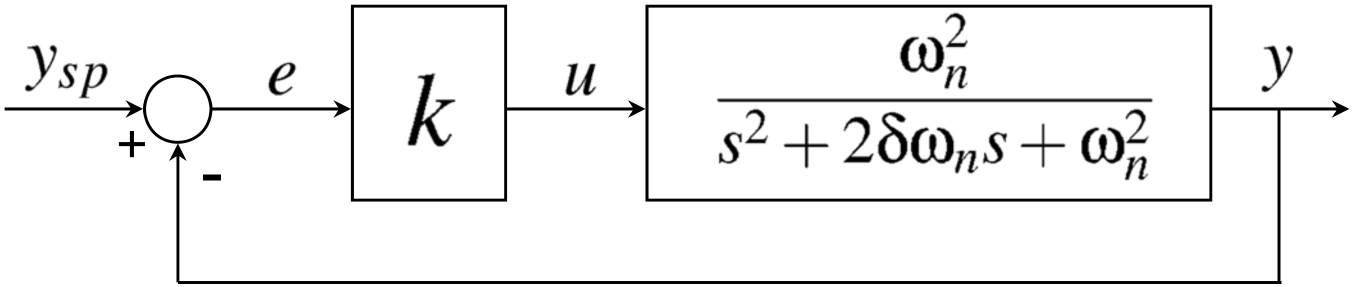
- Risposte al gradino



k = 1 k = 10 k = 100

Esempi di controllo in retroazione

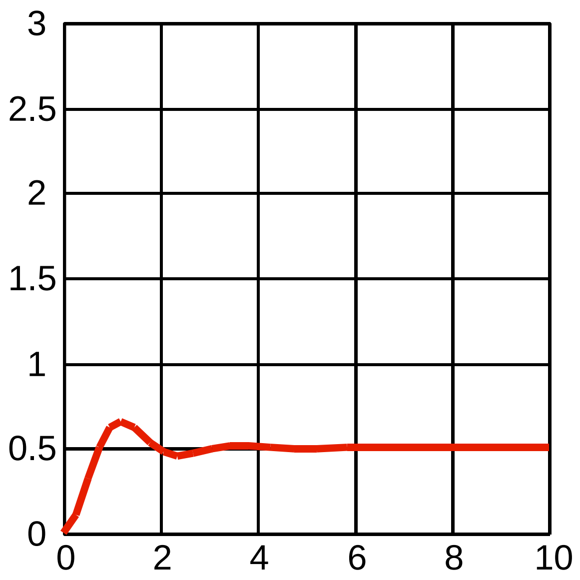
- Sistema del 2° ordine in retroazione unitaria
  - **variazione dei parametri**



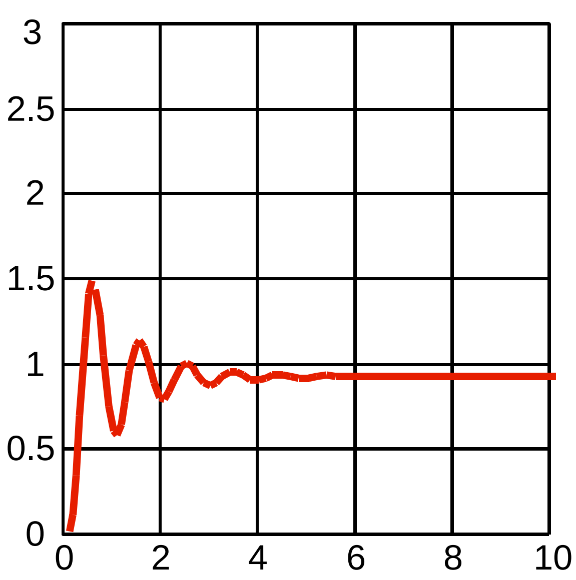
$\delta = 1$

$\omega_n = 2$

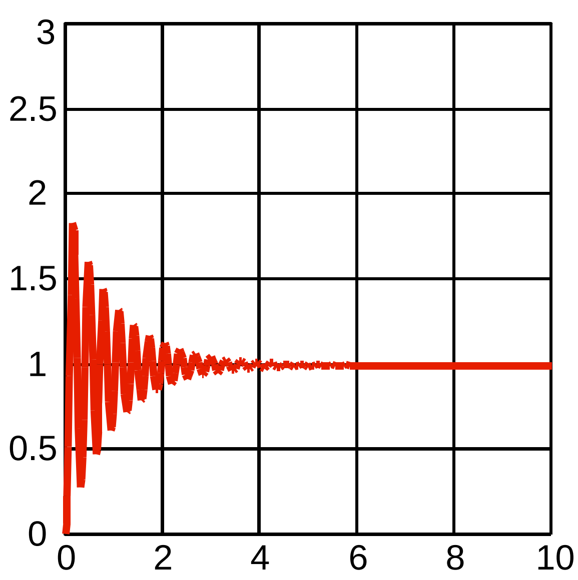
- Risposte al gradino



k = 1



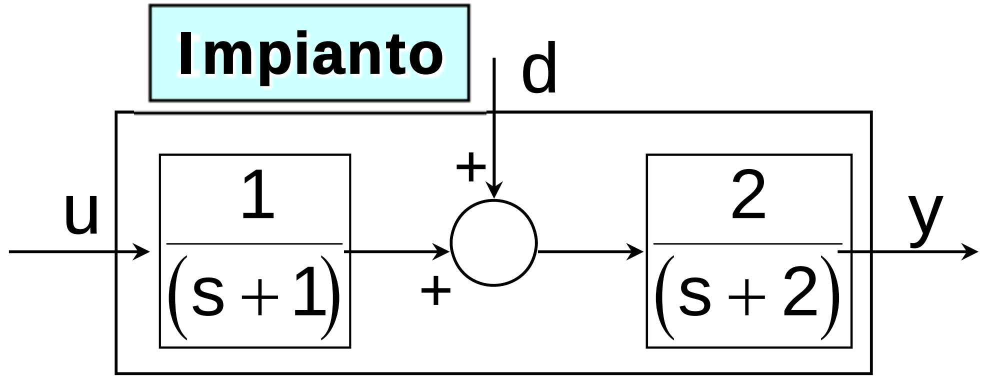
k = 10

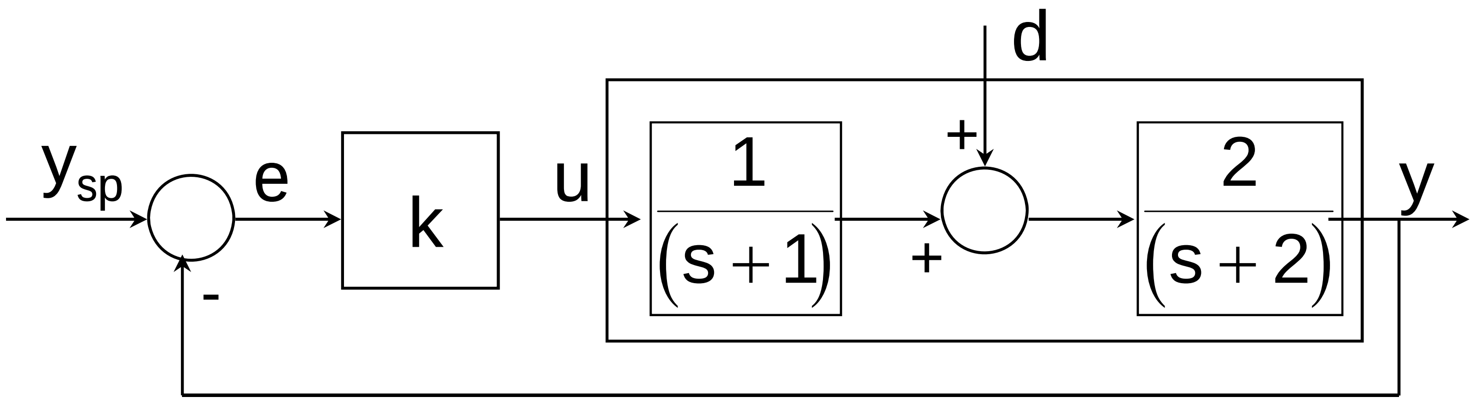


k = 100

Esempi di controllo in retroazione

- Sensitività ai disturbi

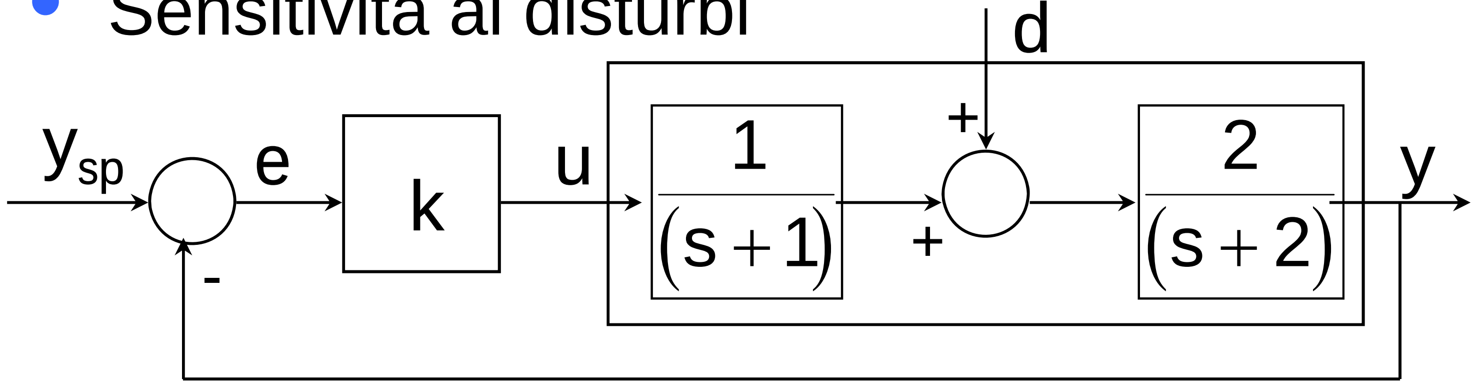




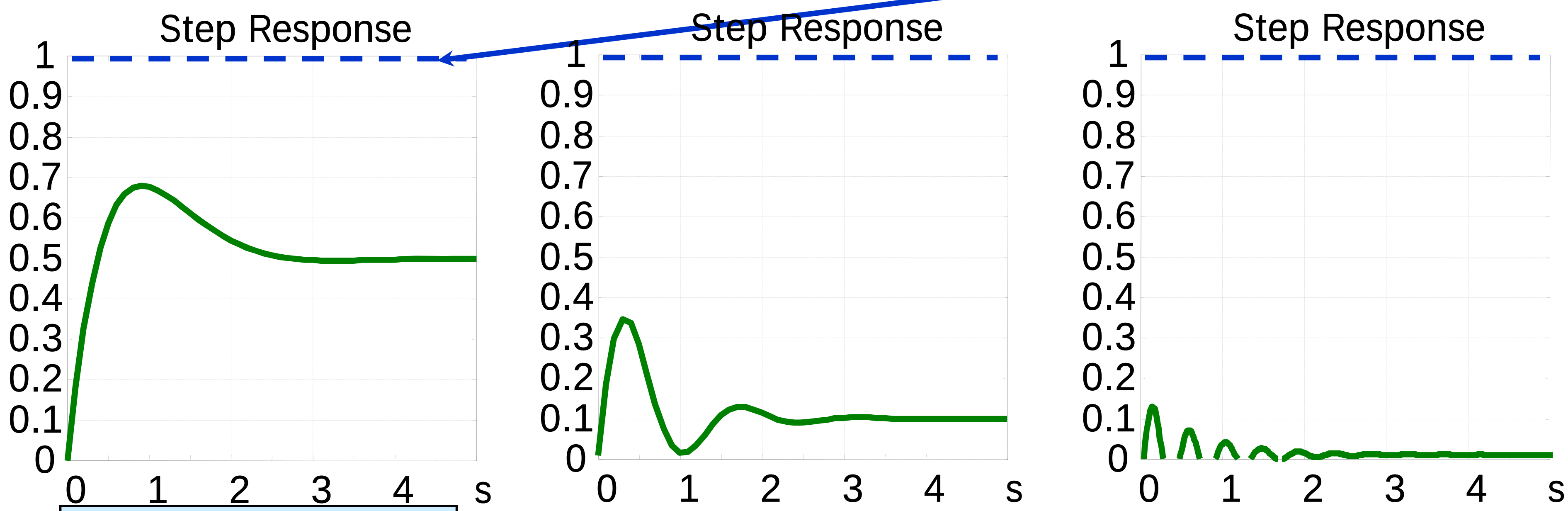
Sistema di controllo in retroazione

Esempi di controllo in retroazione

- Sensitività ai disturbi



valore del disturbo senza controllo



$y_{sp} = 0,\ d = 1$
$k = 1$

$y_{sp} = 0,\ d = 1$
$k = 10$

$y_{sp} = 0,\ d = 1$
$k = 100$

CONTROLLI AUTOMATICI
Ingegneria Meccanica e Ingegneria del Veicolo

http://www.dii.unimore.it/~lbiagiotti/SistemiControllo.html

CONTROLLO IN RETROAZIONE
FINE

Ing. Luigi Biagiotti

e-mail: luigi.biagiotti@unimore.it

http://www.dii.unimore.it/~lbiagiotti