Ingegneria Meccanica e Ingegneria del Veicolo

### Compito del 5 giugno 2020 - Quiz

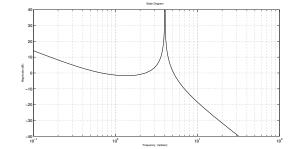
Per ciascuno dei seguenti quesiti, riportare nel modulo fornito le lettere relative alle risposte che si ritengono corrette. Alcuni quesiti possono avere più risposte corrette.

I quiz si ritengono superati se vengono individuate almeno metà delle risposte esatte (punti 5.5 su 11), diversamente il compito verrà ritenuto insufficiente a prescindere dal risultato della seconda prova.

1. Dato il diagramma delle ampiezze della funzione d'anello L(s) di un sistema retroazionato, riportato in figura, è possibile desumere il comportamento asintotico del sistema in termini di errori a regime?



- B. sì, e tra le altre cose il sistema garantirà errore a regime nullo per ingresso sinusoidale con  $\omega = 4$ rad/s
- C. sì, e tra le altre cose il sistema garantirà errore a regime nullo per ingresso a rampa
- D. sì, e tra le altre cose il sistema garantirà errore a regime limitato, ma non nullo, per ingresso a gradino



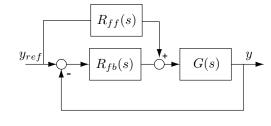
2. In riferimento al sistema di figura, la funzione di

trasferimento tra riferimento e uscita risulta:
$$A. \frac{Y(s)}{Y_{ref}(s)} = \frac{R_{fb}(s)G(s)}{1 + R_{fb}(s)G(s)} + \frac{R_{ff}(s)G(s)}{1 + R_{fb}(s)G(s)}$$

B. 
$$\frac{Y(s)}{Y_{ref}(s)} = \frac{R_{fb}(s)G(s)}{1 + R_{fb}(s)G(s)} + \frac{R_{ff}(s)G(s)}{1 + R_{ff}(s)G(s)}$$

C. 
$$\frac{Y(s)}{Y_{ref}(s)} = \frac{R_{fb}(s)G(s)}{1 + R_{fb}(s)G(s)} + R_{ff}(s)G(s)$$

D. 
$$\frac{Y(s)}{Y_{ref}(s)} = R_{fb}(s)G(s) + R_{ff}(s)G(s)$$



- 3. La funzione di sensitività del controllo dipende da:
  - A. la funzione di trasferimento dell'impianto
  - B. il margine di fase imposto alla funzione d'anello
  - C. il grado di continuità del segnale di riferimento
  - D. la presenza di un pre-filtro
- 4. Una rete anticipatrice  $R(s) = \frac{1 + \tau s}{1 + \alpha \tau s}$ :
  - A. ha come effetto utile l'attenuazione ad alta frequenza
  - B. ha la costante di tempo dello zero più bassa di quella del polo
  - C. ha come effetto negativo l'amplificazione in alta frequenza
  - D. introduce un anticipo di fase che ha un valore massimo dipendente solo da  $\alpha$
- 5. Il tuning in anello aperto di un regolatore PID può essere svolto
  - A. sempre, purchè l'impianto sia stabile in catena aperta
  - B. solo se l'impianto presenta una risposta al gradino aperiodica
  - C. solo se l'impianto ha grado relativo pari o superiore a 3
  - D. solo se l'impianto ha un modello del  $2^{\circ}$  ordine

- 6. Se un sistema dinamico presenta un margine di ampiezza  $M_a = 20 \text{dB}$ , posto in retroazione unitaria negativa con un regolatore R(s) = K (K positivo):
  - A. è stabile solo per K > 20
  - B. è stabile solo per K < 10
  - C. è stabile solo per K < 20
  - D. è sempre stabile
- 7. Quando è necessario utilizzare un meccanismo di anti-saturazione?
  - A. sempre, se per qualche motivo il sistema di attuazione presenta delle saturazioni fisiche
  - B. sempre, se si impiega un regolatore di tipo PID
  - C. nel caso in cui il sistema di attuazione presenti una saturazione e il regolatore sia tipo PI, PD, PID, ecc.
  - D. nel caso in cui il sistema di attuazione presenti una saturazione e nel regolare sia presente un termine di controllo integrale
- 8. In un sistema di controllo in retroazione, il fenomeno dell'aliasiang può essere particolarmente dannoso perchè:
  - A. non permette di ricostruire esattamente il segnale di riferimento
  - B. eventuali disturbi ad alta frequenza, di tipo 'n', potrebbero essere riportati nella banda del sistema e quindi non più attenuati efficacemente
  - C. eventuali disturbi a bassa frequenza, di tipo 'd', potrebbero essere riportati fuori dalla banda del sistema e quindi non più attenuati efficacemente
  - D. non sarebbe più possibile distinguere il riferimento desiderato dai disturbi di tipo 'd'
- 9. L' implementazione digitale di un regolatore tempo-continuo può dar luogo a un peggioramento significativo del margine di fase:
  - A. a causa di un periodo di campionamento  $T_s$  troppo piccolo
  - B. a causa del ritardo dovuto al ricostruttore di ordine zero
  - C. a causa del campionatore impulsivo
  - D. a causa del filtro anti-aliasing la cui pulsazione di taglio è collocata una decade a destra della pulsazione di incrocio  $\omega_c$  del guadagno d'anello
- 10. La traiettoria trapezoidale in velocità:
  - A. è ottenuta unendo segmenti di tipo polinomiale
  - B. è continua in posizione, velocità e accelerazione
  - C. presenta un profilo di accelerazione costante a tratti
  - D. tra tutte le traiettorie punto-punto è quella a durata minima, a parità di velocità e accelerazione massima

Ingegneria Meccanica e Ingegneria del Veicolo

### Compito del 5 giugno 2020 - Problemi

Nel modulo fornito, riportare le risposte ai seguenti quesiti (si noti che ad ogni domanda corrisponde una posizione ben precisa in cui rispondere). I problemi e le domande a risposta aperta si ritengono superati se vengono conseguiti almeno metà dei punti totali (11 su 22), diversamente il compito verrà ritenuto insufficiente a prescindere dal risultato della prima prova.

- 1. (**Foglio 1**) Illustrare le principali problematiche (vincoli cinematici, dinamici, ecc.) nella selezione e dimensionamento di traiettorie di riferimento (punto-punto) per sistemi dinamici.
- 2. (Fogli 2-3) Dato l'impianto descritto dalla funzione di trasferimento:

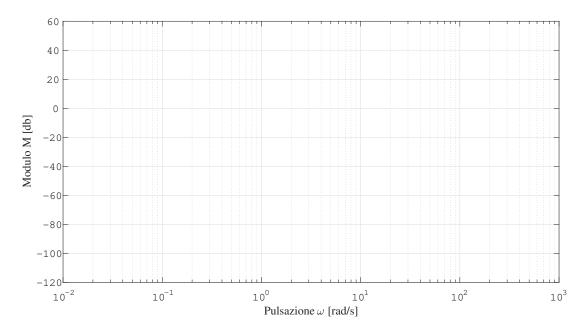
$$G(s) = 20 \frac{s+30}{(s+0.1)(s+2)(s+120)}$$

- a) (Box 1) Progettare un regolatore statico  $R_s(s)$  che consenta il soddisfacimento delle seguenti specifiche di bassa frequenza:
  - errore a regime inferiore allo 0.5% per ingresso di riferimento a gradino;
  - attenuazione di almeno 100 volte di un disturbo sinusoidale sull'uscita "d" con pulsazione  $\omega_d \in [0.01, 0.3] \text{ rad/s}.$
- b) (**Box 2**) Progettare il regolatore dinamico  $R_d(s)$  di complessità minima che consenta di imporre:
  - tempo di assestamento  $T_a \leq 0.2 \text{ s};$
  - sorpasso percentuale  $S_{\%} \leq 10\%$ ;
  - azione di controllo minima, compatibilmente con le altre specifiche.
- c) (**Diagramma di Bode**) Tracciare nello schema fornito il diagramma di Bode asintotico delle ampiezze di G(s) e di  $R(s) = R_s(s)R_d(s)$ . Quindi riportare nello stesso diagramma quello della funzione di sensitività del controllo Q(s).
- d) (**Box 3**) Al fine di ridurre ulteriormente l'azione di controllo durante il transitorio (alte frequenze) progettare un prefiltro del secondo ordine che riduca la banda passante del sistema nel range [0, 5] rad/s.
- e) (**Diagramma di Bode**) Riportare nello schema fornito (riquadro basso) la funzione di sensitività del controllo tracciata al punto d), quindi sovrapporre il diagramma delle ampiezze di  $R_{pf}(s)$  e l'andamento della nuova funzione di sensitività del controllo per l'ingresso di riferimento  $Q'(s) = R_{pf}(s)Q(s)$ .
- f) (Box 4-5) Volendo discretizzare sia il regolatore  $R(s) = R_s(s)R_d(s)$  che prefiltro  $R_{pf}(s)$  scegliere il tempo di campionamento più idoneo tenendo in considerazione
  - la banda del sistema in anello chiuso al punto c);
  - lo spettro del segnale di riferimento e la conseguente banda del prefiltro;
  - il fatto che si voglia inserire nella retroazione un filtro anti-aliasing di ordine 2, che senza alterare in maniera significativa la funzione d'anello (e in particolare il margine di fase), garantisca alla pulsazione di Nyquist un'attenuazione di 40 dB.

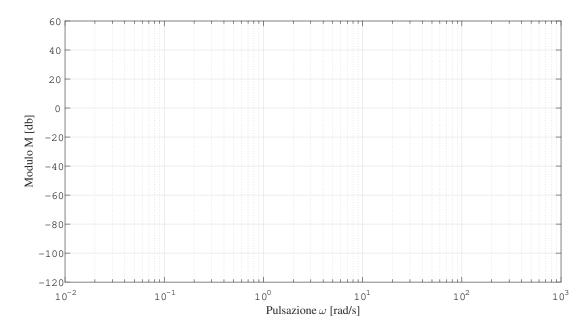
Assumere lo stesso tempo di campionamento e la più restrittiva delle condizioni suddette e discretizzare entrambi i sistemi con il metodo delle differenze all'indietro. Si mostri poi l'espressione analitica del filtro anti-aliasing, di cui si è scelta opportunamente la pulsazione di taglio.

g) (**Box 6**) Scrivere le equazioni alle differenze corrispondenti ai due sistemi discretizzati al punto precedente  $R(z) = \frac{U(z)}{E(z)}$  e  $R_{pf}(z) = \frac{Y(z)}{Q(z)}$ .

# Diagramma di Bode delle ampiezze di G(s), R(s) e Q(s)



# Diagramma di Bode delle ampiezze di $Q(s),\ R_{pf}(s)$ e $Q'(s)=R_{pf}(s)Q(s)$



Ingegneria Meccanica e Ingegneria del Veicolo

### Compito del 5 giugno 2020 - Quiz

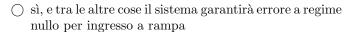
Per ciascuno dei seguenti quesiti, <u>riportare nel modulo fornito le lettere</u> relative alle risposte che si ritengono corrette. Alcuni quesiti possono avere più risposte corrette.

I quiz si ritengono superati se vengono individuate almeno metà delle risposte esatte (punti 5.5 su 11), diversamente il compito verrà ritenuto insufficiente a prescindere dal risultato della seconda prova.

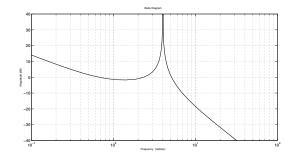
Dato il diagramma delle ampiezze della funzione d'anello L(s) di un sistema retroazionato, riportato in figura, è possibile desumere il comportamento asintotico del sistema in termini di errori a regime?



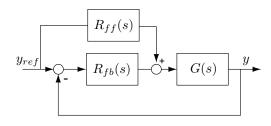
 $\otimes$  sì, e tra le altre cose il sistema garantirà errore a regime nullo per ingresso sinusoidale con  $\omega=4$  rad/s



O sì, e tra le altre cose il sistema garantirà errore a regime limitato, ma non nullo, per ingresso a gradino



2. In riferimento al sistema di figura, la funzione di trasferimento tra riferimento e uscita risulta:



3. La funzione di sensitività del controllo dipende da:

- O il margine di fase imposto alla funzione d'anello
- O il grado di continuità del segnale di riferimento
- 🛇 la presenza di un pre-filtro

4. Una rete anticipatrice  $R(s) = \frac{1+\tau s}{1+\alpha \tau s}$ :

- O ha come effetto utile l'attenuazione ad alta frequenza
- O ha la costante di tempo dello zero più bassa di quella del polo
- \times ha come effetto negativo l'amplificazione in alta frequenza
- $\bigotimes$  introduce un anticipo di fase che ha un valore massimo dipendente solo da  $\alpha$

5. Il tuning in anello aperto di un regolatore PID può essere svolto

- sempre, purchè l'impianto sia stabile in catena aperta
- 🛇 solo se l'impianto presenta una risposta al gradino aperiodica
- O solo se l'impianto ha grado relativo pari o superiore a 3
- $\bigcirc$  solo se l'impianto ha un modello del  $2^o$  ordine

6. Se un sistema dinamico presenta un margine di ampiezza $M_a=20{\rm dB},$ posto in retroazione unitaria negativa con un regolatore $R(s)=K$ ( $K$ positivo):
$\bigcirc$ è stabile solo per $K>20$
$\bigotimes$ è stabile solo per $K < 10$
$\bigcirc$ è stabile solo per $K < 20$
○ è sempre stabile
7. Quando è necessario utilizzare un meccanismo di anti-saturazione?
O sempre, se per qualche motivo il sistema di attuazione presenta delle saturazioni fisiche
O sempre, se si impiega un regolatore di tipo PID
O nel caso in cui il sistema di attuazione presenti una saturazione e il regolatore sia tipo PI, PD, PID, ecc.
$\bigotimes$ nel caso in cui il sistema di attuazione presenti una saturazione e nel regolare sia presente un termine di controllo integrale
8. In un sistema di controllo in retroazione, il fenomeno dell'aliasiang può essere particolarmente dannoso perchè:
O non permette di ricostruire esattamente il segnale di riferimento
$\otimes$ eventuali disturbi ad alta frequenza, di tipo 'n', potrebbero essere riportati nella banda del sistema e quindi non più attenuati efficacemente
O eventuali disturbi a bassa frequenza, di tipo 'd', potrebbero essere riportati fuori dalla banda del sistema e quindi non più attenuati efficacemente
O non sarebbe più possibile distinguere il riferimento desiderato dai disturbi di tipo 'd'
9. L' implementazione digitale di un regolatore tempo-continuo può dar luogo a un peggioramento significativo del margine di fase:
$\bigcirc$ a causa di un periodo di campionamento $T_s$ troppo piccolo
$\bigotimes$ a causa del ritardo dovuto al ricostruttore di ordine zero
○ a causa del campionatore impulsivo
$\bigcirc$ a causa del filtro anti-aliasing la cui pulsazione di taglio è collocata una decade a destra della pulsazione di incrocio $\omega_c$ del guadagno d'anello
10. La traiettoria trapezoidale in velocità:
$\bigotimes$ è ottenuta unendo segmenti di tipo polinomiale
○ è continua in posizione, velocità e accelerazione
$\bigotimes$ presenta un profilo di accelerazione costante a tratti
$\bigotimes$ tra tutte le traiettorie punto-punto è quella a durata minima, a parità di velocità e accelerazione massima

Ingegneria Meccanica e Ingegneria del Veicolo

### Compito del 5 giugno 2020 - Problemi

Nel modulo fornito, riportare le risposte ai seguenti quesiti (si noti che ad ogni domanda corrisponde una posizione ben precisa in cui rispondere). I problemi e le domande a risposta aperta si ritengono superati se vengono conseguiti almeno metà dei punti totali (11 su 22), diversamente il compito verrà ritenuto insufficiente a prescindere dal risultato della prima prova.

- 1. (Foglio 1) Illustrare le principali problematiche (vincoli cinematici, dinamici, ecc.) nella selezione e dimensionamento di traiettorie di riferimento (punto-punto) per sistemi dinamici.
- 2. (Fogli 2-3) Dato l'impianto descritto dalla funzione di trasferimento:

$$G(s) = 20 \frac{s + 30}{(s + 0.1)(s + 2)(s + 120)}$$

- a) (Box 1) Progettare un regolatore statico  $R_s(s)$  che consenta il soddisfacimento delle seguenti specifiche di bassa frequenza:
  - errore a regime inferiore allo 0.5% per ingresso di riferimento a gradino;
  - attenuazione di almeno 100 volte di un disturbo sinusoidale sull'uscita "d" con pulsazione  $\omega_d \in$ [0.01, 0.3] rad/s.

#### **SOLUZIONE:**

Dal momento che è richiesto errore a regime limitato per ingresso a gradino (e per disturbo "d" sinusoidale) il regolatore statico  $R_s(s)$  avrà la forma di un semplice guadagno

$$R_s(s) = \mu$$

opportunamente determinato imponendo le due condizioni di bassa freguenza. In particolare dalla prima si ricava

$$e_p = \frac{1}{1 + \mu G(0)} \le 0.005 \to \mu \ge \frac{1 - 0.005}{0.005 G(0)} = 7.96$$

essendo il guadagno statico G(0)=25. Dalla seconda condizione, che può essere riscritta come

$$|S(j\omega)| \leq \frac{1}{100}$$
 alla pulsazione  $\omega_d = 0.3 \mathrm{rad/s}$ 

considerando l'espressione approssimata di  $|S(j\omega)|$  per basse frequenze, si ricava

$$|S(j\omega_d)| \approx \frac{1}{|L(j\omega_d)|} = \frac{1}{|\mu G(j\omega_d)|} \le 0.01.$$

Svolgendo i calcoli risulta |G(j0.3)|=7.8186 da cui  $\mu\geq \frac{1}{7.8186\cdot 0.01}=12.79$ . Per garantire che entrambe le condizioni siano verificate, occorre assumere il valore di  $\mu$  più grande tra

quelli trovati. In particolare si considera  $\mu = 13$ .

- b) (Box 2) Progettare il regolatore dinamico  $R_d(s)$  di complessità minima che consenta di imporre:
  - tempo di assestamento  $T_a \leq 0.2 \text{ s}$ ;
  - sorpasso percentuale  $S_{\%} \leq 10\%$ ;
  - azione di controllo minima, compatibilmente con le altre specifiche.

#### **SOLUZIONE:**

Per il calcolo del regolatore dinamico si considera il sistema esteso  $G_e(s) = \mu G(s) = 260 \frac{s + 50}{(s + 0.1)(s + 2)(s + 120)}$ 

Le specifiche dinamiche possono essere tradotte in vincoli sul margine di fase e sulla pulsazione di incrocio della funzione d'anello. In particolare,

$$S_{\%} \le 10\%$$
  $\Rightarrow$   $\delta \approx 0.6$   $\Rightarrow$   $M_f \approx 100\delta = 60^o$ 

$$T_a \leq 0.2$$
s  $\Rightarrow \frac{3}{\delta \omega_c} \leq 0.2s$   $\Rightarrow \omega_c \geq \frac{3}{0.2 \cdot 0.6} = 25 {\rm rad/s}$ 

Si assume  $M_f^\star=60^o$  e  $\omega_c^\star=25$  rad/s. Dal calcolo del modulo e dell'argomento di  $G_e(j\omega)$ , alla pulsazione  $\omega_c^{\star}$  si evince come sia necessaria una rete anticipatrice. Infatti,  $|G_e(j25)| = 0.1321$  e  $\arg(G_e(j25)) =$  $-147.1596^{\circ}$ . Pertanto l'amplificazione della rete dovrà essere

$$M^* = \frac{1}{|G_e(j\omega_c^*)|} = 7.5695,$$

mentre lo sfasamento dovrà essere

$$\varphi^* = -180^o + M_f^* - \arg(G_e(j\omega_c^*)) = 27.1596^o.$$

 $M^*$  e  $\varphi^*$  verificano le condizioni di applicabilità di una rete anticipatrice.

Dalle formule di inversione si ricava che  $\tau=0.5853$  e  $\alpha=0.1134$  per cui

$$R_d(s) = \frac{0.5853 \, s + 1}{0.06639 \, s + 1}$$

c) (Diagramma di Bode) Tracciare nello schema fornito il diagramma di Bode asintotico delle ampiezze di G(s) e di  $R(s) = R_s(s)R_d(s)$ . Quindi riportare nello stesso diagramma quello della funzione di sensitività del controllo Q(s)

#### **SOLUZIONE:**

Vedere diagramma in fondo.

d) (Box 3) Al fine di ridurre ulteriormente l'azione di controllo durante il transitorio (alte frequenze) progettare un prefiltro del secondo ordine che riduca la banda passante del sistema nel range [0, 5] rad/s.

#### **SOLUZIONE:**

Il prefiltro per limitare la banda del sistema sarà un semplice passa-basso, la cui espressione, considerando un filtro di butterworth, risulta

$$R_{pf}(s) = \frac{25}{s^2 + 7.0711s + 25}$$

e) (Diagramma di Bode) Riportare nello schema fornito (riquadro basso) la funzione di sensitività del controllo tracciata al punto d), quindi sovrapporre il diagramma delle ampiezze di  $R_{pf}(s)$  e l'andamento della nuova funzione di sensitività del controllo per l'ingresso di riferimento Q'(s) $R_{pf}(s)Q(s)$ .

#### **SOLUZIONE:**

Vedere diagramma in fondo.

- f) (Box 4-5) Volendo discretizzare sia il regolatore  $R(s) = R_s(s)R_d(s)$  che prefiltro  $R_{pf}(s)$  scegliere il tempo di campionamento più idoneo tenendo in considerazione
  - la banda del sistema in anello chiuso al punto c);
  - lo spettro del segnale di riferimento e la conseguente banda del prefiltro;
  - il fatto che si voglia inserire nella retroazione un filtro anti-aliasing di ordine 2, che senza alterare in maniera significativa la funzione d'anello (e in particolare il margine di fase), garantisca alla pulsazione di Nyquist un'attenuazione di 40 dB.

Assumere lo stesso tempo di campionamento e la più restrittiva delle condizioni suddette e discretizzare entrambi i sistemi con il metodo delle differenze all'indietro. Si mostri poi l'espressione analitica del filtro anti-aliasing, di cui si è scelta opportunamente la pulsazione di taglio.

#### SOLUZIONE:

Le condizioni per la scelta del tempo di campionamento comportano nell'ordine

(a) 
$$\omega_c^\star = 25 \text{ rad/s} \quad \Rightarrow \quad \omega_s = 10 \omega_c^\star = 250 \text{ rad/s} \quad \Rightarrow \quad T = \frac{2\pi}{\omega_c} = 0.0251 \text{ s}$$

(a)  $\omega_c^\star=25~{\rm rad/s} \quad \Rightarrow \quad \omega_s=10\\ \omega_c^\star=250~{\rm rad/s} \quad \Rightarrow \quad T=\frac{2\pi}{\omega_s}=0.0251~s$  (b) Data la massima pulsazione del segnale in ingresso  $\omega_H=5~rad/s \quad \Rightarrow \quad \omega_s=10\\ \omega_H=50~{\rm rad/s} \quad \Rightarrow \quad T=\frac{2\pi}{\omega_s}=0.1257~s.$  Nota che questa seconda condizione poteva essere trascurata del condizione poteva essere del condizione poteva dato che si assume un segnale di ingresso più lento della banda passante del sistema retroazionato, avendo aggiunto il prefiltro passa-basso.

(c) Quest'ultima specifica richiede innanzitutto la definizione del filtro anti-aliasing, che non dovendo perturbare la fase della funzione di anello, dovrà avere una pulsazione di taglio  $\omega_T$  (ovvero il punto di rottura del diagramma di Bode delle ampiezze) almeno una decade a destra rispetto alla  $\omega_c (=25 \text{ rad/s})$  di L(s), quindi  $\omega_T=250 \text{ rad/s}$  e

$$H_{aa}(s) = \frac{62500}{s^2 + 354s + 62500}$$

Essendo il filtro del secondo ordine, per garantire 40 db di attenuazione la pulsazione di Nyquist dovrà essere collocata un decade a destra rispetto a  $\omega_{aa}$  per cui

$$\frac{\omega_s}{2} = 10 \omega_{aa} = 2500 \text{ rad/s} \Rightarrow \omega_s = 5000 \text{ rad/s} \Rightarrow T = \frac{2\pi}{\omega_s} = 0.0013 \ s.$$

Assumendo la più restrittiva delle specifiche, ovvero quella relativa la tempo di campionamento più piccolo  $(T=0.0013\ s)$ , si può considerare per semplicità  $T=0.001\ s$ .

Sostituendo  $s=\frac{1-z^{-1}}{T}$  i corrispondenti sistemi discretizzati risultano

$$R(s) = 13 \frac{0.5853 \, s + 1}{0.06639 \, s + 1} \quad \Rightarrow \quad R(z) = \frac{113.1 - 112.9 z^{-1}}{1 - 0.9852 z^{-1}} = \frac{113.1 \, z - 112.9}{z - 0.9852}$$

$$R_{pf}(s) = \frac{25}{s^2 + 7.0711 \, s + 25} \quad \Rightarrow \quad R_{pf}(z) = \frac{2.482e - 005}{1 - 1.993 z^{-1} + 0.993 z^{-2}} = \frac{2.482e - 005 z^2}{z^2 - 1.993 z^1 + 0.993}$$

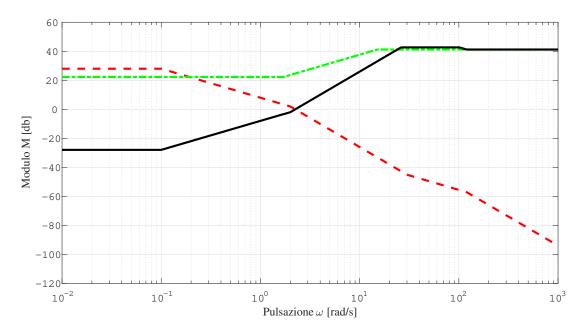
g) (**Box 6**) Scrivere le equazioni alle differenze corrispondenti ai due sistemi discretizzati al punto precedente  $R(z) = \frac{U(z)}{E(z)}$  e  $R_{pf}(z) = \frac{Y(z)}{Q(z)}$ .

#### SOLUZIONE:

Interpretando  $z^{-1}$  come l'operatore ritardo unitario segue immediatamente che le equazioni alle differenze corrispondenti a R(z) e M(z) sono:

$$R(z) = \frac{113.1 - 112.9z^{-1}}{1 - 0.9852z^{-1}} = \frac{U(z)}{E(z)} \quad \Rightarrow \quad u_k = 0.9852 \, u_{k-1} + 113.1e_k - 112.9e_{k-1}$$
 
$$R_{pf}(z) = \frac{2.482e - 005}{1 - 1.993z^{-1} + 0.993z^{-2}} = \frac{Y(z)}{Q(z)} \quad \Rightarrow \quad y_k = 1.993y_{k-1} - 0.993y_{k-2} + 2.482e - 005q_k$$

# Diagramma di Bode delle ampiezze di G(s), R(s) e Q(s)



# Diagramma di Bode delle ampiezze di $Q(s),\ R_{pf}(s)$ e $Q'(s)=R_{pf}(s)Q(s)$

