

Sistemi di Controllo - Controlli Automatici (Parte B)

Ingegneria Meccanica e Ingegneria del Veicolo

Compito del 14 settembre 2020 - Quiz

Per ciascuno dei seguenti quesiti, riportare nel modulo fornito le lettere relative alle risposte che si ritengono corrette. Alcuni quesiti possono avere più risposte corrette.

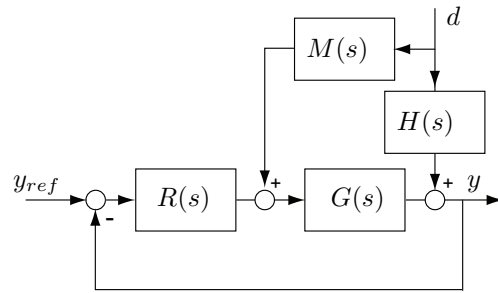
I quiz si ritengono superati se vengono individuate almeno metà delle risposte esatte (punti 5.5 su 11), diversamente il compito verrà ritenuto insufficiente a prescindere dal risultato della seconda prova.

1. Se un impianto controllato con un sistema di controllo in retroazione unitaria negativa, che fissa la pulsazione di attraversamento a $\omega_c = 4$ rad/s, è caratterizzato da un ritardo temporale $\tau = 0.2$ s, di cui non si è tenuto in conto, qual è il minimo margine di fase della funzione d'anello che garantisce comunque la stabilità del sistema retroazionato?

- A. $M_f = 0.8^\circ$
- B. $M_f = 2.8^\circ$
- C. $M_f = 20^\circ$
- D. $M_f = 45.8^\circ$

2. In riferimento al sistema di figura, la funzione di trasferimento tra il disturbo d e l'uscita y risulta:

- A. $\frac{Y(s)}{D(s)} = H(s) + M(s)G(s)$
- B. $\frac{Y(s)}{D(s)} = \frac{H(s) + M(s)G(s)}{1 + R(s)G(s)}$
- C. $\frac{Y(s)}{D(s)} = H(s) + \frac{M(s)G(s)}{1 + R(s)G(s)}$
- D. $\frac{Y(s)}{D(s)} = (H(s) + M(s)G(s)) \frac{R(s)G(s)}{1 + R(s)G(s)}$



3. Dato il sistema in retroazione unitaria negativa composto dall'impianto $G(s) = \frac{s+3}{s(s+0.1)(s+15)}$ e dal regolatore $R(s) = 80 \frac{0.15s+1}{s}$:

- A. l'errore a regime per disturbo "d" a gradino sarà nullo
- B. l'errore a regime per disturbo "d" a rampa sarà nullo
- C. l'errore a regime per disturbo "d" sinusoidale con $\omega = 15$ sarà nullo
- D. l'errore a regime per disturbo "d" a rampa sarà finito ma non nullo

4. La banda passante di un filtro elimina-banda ha la seguente struttura:

- A. $[0, \omega_{B1}] \cup [\omega_{B2}, \infty]$
- B. $[0, \omega_B]$
- C. $[\omega_B, \infty]$
- D. $[\omega_{B1}, \omega_{B2}]$

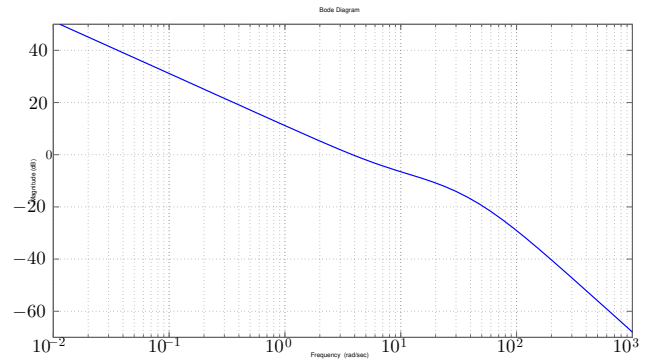
5. Il regolatore $R(s) = \frac{0.6s+1}{0.12s+1}$:

- A. è una rete anticipatrice con $\tau = 0.12$ e $\alpha = 0.5$
- B. è una rete ritardatrice con $\tau = 0.12$ e $\alpha = 0.5$
- C. è una rete ritardatrice con $\tau = 0.6$ e $\alpha = 0.2$
- D. è una rete anticipatrice con $\tau = 0.6$ e $\alpha = 0.2$

6. Un regolatore PID ideale:
- A. si comporta come una rete a ritardo-anticipo
 - B. per ingresso a rampa produce un'azione di controllo infinita
 - C. può essere reso fisicamente realizzabile aggiungendo uno zero ad alta frequenza
 - D. può essere reso fisicamente realizzabile aggiungendo un polo ad alta frequenza

7. Dato un sistema in retroazione unitaria negativa la cui funzione d'anello $L(s)$ è descritta in figura mediante il diagramma di Bode delle ampiezze:

- A. il tempo di assestamento è $T_a \approx 1$ s
- B. il tempo di assestamento è $T_a \approx 0.1$ s
- C. l'errore a regime per ingresso a gradino è nullo
- D. l'errore a regime per ingresso a rampa è nullo



8. La discretizzazione di un regolatore tempo continuo $R(s)$ con il metodo delle differenze all'avanti:

- A. si realizza eseguendo la sostituzione $s = \frac{z-1}{Tz}$
- B. si realizza eseguendo la sostituzione $s = \frac{z-1}{T}$
- C. può produrre un regolatore $R(z)$ instabile (anche se $R(s)$ era stabile)
- D. si realizza eseguendo la sostituzione $s = \frac{1-z^{-1}}{T}$

9. La scelta del periodo di campionamento T per un sistema di controllo digitale è influenzata da:

- A. la presenza di disturbi di misura "n" e la necessità di introdurre un filtro antialiasing
- B. la presenza di disturbi "d" sull'uscita dell'impianto
- C. la pulsazione di incrocio imposta alla funzione d'anello
- D. il massimo peggioramento del margine di fase tollerabile, conseguente all'introduzione ricostruttore di ordine zero

10. Il tuning automatico in anello chiuso di un regolatore PID può essere svolto

- A. sempre, purchè l'impianto sia stabile in catena aperta
- B. solo se l'impianto presenta una risposta al gradino aperiodica
- C. solo se l'impianto ha un margine di ampiezza M_a limitato
- D. solo se l'impianto ha un modello del 1° ordine

Sistemi di Controllo - Controlli Automatici (Parte B)

Ingegneria Meccanica e Ingegneria del Veicolo

Compito del 14 settembre 2020 - Problemi

Nel modulo fornito, riportare le risposte ai seguenti quesiti (si noti che ad ogni domanda corrisponde una posizione ben precisa in cui rispondere). I problemi e le domande a risposta aperta si ritengono superati se vengono conseguiti almeno metà dei punti totali (11 su 22), diversamente il compito verrà ritenuto insufficiente a prescindere dal risultato della prima prova.

1. (**Foglio 1**) Dopo averne fornito la definizione, illustrare il ruolo e l'impiego delle varie funzioni di sensitività incontrate nel corso.

2. (**Fogli 2-3**) Dato l'impianto $G(s) = \frac{200}{s(s + 0.5)(s + 80)}$

a) (**Box 1**) Progettare un regolatore statico $R_s(s)$ che consenta di ottenere

- errore a regime a fronte di un ingresso di riferimento a rampa $\leq 2\%$
- attenuazione di 200 volte di un disturbo sull'uscita "d" sinusoidale a pulsazione $\omega_d = 0.2$ rad/s

b) (**Diagramma di Bode**) Disegnare (nello schema appositamente predisposto) i diagrammi di Bode asintotici di $G_e(s) = R_s(s)G(s)$.

c) (**Box 2-3**) Progettare un regolatore dinamico $R_d(s)$ che realizzi le seguenti specifiche tenendo in considerazione il fatto che alcune di esse potrebbero essere incompatibili tra loro e che al punto e) è richiesta la progettazione di un prefiltro:

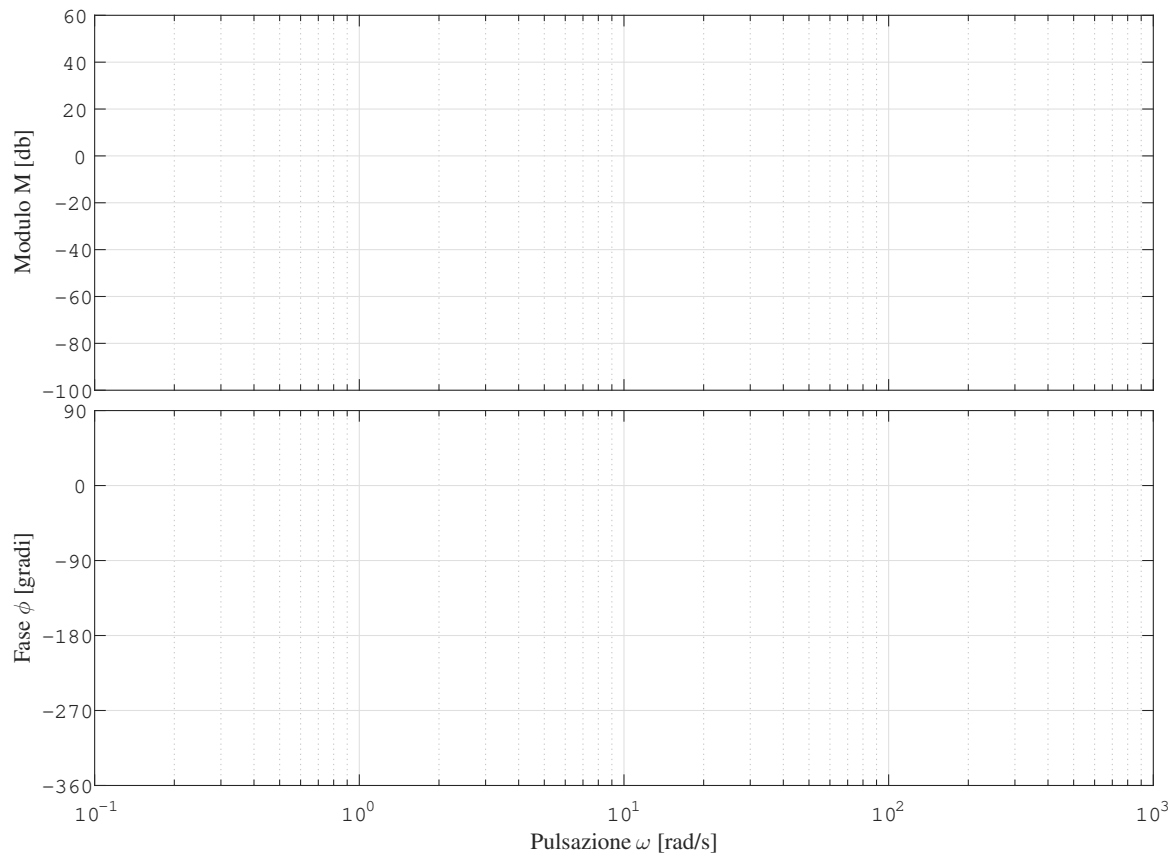
- massimo sorpasso percentuale $S\% \leq 10\%$;
- riduzione di 100 volte di un disturbo di misura "n" alla frequenza $f_n = 100$ Hz.
- tempo di assestamento $T_a \leq 0.2$ s

d) (**Box 4**) Progettare il prefiltro $R_{pf}(s)$ che consenta il soddisfacimento di tutte le specifiche richieste al punto c).

e) (**Box 5**) Volendo discretizzare sia il regolatore $R(s) = R_s(s)R_d(s)$ che prefiltro $R_{pf}(s)$ scegliere il tempo di campionamento più idoneo tenendo in considerazione lo spettro dei segnali in gioco e il fatto che si voglia inserire nella retroazione un filtro anti-aliasing di ordine 2, che senza alterare in maniera significativa la funzione d'anello (e in particolare il margine di fase), garantisca alla pulsazione di Nyquist un'attenuazione di 40 dB (si riporti l'espressione del filtro anti-aliasing). Discretizzare $R(s)$ e $R_{pf}(s)$ con il metodo di Tustin.

f) (**Box 6**) Scrivere le equazioni alle differenze corrispondenti ai due sistemi discretizzati al punto precedente $R(z) = \frac{U(z)}{E(z)}$ e $R_{pf}(z) = \frac{Y(z)}{Q(z)}$.

Diagrammi asintotici di Bode di $G_e(s) = R_s(s)G(s)$



Sistemi di Controllo - Controlli Automatici (Parte B)

Ingegneria Meccanica e Ingegneria del Veicolo

Compito del 14 settembre 2020 - Quiz

Per ciascuno dei seguenti quesiti, riportare nel modulo fornito le lettere relative alle risposte che si ritengono corrette. Alcuni quesiti possono avere più risposte corrette.

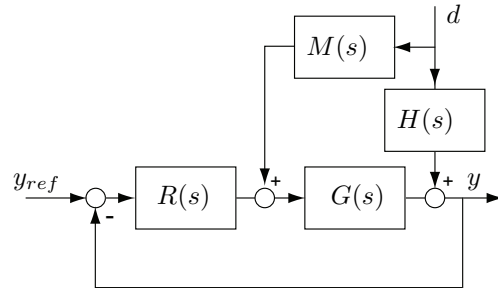
I quiz si ritengono superati se vengono individuate almeno metà delle risposte esatte (punti 5.5 su 11), diversamente il compito verrà ritenuto insufficiente a prescindere dal risultato della seconda prova.

1. Se un impianto controllato con un sistema di controllo in retroazione unitaria negativa, che fissa la pulsazione di attraversamento a $\omega_c = 4$ rad/s, è caratterizzato da un ritardo temporale $\tau = 0.2$ s, di cui non si è tenuto in conto, qual è il minimo margine di fase della funzione d'anello che garantisce comunque la stabilità del sistema retroazionato?

- $M_f = 0.8^\circ$
 $M_f = 2.8^\circ$
 $M_f = 20^\circ$
 $M_f = 45.8^\circ$

2. In riferimento al sistema di figura, la funzione di trasferimento tra il disturbo d e l'uscita y risulta:

- $\frac{Y(s)}{D(s)} = H(s) + M(s)G(s)$
 $\frac{Y(s)}{D(s)} = \frac{H(s) + M(s)G(s)}{1 + R(s)G(s)}$
 $\frac{Y(s)}{D(s)} = H(s) + \frac{M(s)G(s)}{1 + R(s)G(s)}$
 $\frac{Y(s)}{D(s)} = (H(s) + M(s)G(s)) \frac{R(s)G(s)}{1 + R(s)G(s)}$



3. Dato il sistema in retroazione unitaria negativa composto dall'impianto $G(s) = \frac{s+3}{s(s+0.1)(s+15)}$ e dal regolatore $R(s) = 80 \frac{0.15s+1}{s}$:

- l'errore a regime per disturbo "d" a gradino sarà nullo
 l'errore a regime per disturbo "d" a rampa sarà nullo
 l'errore a regime per disturbo "d" sinusoidale con $\omega = 15$ sarà nullo
 l'errore a regime per disturbo "d" a rampa sarà finito ma non nullo

4. La banda passante di un filtro elimina-banda ha la seguente struttura:

- $[0, \omega_{B1}] \cup [\omega_{B2}, \infty]$
 $[0, \omega_B]$
 $[\omega_B, \infty]$
 $[\omega_{B1}, \omega_{B2}]$

5. Il regolatore $R(s) = \frac{0.6s+1}{0.12s+1}$:

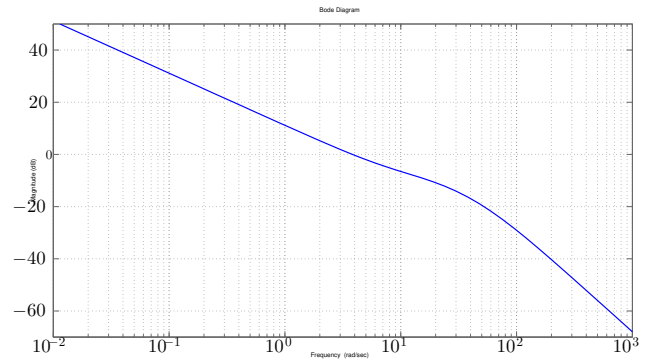
- è una rete anticipatrice con $\tau = 0.12$ e $\alpha = 0.5$
 è una rete ritardatrice con $\tau = 0.12$ e $\alpha = 0.5$
 è una rete ritardatrice con $\tau = 0.6$ e $\alpha = 0.2$
 è una rete anticipatrice con $\tau = 0.6$ e $\alpha = 0.2$

6. Un regolatore PID ideale:

- si comporta come una rete a ritardo-anticipo
- per ingresso a rampa produce un'azione di controllo infinita
- può essere reso fisicamente realizzabile aggiungendo uno zero ad alta frequenza
- può essere reso fisicamente realizzabile aggiungendo un polo ad alta frequenza

7. Dato un sistema in retroazione unitaria negativa la cui funzione d'anello $L(s)$ è descritta in figura mediante il diagramma di Bode delle ampiezze:

- il tempo di assestamento è $T_a \approx 1$ s
- il tempo di assestamento è $T_a \approx 0.1$ s
- l'errore a regime per ingresso a gradino è nullo
- l'errore a regime per ingresso a rampa è nullo



8. La discretizzazione di un regolatore tempo continuo $R(s)$ con il metodo delle differenze all'avanti:

- si realizza eseguendo la sostituzione $s = \frac{z - 1}{Tz}$
- si realizza eseguendo la sostituzione $s = \frac{z - 1}{T}$
- può produrre un regolatore $R(z)$ instabile (anche se $R(s)$ era stabile)
- si realizza eseguendo la sostituzione $s = \frac{1 - z^{-1}}{T}$

9. La scelta del periodo di campionamento T per un sistema di controllo digitale è influenzata da:

- la presenza di disturbi di misura "n" e la necessità di introdurre un filtro antialiasing
- la presenza di disturbi "d" sull'uscita dell'impianto
- la pulsazione di incrocio imposta alla funzione d'anello
- il massimo peggioramento del margine di fase tollerabile, conseguente all'introduzione ricostruttore di ordine zero

10. Il tuning automatico in anello chiuso di un regolatore PID può essere svolto

- sempre, purchè l'impianto sia stabile in catena aperta
- solo se l'impianto presenta una risposta al gradino aperiodica
- solo se l'impianto ha un margine di ampiezza M_a limitato
- solo se l'impianto ha un modello del 1° ordine

Sistemi di Controllo - Controlli Automatici (Parte B)

Ingegneria Meccanica e Ingegneria del Veicolo

Compito del 14 settembre 2020 - Problemi

Nel modulo fornito, riportare le risposte ai seguenti quesiti (si noti che ad ogni domanda corrisponde una posizione ben precisa in cui rispondere). I problemi e le domande a risposta aperta si ritengono superati se vengono conseguiti almeno metà dei punti totali (11 su 22), diversamente il compito verrà ritenuto insufficiente a prescindere dal risultato della prima prova.

1. (**Foglio 1**) Dopo averne fornito la definizione, illustrare il ruolo e l'impiego delle varie funzioni di sensitività incontrate nel corso.

2. (**Fogli 2-3**) Dato l'impianto $G(s) = \frac{200}{s(s+0.5)(s+80)}$

a) (**Box 1**) Progettare un regolatore statico $R_s(s)$ che consenta di ottenere

– errore a regime a fronte di un ingresso di riferimento a rampa $\leq 2\%$

– attenuazione di 200 volte di un disturbo sull'uscita "d" sinusoidale a pulsazione $\omega_d = 0.2$ rad/s

SOLUZIONE:

Dal momento che è richiesto un errore a regime finito ma non nullo per ingresso a rampa e l'impianto ha già un polo nell'origine, ed inoltre è richiesto errore a regime limitato per un disturbo "d" di tipo sinusoidale, il regolatore statico $R_s(s)$ potrà essere di tipo 0. Avrà perciò la forma di una semplice costante

$$R_s(s) = \mu$$

in cui il guadagno μ è determinato imponendo la condizione statica sull'ingresso a rampa (ovvero un limite sull'errore di velocità)

$$|e_v| \leq 0.02 \quad (1)$$

e la condizione sul disturbo

$$|S(j\omega)| \leq \frac{1}{200} \text{ alla pulsazione } \omega_d = 0.2. \quad (2)$$

Dalla (1) si ottiene

$$|e_v| = \lim_{s \rightarrow 0} |sE(s)| = \lim_{s \rightarrow 0} \left| s \frac{1}{1 + R_s(s)G(s)} \frac{1}{s^2} \right| = \frac{1}{\lim_{s \rightarrow 0} \mu s G(s)} \leq 0.02$$

da cui, essendo $\lim_{s \rightarrow 0} sG(s) = 5$,

$$\mu \geq 10.$$

Dalla (2), considerando l'espressione approssimata di $|S(j\omega)|$ per basse frequenze risulta

$$|S(j\omega_d)| \approx \frac{1}{|L(j\omega_d)|} \Rightarrow |L(j\omega_d)| \geq 200$$

con $L(s) = \mu G(s)$. Svolgendo i calcoli risulta

$$|\mu G(j0.2)| \geq 200 \Rightarrow \mu \geq \frac{200}{23.2118} = 8.6163.$$

Per soddisfare entrambe le specifiche si assume il valore $\mu = 10$.

b) (**Diagramma di Bode**) Disegnare (nello schema appositamente predisposto) i diagrammi di Bode asintotici di $G_e(s) = R_s(s)G(s)$.

SOLUZIONE:

Vedere diagramma in fondo

c) (**Box 2-3**) Progettare un regolatore dinamico $R_d(s)$ che realizzi le seguenti specifiche tenendo in considerazione il fatto che alcune di esse potrebbero essere incompatibili tra loro e che al punto e) è richiesta la progettazione di un prefiltro:

- massimo sorpasso percentuale $S\% \leq 10\%$;
- riduzione di 100 volte di un disturbo di misura “n” alla frequenza $f_n = 100$ Hz.
- tempo di assestamento $T_a \leq 0.2s$

SOLUZIONE:

Il regolatore $R_d(s)$ deve essere progettato per imporre il margine di fase e la pulsazione di incrocio che derivano dalle specifiche

- $S\% \leq 10\% \Rightarrow \delta^* \geq 0.6 \Rightarrow M_f^* \geq 60^\circ$
- riduzione dei disturbi di misura “n” alla frequenza $f_n = 100$ Hz $\Rightarrow \omega_n = 2\pi f_n = 628$ rad/s $\Rightarrow \omega_c$ almeno due decadi prima rispetto ω_n ovvero $\omega_c \leq \frac{\omega_n}{100} = 6.28$ rad/s
- $T_a \leq 0.2s \Rightarrow \omega_c \geq \frac{3}{\delta^* T_a} = 25$ rad/s

Dal momento che le ultime due specifiche sono incompatibili, si assume $\omega_c^* = 6$ rad/s per garantire l'attenuazione dei disturbi di misura, mentre il tempo di assestamento verrà imposto con l'uso del prefiltro. Dai diagrammi di Bode del sistema esteso

$$G_e(s) = R_s(s)G(s) = \frac{2000}{s(s+0.5)(s+80)}$$

risulta chiaramente come occorra una leggera riduzione del modulo per imporre la pulsazione di incrocio desiderata (\Rightarrow rete di ritardo) e al contempo un incremento del margine di fase (\Rightarrow rete di anticipo). L'idea è quella di applicare una rete a ritardo-anticipo. Si decide di partire dalla progettazione della rete di ritardo imponendo una pulsazione di attraversamento inferiore a quella di specifica. In particolare si sceglie $\omega_{c1}^* = 3$ rad/s. Si procede in cancellazione dal momento che non è richiesto un margine di fase preciso (in quanto il margine desiderato verrà fissato con la successiva rete di anticipo). Pertanto si assume

$$\tau_z = 2$$

per cancellare il polo in -0.5 dell'impianto. Il regolatore ha la forma

$$R_a(s) = \frac{1+2s}{1+\tau_p s}$$

dove τ_p rimane il solo parametro da determinare. Il valore di τ_p è scelto imponendo che la pulsazione di incrocio della funzione di anello sia proprio ω_{c1}^* , ovvero

$$\frac{|1+j2\omega_{c1}^*|}{|1+\tau_p j\omega_{c1}^*|} |G_e(j\omega_{c1}^*)| = 1$$

da cui si ottiene

$$\tau_p = \frac{1}{\omega_{c1}^*} \sqrt{(M_z \cdot |G_e(j\omega_{c1}^*)|)^2 - 1} = 5.5416$$

essendo $M_z = \sqrt{1+(2\omega_{c1}^*)^2} = 6.0828$.

La rete ritardatrice risulta

$$R_r(s) = \frac{2s+1}{5.5416s+1}$$

La nuova funzione di anello risulta

$$G_{e1}(s) = R_r(s)G_e(s) = \frac{4000}{s(5.5416s+1)(s+80)}$$

A partire da questa si vuole imporre le specifiche di progetto ($M_f^* \geq 60^\circ$ e $\omega_c^* = 6$) progettando una rete anticipatrice utilizzando le formule di inversione. Si procede al calcolo di $|G_{e1}(j6)| = 0.2498$ e $\arg\{G_{e1}(j6)\} = -182.5665^\circ$. La rete anticipatrice deve amplificare di

$$M^* = \frac{1}{|G_{e1}(j6)|} = 0.3040$$

e sfasare di

$$\varphi^* = -180^\circ + M_f^* - \arg(G_{e1}(j6)) = 62.5665^\circ$$

Dopo avere verificato analiticamente le condizioni di applicabilità di una rete anticipatrice, dalle formule di inversione si ricava che $\tau = 0.6652$ e $\alpha = 0.0595$. Di conseguenza la rete vale

$$R_a(s) = \frac{0.6652s+1}{0.0396s+1}$$

Infine, il regolatore dinamico, ottenuto dalla composizione delle due reti, è

$$R_d(s) = R_r(s)R_a(s) = \frac{(2s + 1)(0.6652s + 1)}{(5.5416s + 1)(0.0396s + 1)}.$$

- d) (**Box 4**) Progettare il prefiltro $R_{pf}(s)$ che consenta il soddisfacimento di tutte le specifiche richieste al punto c).

SOLUZIONE:

Il prefiltro ha lo scopo di rendere il sistema retroazionato più veloce, allargandone la banda a partire dall'attuale di 6 rad/s fino a ottenere una pulsazione di taglio compatibile con $T_a = 0.2s$ (al punto c) da cui era stata ottenuta una banda di 25 rad/s considerando $\delta = 0.6$. Considerando che il margine di fase imposto pari a 60° dà luogo a poli dominanti complessi coniugati sarà necessario un prefiltro del secondo ordine, la cui espressione analitica è

$$R_{pf}(s) = \frac{\frac{s^2}{36} + 0.2s + 1}{\frac{s^2}{625} + \frac{1.2s}{25} + 1}.$$

- e) (**Box 5**) Volendo discretizzare sia il regolatore $R(s) = R_s(s)R_d(s)$ che prefiltro $R_{pf}(s)$ scegliere il tempo di campionamento più idoneo tenendo in considerazione lo spettro dei segnali in gioco e il fatto che si voglia inserire nella retroazione un filtro anti-aliasing di ordine 2, che senza alterare in maniera significativa la funzione d'anello (e in particolare il margine di fase), garantisca alla pulsazione di Nyquist un'attenuazione di 40 dB (si riporti l'espressione del filtro anti-aliasing). Discretizzare $R(s)$ e $R_{pf}(s)$ con il metodo di Tustin.

SOLUZIONE:

Il tempo di campionamento può essere scelto assumendo una pulsazione di campionamento pari a 10 volte la massima pulsazione dei segnali in gioco che in questo caso risulta pari a $\omega_{max} = 25\text{rad/s}$ (larghezza di banda della funzione ingresso-uscita con prefiltro) Pertanto

$$\omega_s = 10\omega_{max} = 250 \text{ rad/s} \Rightarrow T = \frac{2\pi}{\omega_s} = 0.0251 \text{ s}.$$

La specifica sul filtro anti-aliasing richiede innanzitutto la definizione del filtro stesso, che non dovendo perturbare la fase della funzione di anello, dovrà avere una pulsazione di taglio ω_T (ovvero il punto di rottura del diagramma di Bode delle ampiezze) almeno una decade a destra rispetto alla $\omega_c (= 6 \text{ rad/s})$ di $L(s)$, quindi $\omega_T = 60 \text{ rad/s}$ e

$$H_{aa}(s) = \frac{3600}{s^2 + 84.8528s + 3600}.$$

Essendo il filtro del secondo ordine, per garantire 40 db di attenuazione la pulsazione di Nyquist dovrà essere collocata un decade a destra rispetto a ω_{aa} per cui

$$\frac{\omega_s}{2} = 10\omega_{aa} = 600 \text{ rad/s} \Rightarrow \omega_s = 1200 \text{ rad/s} \Rightarrow T = \frac{2\pi}{\omega_s} = 0.0052 \text{ s}.$$

Occorre pertanto assumere il valore di T più basso tra quelli trovati (ovvero 0.0052 s). Arrotondando si assume $T = 0.005 \text{ s}$.

Sostituendo $s = \frac{2}{T} \frac{1 - z^{-1}}{1 + z^{-1}}$ i corrispondenti sistemi discretizzati risultano

$$R(s) = 10 \frac{(2s + 1)(0.6652s + 1)}{(5.5416s + 1)(0.0396s + 1)} \Rightarrow R(z) = \frac{57.28 - 114z^{-1} + 56.71z^{-2}}{1 - 1.88z^{-1} + 0.8805z^{-2}} = \frac{57.28z^2 - 114z + 56.71}{z^2 - 1.88z + 0.8805}$$

$$R_{pf}(s) = \frac{\frac{s^2}{36} + 0.2s + 1}{\frac{s^2}{625} + \frac{1.2s}{25} + 1} \Rightarrow R_{pf}(z) = \frac{16.38 - 32.18z^{-1} + 15.81z^{-2}}{1 - 1.846z^{-1} + 0.861z^{-2}} = \frac{16.38z^2 - 32.18z + 15.81}{z^2 - 1.846z + 0.861}$$

f) (**Box 6**) Scrivere le equazioni alle differenze corrispondenti ai due sistemi discretizzati al punto precedente $R(z) = \frac{U(z)}{E(z)}$ e $R_{pf}(z) = \frac{Y(z)}{Q(z)}$.

SOLUZIONE:

Interpretando z^{-1} come l'operatore ritardo unitario segue immediatamente che le equazioni alle differenze corrispondenti a $R(z)$ e $R_{pf}(z)$ sono:

$$R(z) = \frac{57.28 - 114z^{-1} + 56.71z^{-2}}{1 - 1.88z^{-1} + 0.8805z^{-2}} = \frac{U(z)}{E(z)} \Rightarrow u_k = 1.88u_{k-1} - 0.8805u_{k-2} + 57.28e_k - 114e_{k-1} + 56.71e_{k-2}$$

$$R_{pf}(z) = \frac{16.38 - 32.18z^{-1} + 15.81z^{-2}}{1 - 1.846z^{-1} + 0.861z^{-2}} = \frac{Y(z)}{Q(z)}$$

↓

$$y_k = 1.846y_{k-1} - 0.861y_{k-2} + 16.38q_k - 32.18q_{k-1} + 15.81q_{k-2}$$

Diagrammi asintotici di Bode di $G_e(s) = R_s(s)G(s)$

