

Sistemi di Controllo - Controlli Automatici (Parte B)

Ingegneria Meccanica e Ingegneria del Veicolo

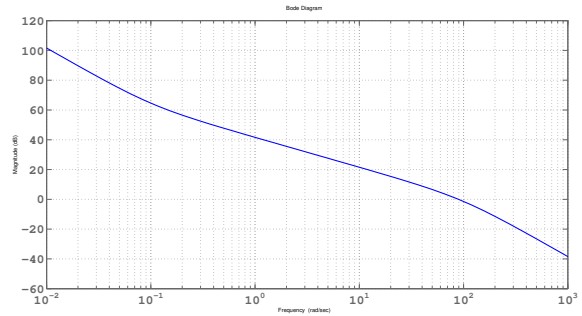
Compito del 10 luglio 2020 - Quiz

Per ciascuno dei seguenti quesiti, riportare nel modulo fornito le lettere relative alle risposte che si ritengono corrette. Alcuni quesiti possono avere più risposte corrette.

I quiz si ritengono superati se vengono individuate almeno metà delle risposte esatte (punti 5.5 su 11), diversamente il compito verrà ritenuto insufficiente a prescindere dal risultato della seconda prova.

1. Dato il sistema dinamico retroazionato la cui funzione di anello è riportata in figura (diagramma di Bode delle ampiezze) affetto da un disturbo sinusoidale di tipo “d” alla pulsazione 0.1 rad/s, l’attenuazione del disturbo sull’uscita è pari a circa:

- A. 1000 volte
- B. 100 volte
- C. 60 volte
- D. 40 volte



2. La banda passante di un filtro passa-banda ha la forma:

- A. $[0, \omega_{B1}] \cup [\omega_{B2}, \infty]$
- B. $[\omega_{B1}, \omega_{B2}]$
- C. $[0, \omega_B]$
- D. $[\omega_B, \infty]$

3. Il controllo in feedforward presenta i seguenti svantaggi:

- A. performance scadenti in condizioni nominali
- B. scarsa robustezza rispetto a disturbi agenti sull’impianto
- C. necessità di una conoscenza precisa del plant
- D. ottenimento di tempi di assestamento molto più grandi di quelli ottenibili con un controllore in retroazione

4. In un sistema in retroazione, la funzione di sensitività del controllo $Q(s)$:

- A. dipende solo dalla funzione di trasferimento dell’impianto $G(s)$
- B. dipende solo dalla funzione di trasferimento del regolatore $R(s)$
- C. dipende sia da $R(s)$ che da $G(s)$
- D. dipende solo dal guadagno d’anello $L(s) = R(s)G(s)$

5. In un sistema di controllo in retroazione di un impianto di tipo 1, il regolatore statico $R_s(s) = \frac{\mu}{s}$ garantisce errore a regime nullo per ingresso a rampa

- A. solo se $\mu = 1$
- B. sempre
- C. solo se $\mu \geq \hat{\mu}$ con $\hat{\mu}$ costante opportuna che dipende dall’impianto
- D. solo se $\mu \rightarrow \infty$

6. La progettazione di una rete correttiva per cancellazione:
- permette di imporre in maniera esatta sia il margine di ampiezza che la pulsazione di incrocio della funzione di anello
 - è utile per evitare l'insorgere di code di assestamento
 - può essere effettuata cancellando qualunque polo dell'impianto, anche instabile
 - può essere infattibile nel caso non si riesca a ottenere il margine di fase desiderato alla pulsazione di incrocio scelta
7. In un regolatore PID, l'azione di controllo derivativa
- riduce i disturbi di misura
 - limita l'azione di controllo
 - si usa per migliorare il margine di fase
 - può essere realizzata fisicamente solo aggiungendo un polo ad alta frequenza
8. Un sistema di controllo in retroazione (con $\omega_c = 4$) basato su un regolatore digitale è affetto da rumore di misura e pertanto è stato dotato di un filtro anti-aliasing del secondo ordine, la cui pulsazione di taglio è stata collocata a $\omega_{aa} = 40$ rad/s. Quale dovrebbe essere la pulsazione di campionamento tale da garantire un'attenuazione dei disturbi di almeno 100 volte?
- $\omega_s \approx 40$ rad/sec
 - $\omega_s \approx 80$ rad/sec
 - $\omega_s \approx 400$ rad/sec
 - $\omega_s \approx 800$ rad/sec
9. In un sistema di controllo digitale in retroazione, una riduzione del margine di fase può essere provocata:
- dall'operazione di campionamento e ricostruzione dei segnali
 - dall'aliasing provocato dal campionamento
 - da un'eventuale filtro anti-aliasing
 - da un eventuale compensatore dei disturbi misurabili realizzato discretizzando il corrispondente compensatore tempo-continuo

Biagiotti 10. Data una generica traiettoria normalizzata, l'operazione di scalatura temporale al fine di ottenere una specifica durata T :

- modifica in maniera lineare ($\frac{1}{T}$) tutte le sue derivate (e quindi velocità, accelerazione, ...)
- lascia invariate tutte le derivate
- modifica linearmente ($\frac{1}{T}$) la velocità, quadraticamente ($\frac{1}{T^2}$) l'accelerazione e così via per le derivate successive

Sistemi di Controllo - Controlli Automatici (Parte B)

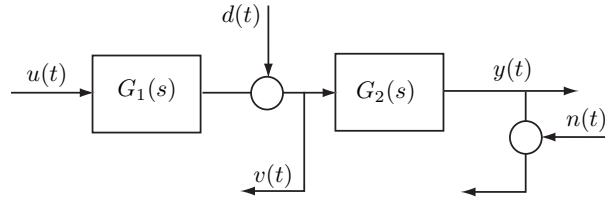
Ingegneria Meccanica e Ingegneria del Veicolo

Compito del 10 luglio 2020 - Problemi

Nel modulo fornito, riportare le risposte ai seguenti quesiti (si noti che ad ogni domanda corrisponde una posizione ben precisa in cui rispondere). I problemi e le domande a risposta aperta si ritengono superati se vengono conseguiti almeno metà dei punti totali (11 su 22), diversamente il compito verrà ritenuto insufficiente a prescindere dal risultato della prima prova.

1. (**Foglio 1**) Descrivere le principali tecniche per la taratura dei regolatori PID.
2. (**Fogli 2-3**) Dato l'impianto di figura con:

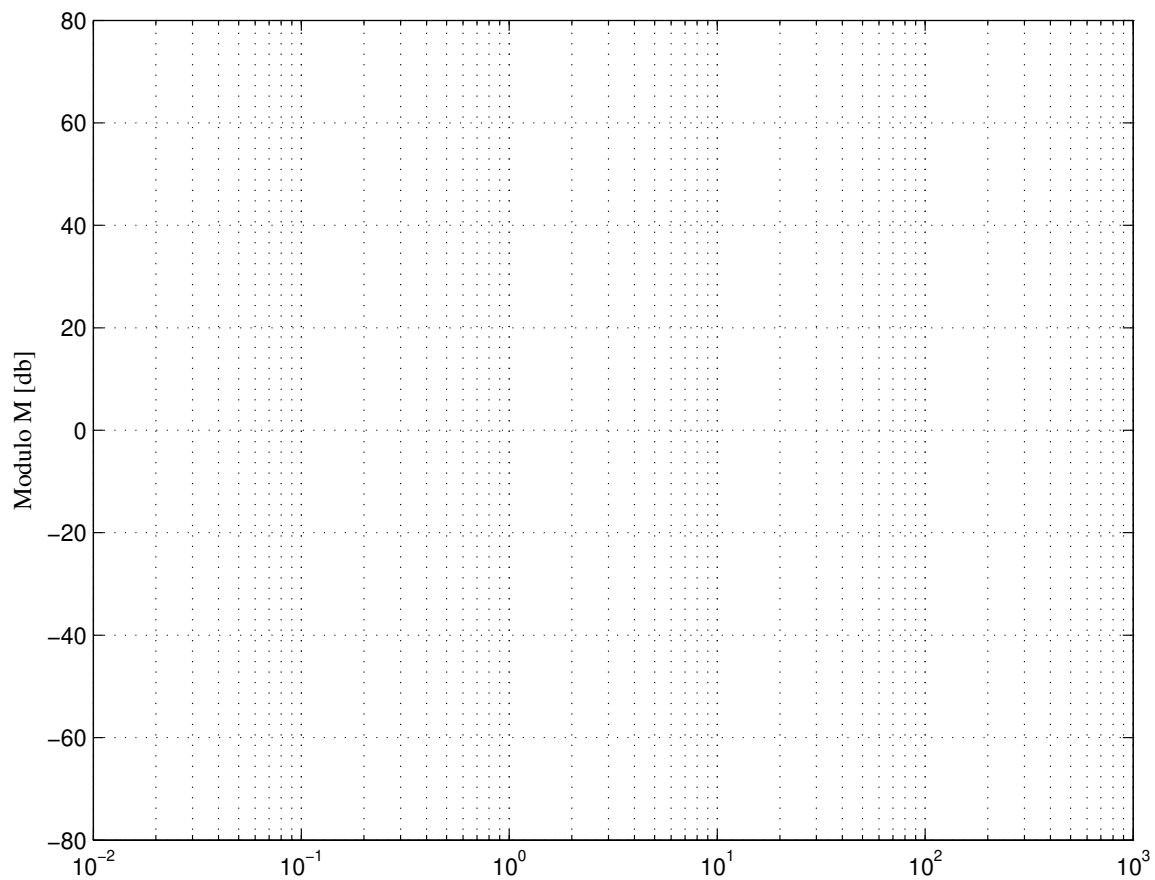
$$G_1(s) = \frac{18}{s(s+3)}$$
$$G_2(s) = \frac{3}{(s+12)(s+0.4)}$$



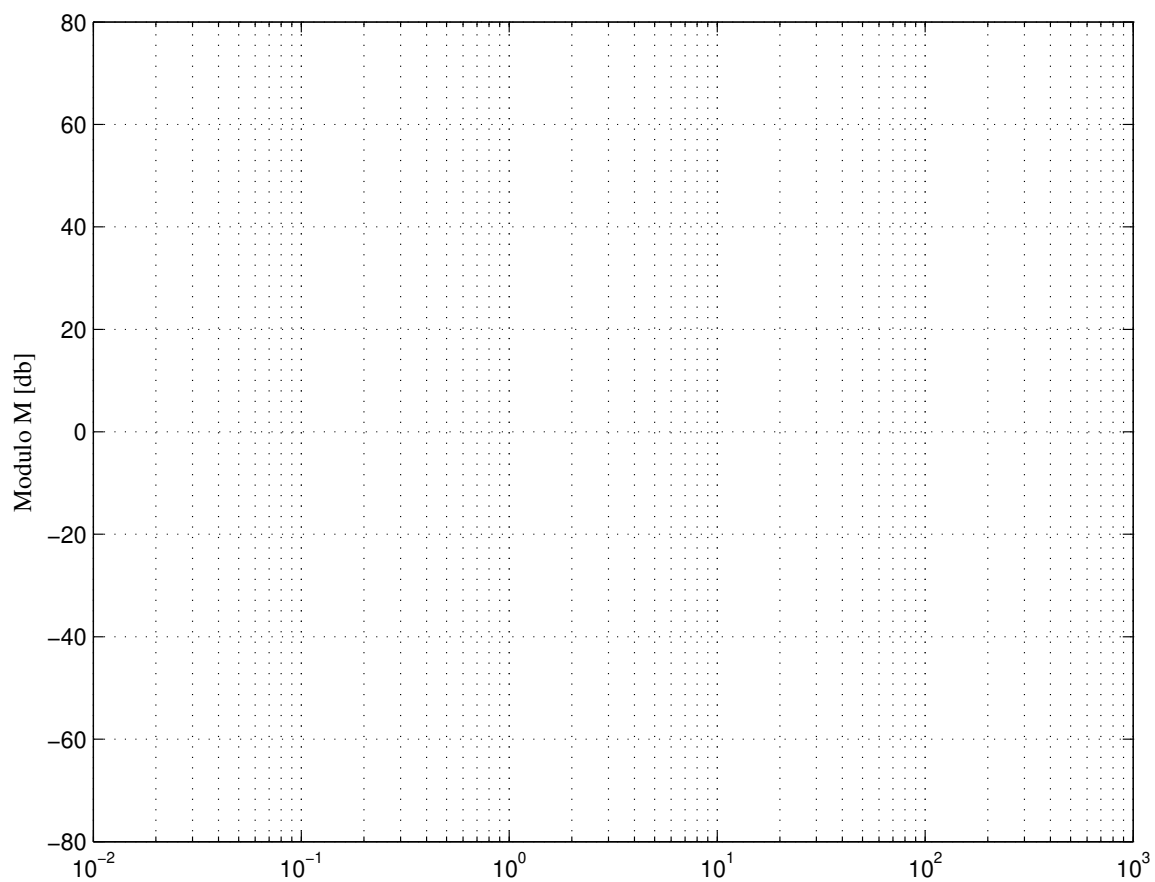
Si procede alla realizzazione di uno schema di controllo in cascata partendo dall'anello più esterno. Si richiede pertanto di:

- a) (**Box 1**) Progettare il regolatore di complessità minima, denominato $R_2(s)$, per il solo sottosistema $G_2(s)$ che consenta di ottenere:
 - errore di posizione nullo;
 - risposta aperiodica;
 - tempo di assestamento $T_a \leq 2$ s;
 - azione di controllo minima.
- b) (**Diagramma di Bode**) Disegnare il diagramma di Bode delle ampiezze di $L_2(s) = R_2(s)G_2(s)$.
- c) (**Box 2-3**) Progettare l'anello di controllo interno con il regolatore $R_1(s)$, di complessità minima, che consenta il soddisfacimento delle seguenti specifiche:
 - attenuazione di un disturbo $d(t)$ frequenzialmente confinato nel range $[0.1, 0.4]$ rad/s di almeno 60 volte;
 - margine di fase M_f di almeno 55° ;
 - pulsazione di incrocio ω_c compatibile con il disaccoppiamento frequenziale richiesto dal progetto del regolatore in cascata.
- d) (**Diagramma di Bode**) Tracciare i diagrammi di Bode delle ampiezze di $L_1(s) = R_1(s)G_1(s)$ e della funzione di sensitività complementare $F_1(s)$. Infine sovrapporre il diagramma di $|F_1(j\omega)|$ a quello di $|L_2(j\omega)|$, tracciato al punto b), e discutere la fattibilità del progetto in cascata.
- e) (**Box 4**) Scegliere il tempo di campionamento più idoneo per discretizzare i regolatori $R_1(s)$, $R_2(s)$ tenendo conto della larghezza di banda dei sistemi retroazionati e imponendo che il peggioramento del margine di fase dovuto al ricostruttore di ordine zero non superi i 10° . Discretizzare entrambi i regolatori mediante il metodo di Tustin.
- f) (**Box 5**) Scrivere le equazioni alle differenze corrispondenti ai regolatori $R_1(z) = \frac{U_1(z)}{E_1(z)}$, $R_2(z) = \frac{U_2(z)}{E_2(z)}$ discretizzati al punto precedente.
- g) (**Box 6**) Progettare un'azione di feed-forward $u_{ff}(t)$ per l'intero impianto che consenta di inseguire senza errore il riferimento $y_{sp}(t)$, di cui è nota l'espressione analitica insieme a quella delle sue derivate. Quale sarà l'ordine di continuità minimo della traiettoria $y_{sp}(t)$ che garantisce un'azione di controllo limitata?

Diagrammi di Bode delle ampiezze di $L_2(s)$ e di $F_1(s)$



Diagrammi di Bode delle ampiezze di $L_1(s)$ e di $F_1(s)$



Sistemi di Controllo - Controlli Automatici (Parte B)

Ingegneria Meccanica e Ingegneria del Veicolo

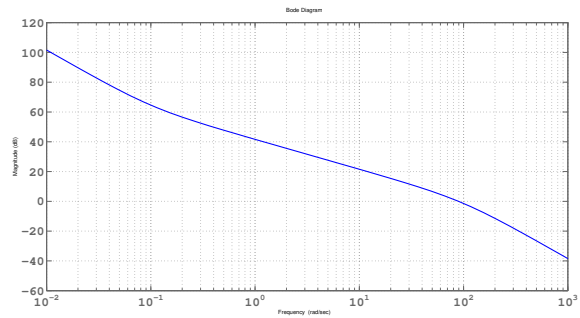
Compito del 10 luglio 2020 - Quiz

Per ciascuno dei seguenti quesiti, riportare nel modulo fornito le lettere relative alle risposte che si ritengono corrette. Alcuni quesiti possono avere più risposte corrette.

I quiz si ritengono superati se vengono individuate almeno metà delle risposte esatte (punti 5.5 su 11), diversamente il compito verrà ritenuto insufficiente a prescindere dal risultato della seconda prova.

1. Dato il sistema dinamico retroazionato la cui funzione di anello è riportata in figura (diagramma di Bode delle ampiezze) affetto da un disturbo sinusoidale di tipo "d" alla pulsazione 0.1 rad/s, l'attenuazione del disturbo sull'uscita è pari a circa:

- 1000 volte
 100 volte
 60 volte
 40 volte



2. La banda passante di un filtro passa-banda ha la forma:

- $[0, \omega_{B1}] \cup [\omega_{B2}, \infty]$
 $[\omega_{B1}, \omega_{B2}]$
 $[0, \omega_B]$
 $[\omega_B, \infty]$

3. Il controllo in feedforward presenta i seguenti svantaggi:

- performance scadenti in condizioni nominali
 scarsa robustezza rispetto a disturbi agenti sull'impianto
 necessità di una conoscenza precisa del plant
 ottenimento di tempi di assestamento molto più grandi di quelli ottenibili con un controllore in retroazione

4. In un sistema in retroazione, la funzione di sensitività del controllo $Q(s)$:

- dipende solo dalla funzione di trasferimento dell'impianto $G(s)$
 dipende solo dalla funzione di trasferimento del regolatore $R(s)$
 dipende sia da $R(s)$ che da $G(s)$
 dipende solo dal guadagno d'anello $L(s) = R(s)G(s)$

5. In un sistema di controllo in retroazione di un impianto di tipo 1, il regolatore statico $R_s(s) = \frac{\mu}{s}$ garantisce errore a regime nullo per ingresso a rampa

- solo se $\mu = 1$
 sempre
 solo se $\mu \geq \hat{\mu}$ con $\hat{\mu}$ costante opportuna che dipende dall'impianto
 solo se $\mu \rightarrow \infty$

6. La progettazione di una rete correttiva per cancellazione:

- permette di imporre in maniera esatta sia il margine di ampiezza che la pulsazione di incrocio della funzione di anello
- è utile per evitare l'insorgere di code di assestamento
- può essere effettuata cancellando qualunque polo dell'impianto, anche instabile
- può essere infattibile nel caso non si riesca a ottenere il margine di fase desiderato alla pulsazione di incrocio scelta

7. In un regolatore PID, l'azione di controllo derivativa

- riduce i disturbi di misura
- limita l'azione di controllo
- si usa per migliorare il margine di fase
- può essere realizzata fisicamente solo aggiungendo un polo ad alta frequenza

8. Un sistema di controllo in retroazione (con $\omega_c = 4$) basato su un regolatore digitale è affetto da rumore di misura e pertanto è stato dotato di un filtro anti-aliasing del secondo ordine, la cui pulsazione di taglio è stata collocata a $\omega_{aa} = 40$ rad/s. Quale dovrebbe essere la pulsazione di campionamento tale da garantire un'attenuazione dei disturbi di almeno 100 volte?

- $\omega_s \approx 40$ rad/sec
- $\omega_s \approx 80$ rad/sec
- $\omega_s \approx 400$ rad/sec
- $\omega_s \approx 800$ rad/sec

9. In un sistema di controllo digitale in retroazione, una riduzione del margine di fase può essere provocata:

- dall'operazione di campionamento e ricostruzione dei segnali
- dall'aliasing provocato dal campionamento
- da un'eventuale filtro anti-aliasing
- da un eventuale compensatore dei disturbi misurabili realizzato discretizzando il corrispondente compensatore tempo-continuo

Biagiotti 10. Data una generica traiettoria normalizzata, l'operazione di scalatura temporale al fine di ottenere una specifica durata T :

- modifica in maniera lineare ($\frac{1}{T}$) tutte le sue derivate (e quindi velocità, accelerazione, ...)
- lascia invariate tutte le derivate
- modifica linearmente ($\frac{1}{T}$) la velocità, quadraticamente ($\frac{1}{T^2}$) l'accelerazione e così via per le derivate successive

Sistemi di Controllo - Controlli Automatici (Parte B)

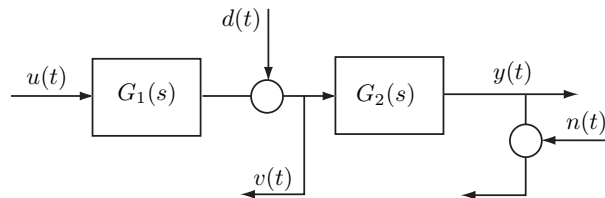
Ingegneria Meccanica e Ingegneria del Veicolo

Compito del 10 luglio 2020 - Problemi

Nel modulo fornito, riportare le risposte ai seguenti quesiti (si noti che ad ogni domanda corrisponde una posizione ben precisa in cui rispondere). I problemi e le domande a risposta aperta si ritengono superati se vengono conseguiti almeno metà dei punti totali (11 su 22), diversamente il compito verrà ritenuto insufficiente a prescindere dal risultato della prima prova.

1. (**Foglio 1**) Descrivere le principali tecniche per la taratura dei regolatori PID.
2. (**Fogli 2-3**) Dato l'impianto di figura con:

$$G_1(s) = \frac{18}{s(s+3)}$$
$$G_2(s) = \frac{3}{(s+12)(s+0.4)}$$



Si procede alla realizzazione di uno schema di controllo in cascata partendo dall'anello più esterno. Si richiede pertanto di:

- a) (**Box 1**) Progettare il regolatore di complessità minima, denominato $R_2(s)$, per il solo sottosistema $G_2(s)$ che consenta di ottenere:
 - errore di posizione nullo;
 - risposta aperiodica;
 - tempo di assestamento $T_a \leq 2$ s;
 - azione di controllo minima.

SOLUZIONE:

Per garantire errore di posizione (cioè errore a regime per ingresso a gradino) nullo, il regolatore $R_2(s)$ dovrà avere un polo nell'origine. Pertanto, con ogni probabilità, il regolatore avrà la forma di un PI (o di un PID)

$$R_2(s) = \mu \frac{\tau_z s + 1}{s}$$

Le altre specifiche si traducono in:

- risposta aperiodica $\rightarrow M_f^* = 80^\circ$
- tempo di assestamento $T_a \leq 2$ s $\rightarrow T_a = \frac{3}{\omega_c} \leq 2$ s $\rightarrow \omega_c \geq \frac{3}{2}$. Si assume il valore minimo $\omega_c^* = 1.5$ rad/s per minimizzare l'azione di controllo, come richiesto.

Il sistema esteso

$$G_{2e}(s) = \frac{G_2(s)}{s} = \frac{3}{s(s+12)(s+0.4)}$$

alla pulsazione di incrocio desiderata vale in modulo e argomento $|G_{2e}(j1.5)| = 0.1065$ e $\arg\{G_{2e}(j1.5)\} = -172.1936^\circ$, rispettivamente. Dal momento che la fase è "relativamente" alta, si tenta un progetto per cancellazione, con lo zero del PI utilizzato per migliorare il margine di fase e il guadagno per imporre la ω_c^* desiderata. Si fissa $\tau_z = \frac{1}{0.4}$ (cancellazione del polo in -0.4) e si procede al calcolo di

$$\mu = \frac{1}{|G_{2e}(j1.5)| \cdot \sqrt{1 + (\tau_z \omega_c^*)^2}} = \frac{1}{0.1065 \cdot 3.8810} = 2.4187.$$

Resta da verificare il Margine di fase ottenuto

$$M_f = 180^\circ + \arg\{G_{2e}(j1.5)\} + \varphi_z = 82.8750^\circ > 80^\circ$$

essendo $\varphi_z = 75.0686^\circ$. L'espressione del regolatore PI in grado di soddisfare tutte le specifiche risulta pertanto

$$R_2(s) = 2.4187 \frac{2.5s + 1}{s}$$

b) (**Diagramma di Bode**) Disegnare il diagramma di Bode delle ampiezze di $L_2(s) = R_2(s)G_2(s)$.

SOLUZIONE:

Vedere diagramma in fondo

c) (**Box 2-3**) Progettare l'anello di controllo interno con il regolatore $R_1(s)$, di complessità minima, che consenta il soddisfacimento delle seguenti specifiche:

- attenuazione di un disturbo $d(t)$ frequenzialmente confinato nel range $[0.1, 0.4]$ rad/s di almeno 60 volte;
- margine di fase M_f di almeno 55° ;
- pulsazione di incrocio ω_c compatibile con il disaccoppiamento frequenziale richiesto dal progetto del regolatore in cascata.

SOLUZIONE:

Il regolatore $R_2(s)$ sarà costituito da una parte statica (un semplice guadagno μ) più (eventualmente) una parte dinamica. Il guadagno μ deve essere scelto in modo tale a garantire l'attenuazione del disturbo $d(t)$ richiesta, pertanto occorre far sì che alla massima pulsazione del disturbo ($\omega_d = 0.4$ rad/s) si abbia $|S(j\omega_d)| \leq \frac{1}{60}$. Considerando l'espressione approssimata di $|S(j\omega)|$ per basse frequenze risulta

$$|S(j\omega_d)| \approx \frac{1}{|L(j\omega_d)|} \Rightarrow |L(j\omega_d)| \geq 60$$

con $L(s) = \mu G_1(s)$. Svolgendo i calcoli risulta

$$|\mu G_1(j0.4)| \geq 60 \Rightarrow \mu \geq \frac{60}{14.8684} = 4.0354.$$

Per semplicità si assume $\mu = 5$. Per il calcolo del regolatore dinamico si considera il sistema esteso $G_{1e}(s) = \frac{90}{s(s+3)}$ a cui si dovrà imporre un margine di fase $M_f = 55^\circ$ alla pulsazione di incrocio $\omega_c = 15$ rad/s (scelta un ordine di grandezza maggiore rispetto alla pulsazione di incrocio dell'anello esterno progettato al punto a)). Dal calcolo del modulo e dell'argomento di $G_{1e}(j\omega)$, alla pulsazione ω_c^* si evince come sia necessaria una rete anticipatrice. Infatti, $|G_{1e}(j15)| = 0.3922$ e $\arg(G_{1e}(j15)) = -168.6901^\circ$. Pertanto l'amplificazione della rete dovrà essere

$$M^* = \frac{1}{|G_{1e}(j\omega_c^*)|} = 2.5495,$$

mentre lo sfasamento dovrà essere

$$\varphi^* = -180^\circ + M_f^* - \arg(G_{1e}(j\omega_c^*)) = 43.6901^\circ.$$

M^* e φ^* verificano le condizioni di applicabilità di una rete anticipatrice.

Dalle formule di inversione si ricava che $\tau = 0.1763$ e $\alpha = 0.1811$ per cui

$$R_d(s) = \frac{0.1763 s + 1}{0.03193 s + 1}.$$

Alla fine il regolatore $R_1(s)$ vale

$$R_1(s) = 5 \frac{0.1763 s + 1}{0.03193 s + 1}.$$

d) (**Diagramma di Bode**) Tracciare i diagrammi di Bode delle ampiezze di $L_1(s) = R_1(s)G_1(s)$ e della funzione di sensitività complementare $F_1(s)$. Infine sovrapporre il diagramma di $|F_1(j\omega)|$ a quello di $|L_2(j\omega)|$, tracciato al punto b), e discutere la fattibilità del progetto in cascata.

SOLUZIONE:

Vedere diagramma in fondo.

e) (**Box 4**) Scegliere il tempo di campionamento più idoneo per discretizzare i regolatori $R_1(s)$, $R_2(s)$ tenendo conto della larghezza di banda dei sistemi retroazionati e imponendo che il peggioramento del margine di fase dovuto al ricostruttore di ordine zero non superi i 10° . Discretizzare entrambi i regolatori mediante il metodo di Tustin.

SOLUZIONE:

Il tempo di campionamento può essere scelto considerando la più restrittiva delle condizioni derivanti dalla larghezza di banda dei due regolatori e dal massimo sfasamento ammissibile:

(a) per $R_1(s)$, $\omega_c^* = 15 \text{ rad/s} \Rightarrow \omega_s = 10\omega_c^* = 150 \text{ rad/s} \Rightarrow T = \frac{2\pi}{\omega_s} = 0.0419 \text{ s}$

(b) per $R_2(s)$, $\omega_c^* = 1.5 \text{ rad/s} \Rightarrow \omega_s = 10\omega_c^* = 15 \text{ rad/s} \Rightarrow T = \frac{2\pi}{\omega_s} = 0.419 \text{ s}$

(c) $\Delta M_f = \frac{T}{2} \omega_c \frac{180}{\pi} \leq 10^\circ \Rightarrow T \leq \frac{10 \cdot 2\pi}{\omega_c \cdot 180} = 0.0233 \text{ s}$ essendo $\omega_c = 15 \text{ rad/s}$ (si assume la ω_c più grande che corrisponde al caso peggiore).

Il valore $T = 0.02$ soddisfa tutte le specifiche.

Sostituendo $s = \frac{2}{T} \frac{1-z^{-1}}{1+z^{-1}}$ la funzione di trasferimento dei regolatori discretizzati risulta

$$R_1(s) = 5 \frac{0.1763s + 1}{0.03193s + 1} \Rightarrow R_1(z) = \frac{22.21 - 19.83z^{-1}}{1 - 0.523z^{-1}} = \frac{22.21z - 19.83}{z - 0.523}$$

$$R_2(s) = 2.4187 \frac{2.5s + 1}{s} \Rightarrow R_2(z) = \frac{6.071 - 6.023z^{-1}}{1 - z^{-1}} = \frac{6.071z - 6.023}{z - 1}$$

f) (**Box 5**) Scrivere le equazioni alle differenze corrispondenti ai regolatori $R_1(z) = \frac{U_1(z)}{E_1(z)}$, $R_2(z) = \frac{U_2(z)}{E_2(z)}$ discretizzati al punto precedente.

SOLUZIONE:

Interpretando z^{-1} come l'operatore ritardo unitario segue immediatamente che le equazioni alle differenze corrispondenti a $R_1(z)$ e $R_2(z)$ sono:

$$R_1(z) = \frac{22.21 - 19.83z^{-1}}{1 - 0.523z^{-1}} = \frac{U_1(z)}{E_1(z)} \Rightarrow u_{1k} = 0.523u_{1k-1} + 22.21e_{1k} - 19.83e_{1k-1}$$

$$R_2(z) = \frac{6.071 - 6.023z^{-1}}{1 - z^{-1}} = \frac{U_2(z)}{E_2(z)} \Rightarrow u_{2k} = u_{2k-1} + 6.071e_{2k} - 6.023e_{2k-1}$$

g) (**Box 6**) Progettare un'azione di feed-forward $u_{ff}(t)$ per l'intero impianto che consenta di inseguire senza errore il riferimento $y_{sp}(t)$, di cui è nota l'espressione analitica insieme a quella delle sue derivate. Quale sarà l'ordine di continuità minimo della traiettoria $y_{sp}(t)$ che garantisce un'azione di controllo limitata?

SOLUZIONE:

Invertendo la funzione di trasferimento $G(s) = G_1(s)G_2(s) = \frac{54}{s^4 + 15.4s^3 + 42s^2 + 14.4s}$ e interpretando l'operatore s come operatore di derivazione l'espressione dell'azione in avanti risulta immediata

$$U_{ff}(s) = G^{-1}(s)Y_{sp}(s) = \frac{1}{54}s^4Y_{sp}(s) + \frac{15.4}{54}s^3Y_{sp}(s) + \frac{42}{54}s^2Y_{sp}(s) + \frac{14.4}{54}sY_{sp}(s) \\ = 0.01852s^4Y_{sp}(s) + 0.2852s^3Y_{sp}(s) + 0.7778s^2Y_{sp}(s) + 0.2667sY_{sp}(s)$$

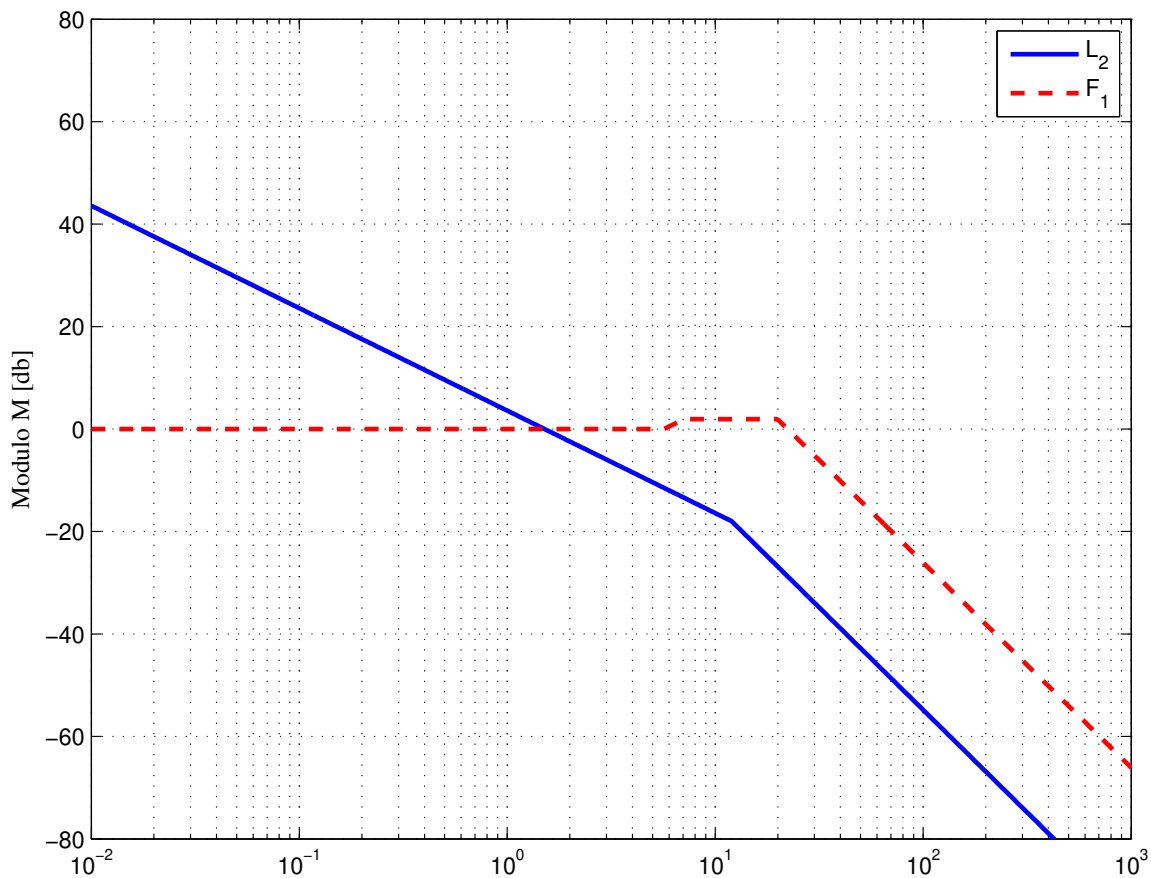
↓

$$u_{ff}(t) = 0.01852y_{sp}^{(4)}(t) + 0.2852y_{sp}^{(3)}(t) + 0.7778y_{sp}^{(2)}(t) + 0.2667y_{sp}^{(1)}(t)$$

dove $y_{sp}^{(i)}(t)$ denota la derivata i -esima della funzione $y_{sp}(t)$.

Per garantire la limitatezza dell'azione di controllo $u_{ff}(t)$ è necessario che la traiettoria di riferimento $y_{sp}(t)$ sia almeno \mathbb{C}^3 , cioè continua fino alla derivata terza.

Diagrammi di Bode delle ampiezze di $L_2(s)$ e di $F_1(s)$



Diagrammi di Bode delle ampiezze di $L_1(s)$ e di $F_1(s)$

