

Sistemi di Controllo - Controlli Automatici (Parte B)

Ingegneria Meccanica e Ingegneria del Veicolo

Compito del 20 maggio 2020 - Quiz

Per ciascuno dei seguenti quesiti, riportare nel modulo fornito le lettere relative alle risposte che si ritengono corrette. Alcuni quesiti possono avere più risposte corrette.

I quiz si ritengono superati se vengono individuate almeno metà delle risposte esatte (punti 5.5 su 11), diversamente il compito verrà ritenuto insufficiente a prescindere dal risultato della seconda prova.

1. Dato un sistema lineare descritto da una funzione di trasferimento stabile $G(s)$, la riduzione del tempo di assestamento T_a può essere ottenuta:
 - A. riducendone la banda passante mediante controllo in retroazione
 - B. riducendone il margine di fase M_f con un controllo in retroazione
 - C. aumentandone il margine di fase M_f con un controllo in retroazione
 - D. allargandone la banda passante mediante controllo in catena diretta
2. Il margine di ampiezza M_a di una funzione di anello $L(s)$:
 - A. è una misura di robustezza della stabilità rispetto ad incertezze sul guadagno d'anello
 - B. può essere messo direttamente (anche se in maniera approssimata) in relazione con il tempo di assestamento del sistema retroazionato
 - C. è l'inverso del guadagno d'anello alla pulsazione per cui $\arg(L(j\omega)) = -\pi$
 - D. è l'inverso del guadagno d'anello alla pulsazione per cui $\arg(L(j\omega)) = 0$
3. Assumendo il classico andamento passa-basso della funzione di anello $L(s)$, per ridurre di un fattore 100 l'influenza sull'uscita di un disturbo sull'attuazione $d(t) = 2\sin(0.03t) + 5\sin(0.5t)$ è necessario che:
 - A. il guadagno di anello alla pulsazione 0.03 rad/s abbia modulo maggiore di 40dB
 - B. il guadagno di anello alla pulsazione 0.5 rad/s abbia modulo maggiore di 40dB
 - C. il guadagno di anello alla pulsazione 0.03 rad/s abbia modulo minore di -40dB
 - D. il guadagno di anello alla pulsazione 0.05 rad/s abbia modulo minore di -40dB
4. In un sistema in retroazione unitaria, per avere errore a regime nullo a fronte di un ingresso a rampa, è necessario che
 - A. qualora l'impianto sia di tipo 0, il controllore abbia almeno un polo nell'origine
 - B. qualora l'impianto sia di tipo 1, il controllore abbia almeno un polo nell'origine
 - C. qualora l'impianto sia di tipo 0, il controllore abbia almeno due poli nell'origine
 - D. nella funzione d'anello sia presente almeno un polo nell'origine
5. Una rete ritardatrice presenta le seguenti proprietà:
 - A. migliora il margine di fase nell'intorno delle frequenze a cui agisce
 - B. riduce il guadagno alle alte frequenze e peggiora il margine di fase nell'intorno delle frequenze a cui agisce
 - C. diminuisce la banda del sistema
 - D. aumenta la banda del sistema
6. La compensazione in avanti del riferimento:
 - A. può essere fatta solo se l'impianto controllato è stabile e a fase minima
 - B. può essere fatta solo se l'impianto controllato ha grado relativo nullo
 - C. nel caso in cui la funzione di trasferimento dell'impianto non presenti zeri è data da una semplice combinazione lineare dell'ingresso e delle sue derivate
 - D. se l'impianto controllato ha un polo nell'origine dà luogo a un'azione di controllo infinita

7. In un controllore PID, l'azione proporzionale K_p ($K_p > 1$):
- aumenta la banda passante ma diminuisce il margine di fase
 - aumenta il margine di fase ma diminuisce la banda passante
 - aumenta il guadagno a basse frequenze
 - rende nullo l'errore a regime
8. L'operazione di campionamento di un segnale tempo-continuo a banda limitata $x(t)$ (con pulsazione massima ω_m) effettuata con periodo T_s :
- dà luogo a un segnale tempo-discreto $x_k = x(kT_s)$ a partire dal quale non è più possibile ricostruire $x(t)$
 - dà luogo a un segnale tempo-discreto $x_k = x(kT_s)$ da cui è possibile ricostruire esattamente $x(t)$ se $T_s \leq \frac{\pi}{\omega_m}$
 - dà luogo a un segnale tempo-discreto $x_k = x(kT_s)$ da cui è possibile ricostruire esattamente $x(t)$ se $T_s \leq \frac{2\pi}{\omega_m}$
9. Nel caso di un sistema di controllo digitale, i disturbi di misura sovrapposti al segnale retroazionato:
- sono particolarmente problematici a causa del fenomeno dell'aliasing
 - possono essere ridotti a piacere agendo sulla funzione di sensitività complementare alle alte frequenze
 - devono essere filtrati mediante l'adozione di un filtro opportunamente progettato a monte dell'operazione di campionamento
 - devono sempre essere filtrati mediante l'adozione di un filtro digitale opportunamente progettato a valle del campionatore
10. (**Biagiotti**) A parità di vincoli sulla massima velocità e massima accelerazione:
- una traiettoria trapezoidale in velocità tra due punti avrà durata certamente inferiore a una traiettoria cicloidale tra gli stessi
 - una traiettoria trapezoidale in velocità tra due punti avrà durata certamente superiore a una traiettoria cicloidale tra gli stessi
 - il grado di continuità della traiettoria trapezoidale sarà inferiore a quello della traiettoria cicloidale
10. (**Giarrè**) Per l'applicazione del criterio di Nyquist a un sistema in retroazione:
- non occorre alcuna informazione sulla stabilità ad anello aperto
 - occorre sapere se il sistema ad anello aperto è stabile o instabile
 - occorre conoscere il numero dei poli a parte reale positiva
 - occorre conoscere il numero degli zeri a parte reale positiva

Sistemi di Controllo - Controlli Automatici (Parte B)

Ingegneria Meccanica e Ingegneria del Veicolo

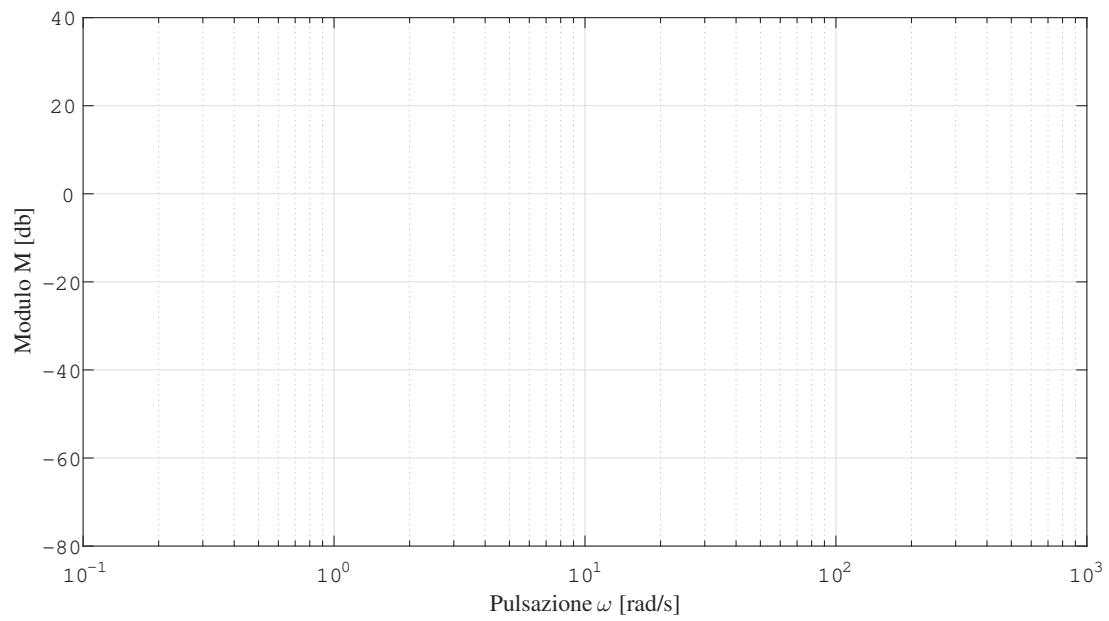
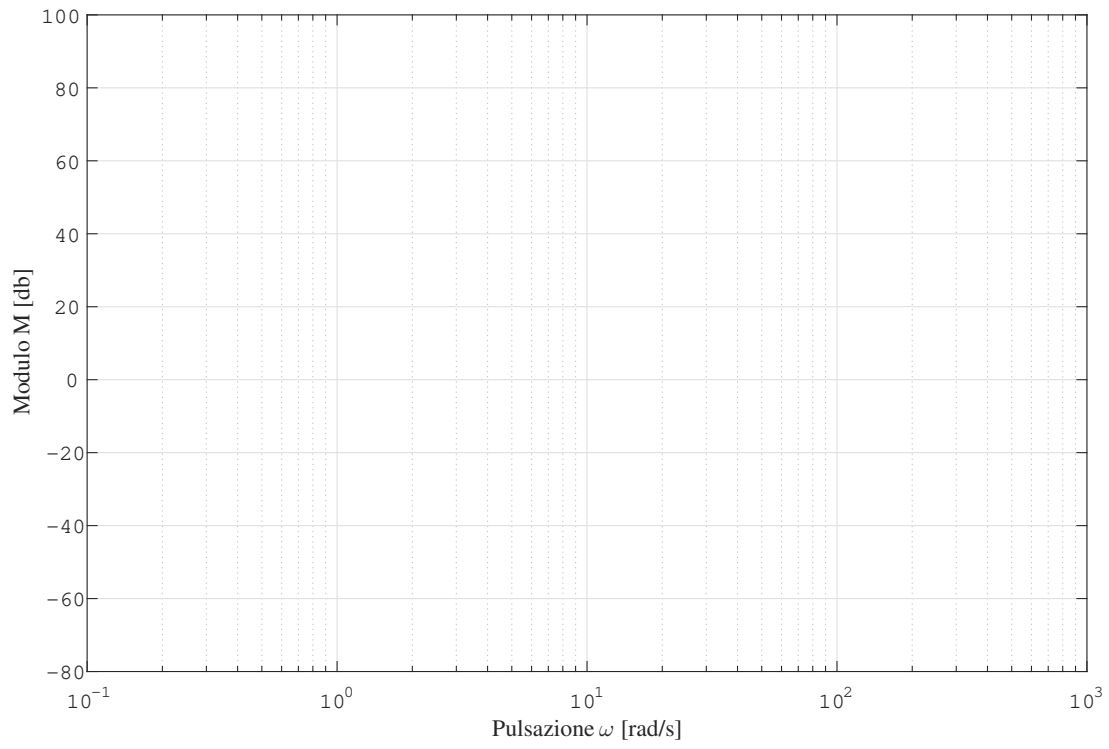
Compito del 20 maggio 2020 - Problemi

Nel modulo fornito, riportare le risposte ai seguenti quesiti (si noti che ad ogni domanda corrisponde una posizione ben precisa in cui rispondere). I problemi e le domande a risposta aperta si ritengono superati se vengono conseguiti almeno metà dei punti totali (11 su 22), diversamente il compito verrà ritenuto insufficiente a prescindere dal risultato della prima prova.

1. (**Foglio 1**) Dopo aver illustrato la definizione e il significato del margine di fase e del margine di ampiezza, enunciare il criterio di Bode per la stabilità dei sistemi retroazionati.
2. (**Fogli 2-3**) Dato l'impianto $G(s) = 15 \frac{(s+6)}{s(s+30)}$ Si vuole realizzare un regolatore in retroazione che consenta l'ottenimento delle seguenti specifiche statiche e dinamiche:
 - errore a regime nullo per ingresso di riferimento a rampa;
 - risposta aperiodica;
 - tempo di assestamento $T_a \leq 0.1s$;
 - attenuazione di almeno 10 volte di un disturbo di misura $n(t)$ a pulsazione 100 rad/s.

Si richiede pertanto di svolgere i seguenti punti.

- a) (**Box 1-2**) Progettare il regolatore $R(s)$ di complessità minima che, a meno di incompatibilità, soddisfi le specifiche indicate in alto, tenendo in considerazione che al successivo punto c) è richiesta la progettazione di un prefiltro.
- b) (**Diagramma di Bode**) Disegnare il diagramma di Bode asintotico delle ampiezze della funzione di anello $L(s) = R(s)G(s)$ e sovrapporre a questo quello della funzione di sensitività complementare $F(s)$.
- c) (**Box 3**) Progettare il prefiltro $R_{pf}(s)$ che consenta il soddisfacimento di tutte le specifiche inizialmente richieste. Disegnare lo schema di controllo che includa controllo in retroazione e prefiltro.
- d) (**Diagramma di Bode**) In un nuovo schema, riportare il diagramma approssimato della funzione di sensitività complementare $F(s)$ (tracciato al punto b)) e, dopo aver tracciato anche il diagramma di Bode asintotico delle ampiezze di $R_{pf}(s)$, riportare il diagramma della nuova funzione di trasferimento $F'(s)$ che lega ingresso e uscita e tiene in considerazione il prefiltro.
- e) (**Box 4**) Volendo discretizzare sia il regolatore $R(s)$ che prefiltro $R_{pf}(s)$ scegliere il tempo di campionamento più idoneo tenendo in considerazione lo spettro dei segnali in gioco, incluso il disturbo di misura $n(t)$. Discretizzare $R(s)$ e $R_{pf}(s)$ con il metodo di Tustin.
- f) (**Box 5**) Scrivere le equazioni alle differenze corrispondenti ai due sistemi discretizzati al punto precedente $R(z) = \frac{U(z)}{E(z)}$ e $R_{pf}(z) = \frac{Y(z)}{Q(z)}$.
- g) (**Box 6**) Assumendo che oltre al disturbo $n(t)$ alla pulsazione di 100 rad/s, che è già stato preso in considerazione nella scelta del periodo di campionamento (e quindi non dà luogo ad aliasing) esistano dei disturbi di misura ad altissima frequenza, collocati sopra 2 KHz, progettare un filtro anti-aliasing (del secondo ordine) che consenta di attenuare di almeno 80 dB tali disturbi senza alterare in maniera significativa la funzione d'anello. Riportare l'espressione del filtro e la struttura dello schema di controllo digitale in cui esso viene inserito.



Sistemi di Controllo - Controlli Automatici (Parte B)

Ingegneria Meccanica e Ingegneria del Veicolo

Compito del 20 maggio 2020 - Quiz

Per ciascuno dei seguenti quesiti, riportare nel modulo fornito le lettere relative alle risposte che si ritengono corrette. Alcuni quesiti possono avere più risposte corrette.

I quiz si ritengono superati se vengono individuate almeno metà delle risposte esatte (punti 5.5 su 11), diversamente il compito verrà ritenuto insufficiente a prescindere dal risultato della seconda prova.

1. Dato un sistema lineare descritto da una funzione di trasferimento stabile $G(s)$, la riduzione del tempo di assestamento T_a può essere ottenuta:
 - riducendone la banda passante mediante controllo in retroazione
 - riducendone il margine di fase M_f con un controllo in retroazione
 - aumentandone il margine di fase M_f con un controllo in retroazione
 - allargandone la banda passante mediante controllo in catena diretta
2. Il margine di ampiezza M_a di una funzione di anello $L(s)$:
 - è una misura di robustezza della stabilità rispetto ad incertezze sul guadagno d'anello
 - può essere messo direttamente (anche se in maniera approssimata) in relazione con il tempo di assestamento del sistema retroazionato
 - è l'inverso del guadagno d'anello alla pulsazione per cui $\arg(L(j\omega)) = -\pi$
 - è l'inverso del guadagno d'anello alla pulsazione per cui $\arg(L(j\omega)) = 0$
3. Assumendo il classico andamento passa-basso della funzione di anello $L(s)$, per ridurre di un fattore 100 l'influenza sull'uscita di un disturbo sull'attuazione $d(t) = 2 \sin(0.03t) + 5 \sin(0.5t)$ è necessario che:
 - il guadagno di anello alla pulsazione 0.03 rad/s abbia modulo maggiore di 40 dB
 - il guadagno di anello alla pulsazione 0.5 rad/s abbia modulo maggiore di 40 dB
 - il guadagno di anello alla pulsazione 0.03 rad/s abbia modulo minore di -40 dB
 - il guadagno di anello alla pulsazione 0.05 rad/s abbia modulo minore di -40 dB
4. In un sistema in retroazione unitaria, per avere errore a regime nullo a fronte di un ingresso a rampa, è necessario che
 - qualora l'impianto sia di tipo 0, il controllore abbia almeno un polo nell'origine
 - qualora l'impianto sia di tipo 1, il controllore abbia almeno un polo nell'origine
 - qualora l'impianto sia di tipo 0, il controllore abbia almeno due poli nell'origine
 - nella funzione d'anello sia presente almeno un polo nell'origine
5. Una rete ritardatrice presenta le seguenti proprietà:
 - migliora il margine di fase nell'intorno delle frequenze a cui agisce
 - riduce il guadagno alle alte frequenze e peggiora il margine di fase nell'intorno delle frequenze a cui agisce
 - diminuisce la banda del sistema
 - aumenta la banda del sistema
6. La compensazione in avanti del riferimento:
 - può essere fatta solo se l'impianto controllato è stabile e a fase minima
 - può essere fatta solo se l'impianto controllato ha grado relativo nullo
 - nel caso in cui la funzione di trasferimento dell'impianto non presenti zeri è data da una semplice combinazione lineare dell'ingresso e delle sue derivate
 - se l'impianto controllato ha un polo nell'origine dà luogo a un'azione di controllo infinita

7. In un controllore PID, l'azione proporzionale K_p ($K_p > 1$):
- aumenta la banda passante ma diminuisce il margine di fase
 - aumenta il margine di fase ma diminuisce la banda passante
 - aumenta il guadagno a basse frequenze
 - rende nullo l'errore a regime
8. L'operazione di campionamento di un segnale tempo-continuo a banda limitata $x(t)$ (con pulsazione massima ω_m) effettuata con periodo T_s :
- dà luogo a un segnale tempo-discreto $x_k = x(kT_s)$ a partire dal quale non è più possibile ricostruire $x(t)$
 - dà luogo a un segnale tempo-discreto $x_k = x(kT_s)$ da cui è possibile ricostruire esattamente $x(t)$ se $T_s \leq \frac{\pi}{\omega_m}$
 - dà luogo a un segnale tempo-discreto $x_k = x(kT_s)$ da cui è possibile ricostruire esattamente $x(t)$ se $T_s \leq \frac{2\pi}{\omega_m}$
9. Nel caso di un sistema di controllo digitale, i disturbi di misura sovrapposti al segnale retroazionato:
- sono particolarmente problematici a causa del fenomeno dell'aliasing
 - possono essere ridotti a piacere agendo sulla funzione di sensitività complementare alle alte frequenze
 - devono essere filtrati mediante l'adozione di un filtro opportunamente progettato a monte dell'operazione di campionamento
 - devono sempre essere filtrati mediante l'adozione di un filtro digitale opportunamente progettato a valle del campionatore
10. (**Biagiotti**) A parità di vincoli sulla massima velocità e massima accelerazione:
- una traiettoria trapezoidale in velocità tra due punti avrà durata certamente inferiore a una traiettoria cicloidale tra gli stessi
 - una traiettoria trapezoidale in velocità tra due punti avrà durata certamente superiore a una traiettoria cicloidale tra gli stessi
 - il grado di continuità della traiettoria trapezoidale sarà inferiore a quello della traiettoria cicloidale
10. (**Giarrè**) Per l'applicazione del criterio di Nyquist a un sistema in retroazione:
- non occorre alcuna informazione sulla stabilità ad anello aperto
 - occorre sapere se il sistema ad anello aperto è stabile o instabile
 - occorre conoscere il numero dei poli a parte reale positiva
 - occorre conoscere il numero degli zeri a parte reale positiva

Sistemi di Controllo - Controlli Automatici (Parte B)

Ingegneria Meccanica e Ingegneria del Veicolo

Compito del 20 maggio 2020 - Problemi

Nel modulo fornito, riportare le risposte ai seguenti quesiti (si noti che ad ogni domanda corrisponde una posizione ben precisa in cui rispondere). I problemi e le domande a risposta aperta si ritengono superati se vengono conseguiti almeno metà dei punti totali (11 su 22), diversamente il compito verrà ritenuto insufficiente a prescindere dal risultato della prima prova.

- (Foglio 1) Dopo aver illustrato la definizione e il significato del margine di fase e del margine di ampiezza, enunciare il criterio di Bode per la stabilità dei sistemi retroazionati.
- (Fogli 2-3) Dato l'impianto $G(s) = 15 \frac{(s+6)}{s(s+30)}$ Si vuole realizzare un regolatore in retroazione che consenta l'ottenimento delle seguenti specifiche statiche e dinamiche:
 - errore a regime nullo per ingresso di riferimento a rampa;
 - risposta aperiodica;
 - tempo di assestamento $T_a \leq 0.1s$;
 - attenuazione di almeno 10 volte di un disturbo di misura $n(t)$ a pulsazione 100 rad/s.

Si richiede pertanto di svolgere i seguenti punti.

- (Box 1-2) Progettare il regolatore $R(s)$ di complessità minima che, a meno di incompatibilità, soddisfi le specifiche indicate in alto, tenendo in considerazione che al successivo punto c) è richiesta la progettazione di un prefiltro.

SOLUZIONE:

Dalle specifiche richieste discendono i seguenti vincoli frequenziali:

- errore a regime nullo per ingresso di riferimento a rampa \rightarrow polo nell'origine del regolatore (funzione di anello di tipo 2)
- risposta aperiodica ($\delta = 1$) $\rightarrow M_f \geq 80^\circ$; si assume $M_f^* = 80^\circ$
- $T_a \leq 0.1s \rightarrow \frac{3}{\omega_c} \leq 0.1 \rightarrow \omega_c \geq \frac{3}{0.1} = 30 \text{ rad/s}$
- attenuazione dei disturbi $n \rightarrow$ assumendo un andamento passa-basso della funzione di anello, (in maniera conservativa) si può assumere $\omega_c \leq 100/10 = 10 \text{ rad/s}$;

Dal momento che le specifiche (c) e (d) sono chiaramente incompatibili si assumerà il valore $\omega_c^* = 10 \text{ rad/s}$ per garantire l'attenuazione del rumore di misura, demandando al successivo prefiltro il soddisfacimento della specifica sul tempo di assestamento.

Poichè il regolatore deve avere un polo nell'origine si ipotizza l'impiego di un regolatore PI, $R_{PI}(s) = \mu \frac{\tau_z s + 1}{s}$, che tra quelli con un polo nell'origine è il più semplice. Per soddisfare le altre specifiche occorre imporre al sistema esteso

$$G_e(s) = \frac{G(s)}{s} = 15 \frac{(s+6)}{s^2(s+30)}$$

il margine di fase $M_f^* = 80^\circ$ e la pulsazione di incrocio $\omega_c^* = 10 \text{ rad/s}$ scegliendo opportunamente lo zero e il guadagno del regolatore PI. Dopo aver calcolato $|G_e(j10)| = 0.0553$ e $\arg\{G_e(j10)\} = -139.3987^\circ$ si evince $\varphi^* = 39.3987^\circ = 0.6876 \text{ rad}$ da cui

$$\tau_z = \frac{\tan \varphi^*}{\omega_c^*} = 0.0821$$

e

$$\mu = \frac{1}{|G_e(j10)| \cdot \sqrt{1 + (\tau_z \omega_c^*)^2}} = 13.9694.$$

L'espressione del regolatore PI in grado di soddisfare tutte le specifiche risulta pertanto

$$R_{PI}(s) = 13.9694 \frac{0.0821s + 1}{s}.$$

- b) (**Diagramma di Bode**) Disegnare il diagramma di Bode asintotico delle ampiezze della funzione di anello $L(s) = R(s)G(s)$ e sovrapporre a questo quello della funzione di sensitività complementare $F(s)$.

SOLUZIONE:

Vedere diagramma in fondo. I diagrammi sono plotati con Matlab e potrebbero differire anche sensibilmente (soprattutto nell'intorno della pulsazione di attraversamento) da quelli tracciati a mano.

- c) (**Box 3**) Progettare il prefiltro $R_{pf}(s)$ che consenta il soddisfacimento di tutte le specifiche inizialmente richieste. Disegnare lo schema di controllo che includa controllo in retroazione e prefiltro.

SOLUZIONE:

Il prefiltro ha lo scopo di rendere il sistema retroazionato più veloce, allargandone la banda a partire dall'attuale di 10 rad/s fino a ottenere una pulsazione di taglio compatibile con $T_a = 0.1s$. Visto che la $F(s)$ è caratterizzata da un polo dominante reale con $\omega_n = 10$ rad/s mentre si vuole imporre una $\omega_n \geq 30$ rad/s, il prefiltro, passa-alto del primo ordine, avrà la forma

$$R_{pf}(s) = \frac{\frac{s}{10} + 1}{\frac{s}{30} + 1}$$

- d) (**Diagramma di Bode**) In un nuovo schema, riportare il diagramma approssimato della funzione di sensitività complementare $F(s)$ (tracciato al punto b)) e, dopo aver tracciato anche il diagramma di Bode asintotico delle ampiezze di $R_{pf}(s)$, riportare il diagramma della nuova funzione di trasferimento $F'(s)$ che lega ingresso e uscita e tiene in considerazione il prefiltro.

SOLUZIONE:

Vedere diagramma in fondo. Il diagramma è molto diverso da quello tracciato a mano poichè le funzioni $F(s)$ e $F'(s)$ sono quelle reali (e non quelle dedotte per via grafica) calcolate con Matlab.

- e) (**Box 4**) Volendo discretizzare sia il regolatore $R(s)$ che prefiltro $R_{pf}(s)$ scegliere il tempo di campionamento più idoneo tenendo in considerazione lo spettro dei segnali in gioco, incluso il disturbo di misura $n(t)$. Discretizzare $R(s)$ e $R_{pf}(s)$ con il metodo di Tustin.

SOLUZIONE:

Il tempo di campionamento può essere scelto assumendo una pulsazione di campionamento pari a 10 volte la massima pulsazione dei segnali in gioco che in questo caso risulta pari a $\omega_{max} = 30$ rad/s (larghezza di banda della funzione ingresso-uscita con prefiltro). Pertanto

$$\omega_s = 10\omega_{max} = 300 \text{ rad/s} \Rightarrow T = \frac{2\pi}{\omega_s} = 0.0209 \text{ s.}$$

Bisogna anche considerare la presenza del disturbo di misura $n(t)$, che agisce a una frequenza bene nota. In questo caso per evitare fenomeni di aliasing occorre che

$$\frac{\omega_s}{2} \geq 100 \text{ rad/s} \Rightarrow \omega_s \geq 200 \text{ rad/s} \Rightarrow T \leq \frac{2\pi}{200} = 0.0314 \text{ rad/s.}$$

Il periodo di campionamento $T = 0.02$ s soddisfa tutte le specifiche.

Sostituendo $s = \frac{2}{T} \frac{1 - z^{-1}}{1 + z^{-1}}$ i corrispondenti sistemi discretizzati risultano

$$R(s) = 13.9694 \frac{0.0821s + 1}{s} \Rightarrow R(z) = \frac{1.287 - 1.008z^{-1}}{1 - z^{-1}} = \frac{1.287z - 1.008}{z - 1}$$

$$R_{pf}(s) = \frac{\frac{s}{10} + 1}{\frac{s}{43} + 1} \Rightarrow R_{pf}(z) = \frac{2.538 - 2.077z^{-1}}{1 - 0.5385z^{-1}} = \frac{2.538z - 2.077}{z - 0.5385}$$

- f) (**Box 5**) Scrivere le equazioni alle differenze corrispondenti ai due sistemi discretizzati al punto precedente $R(z) = \frac{U(z)}{E(z)}$ e $R_{pf}(z) = \frac{Y(z)}{Q(z)}$.

SOLUZIONE:

Interpretando z^{-1} come l'operatore ritardo unitario segue immediatamente che le equazioni alle differenze corrispondenti a $R(z)$ e $R_{pf}(z)$ sono:

$$R(z) = \frac{1.287 - 1.008z^{-1}}{1 - z^{-1}} = \frac{U(z)}{E(z)} \Rightarrow u_k = u_{k-1} + 1.287e_k - 1.008e_{k-1}$$

$$R_{pf}(z) = \frac{2.538 - 2.077z^{-1}}{1 - 0.5385z^{-1}} = \frac{Y(z)}{Q(z)} \Rightarrow y_k = 0.5385y_{k-1} + 2.538q_k - 2.077q_{k-1}$$

- g) (**Box 6**) Assumendo che oltre al disturbo $n(t)$ alla pulsazione di 100 rad/s, che è già stato preso in considerazione nella scelta del periodo di campionamento (e quindi non dà luogo ad aliasing) esistano dei disturbi di misura ad altissima frequenza, collocati sopra 2 KHz, progettare un filtro anti-aliasing (del secondo ordine) che consenta di attenuare di almeno 80 dB tali disturbi senza alterare in maniera significativa la funzione d'anello. Riportare l'espressione del filtro e la struttura dello schema di controllo digitale in cui esso viene inserito.

SOLUZIONE:

Dal momento che si desidera perturbare il meno possibile la funzione di anello del sistema retroazionato occorrerà prendere la pulsazione più elevata compatibile con i requisiti di attenuazione desiderati. Nel caso in esame, per avere un'attenuazione di 80dB con un filtro passa-basso occorre collocare la sua pulsazione di taglio due decadi prima della minima pulsazione a cui agisce il disturbo che vale $\omega_L = 2\pi \cdot 2000 = 12566$ rad/s. La pulsazione di taglio del filtro risulta pertanto $\omega_{aa} = \frac{\omega_L}{100} = 125.66$ rad/s. Per semplicità si assume $\omega_{aa} = 125$ rad/s da cui risulta

$$H_{aa}(s) = \frac{15625}{s^2 + 176.77s + 15625}$$

Lo schema di controllo digitale equipaggiato con il filtro anti-aliasing è riportato nella figura che segue.

