Sistemi di Controllo - Controlli Automatici (Parte A)

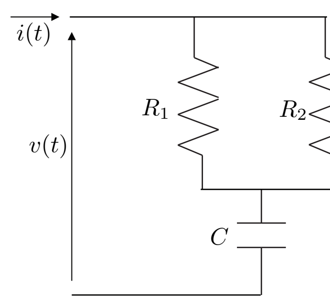
Ingegneria Meccanica e Ingegneria del Veicolo

Compito del 8 settembre 2020 - Quiz

Per ciascuno dei seguenti quesiti, riportare nel modulo fornito le lettere relative alle risposte che si ritengono corrette. Alcuni quesiti possono avere più risposte corrette.
I quiz si ritengono superati se vengono individuate almeno metà delle risposte esatte (punti 5.5 su 11), diversamente il compito verrà ritenuto insufficiente a prescindere dal risultato della seconda prova.

1. La funzione di trasferimento $G(s) = \dfrac{(s-5)(s+5)}{s(s^2+10s+36)}$ corrisponde a un sistema
   - A. asintoticamente stabile
   - B. semplicemente stabile
   - C. instabile
   - D. ingresso limitato - uscita limitata

2. Data la rete elettrica di figura composta da resistenze, capacità e induttanze, quale sarà l'ordine della funzione di trasferimento tra ingresso $v(t)$ e uscita $i(t)$?
   - A. 1
   - B. 2
   - C. 3
   - D. 4



3. L'equazione differenziale $\ddot{y}(t) + 12\,\dot{y}(t) + 3\,y^2(t) = 2\,x(t)$, dove $x(t)$ è l'ingresso e $y(t)$ l'uscita, è
   - A. lineare
   - B. non lineare
   - C. stazionaria
   - D. non stazionaria

4. Dato un sistema del secondo ordine senza zeri e con poli complessi coniugati, facendo variare sul piano complesso la posizione dei poli lungo rette uscenti dall'origine si ottengono risposte al gradino caratterizzate da:
   - A. stesso tempo di assestamento T_a
   - B. stesso sorpasso percentuale $S\%$
   - C. stessa pulsazione naturale ω_n
   - D. stesso periodo T_ω delle oscillazioni

5. Il diagramma di Bode delle fasi del ritardo
   - A. è costante
   - B. decresce esponenzialmente all'aumentare di ω
   - C. cresce esponenzialmente all'aumentare di ω
   - D. è nullo

6. La pendenza finale del diagramma di Bode della ampiezze relativo alla funzione di trasferimento $G(s) = \dfrac{2(s-5)}{s(s^2-2s+18)(s+90)}$ è
   A. -20 db/decade
   B. -40 db/decade
   C. -60 db/decade
   D. -80 db/decade

7. Il sistema $G(s) = 2/(s^2+2s+18)$ retroazionato con retroazione unitaria ha un errore a regime e_p per ingresso a gradino $R(s) = 10/s$ pari a:
   A. $e_p = 0$
   B. $e_p = 0.9$
   C. $e_p = 9$
   D. $e_p = \infty$

8. Se $y(t)$ è la risposta al gradino unitario del sistema $G(s) = \dfrac{24(s+1)(s+15)}{(s^2+10s+36)(12s+10)}$, quanto vale $\dot{y}(0^+)$ ovvero il valore iniziale della derivata della risposta al gradino?
   A. $\dot{y}(0^+) = 0$
   B. $\dot{y}(0^+) = 1$
   C. $\dot{y}(0^+) = 2$
   D. $\dot{y}(0^+) = \infty$

9. Data una generica funzione $f(t)$ di cui è nota la trasformata di Laplace $F(s)$, l'espressione della trasformata della sua derivata seconda $f^{(2)}(t)$ è
   A. $s^2F(s)$
   B. $s^2F(s) - sf(0^-) - f^{(1)}(0^-)$
   C. $s^2F(s) - sf^{(1)}(0^-) - f(0^-)$
   D. $s^2F(s) + sf^{(1)}(0^-) + f(0^-)$

10. Un sistema del secondo ordine a poli complessi coniugati e privo di zeri, ha un picco di risonanza M_R maggiore di uno se
   A. $0 < \delta < \frac{1}{\sqrt{2}}$
   B. $0 < \delta < \frac{1}{2}$
   C. $0 < \delta < \sqrt{2}$
   D. $0 < \delta < 1$

Sistemi di Controllo - Controlli Automatici (Parte A)

Ingegneria Meccanica e Ingegneria del Veicolo

Compito del 8 settembre 2020 - Problemi

Nel modulo fornito, riportare le risposte ai seguenti quesiti (si noti che ad ogni domanda corrisponde una posizione ben precisa in cui rispondere). I problemi e le domande a risposta aperta si ritengono superati se vengono conseguiti almeno metà dei punti totali (11 su 22), diversamente il compito verrà ritenuto insufficiente a prescindere dal risultato della prima prova.

a) Determinare la trasformata di Laplace $X_i(s)$ dei seguenti segnali temporali $x_i(t)$:

$$x_1(t) = 4t^3 e^{6t}, \qquad x_2(t) = \int_{-\infty}^{\infty} e^{3\tau} \cos(4(t-\tau))d\tau$$

b) Data l'equazione differenziale

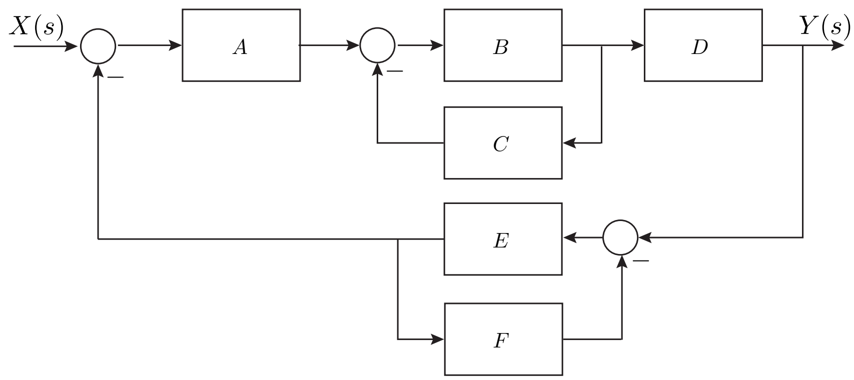
$$\ddot{y}(t) + 4\dot{y}(t) + 13y(t) = 2\ddot{x}(t) + 3\dot{x}(t) + 13x(t)$$

dove $y(t)$ e $x(t)$ rappresentano rispettivamente il segnale di uscita e quello di ingresso:

b.1) Determinare la funzione di trasferimento $G(s) = \dfrac{Y(s)}{X(s)}$ corrispondente all'equazione differenziale data;

b.2) Calcolare analiticamente la risposta di $G(s)$ a un segnale di ingresso a gradino di ampiezza 2, $x(t) = 2$.

c) Dato il seguente schema a blocchi:



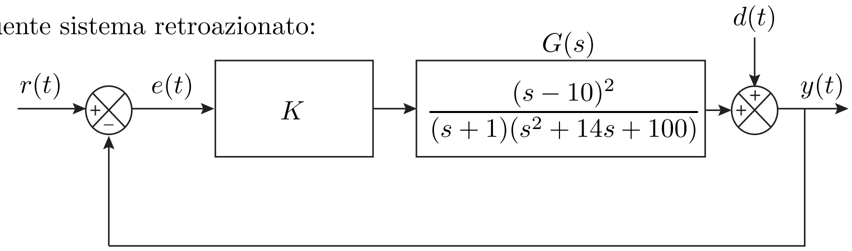
utilizzando la formula di Mason calcolare la funzione di trasferimento $G(s)$ che lega l'ingresso $X(s)$ all'uscita $Y(s)$.

d) Data la funzione di trasferimento

$$G(s) = \frac{80(s+3)(0.01s+1)}{(4s+1)(0.1s+1)(s^2+5s+16)(\frac{s^2}{900} + \frac{2}{90}s + 1)}$$

disegnare l'andamento qualitativo della risposta $y(t)$ a un gradino di ampiezza 3, $x(t) = 3$. Calcolare il valore a regime y_∞ dell'uscita $y(t)$ del sistema, stimare qualitativamente il tempo di assestamento T_a del sistema e il periodo T_ω dell'eventuale oscillazione smorzata.

e) Sia dato il seguente sistema retroazionato:



e.1) Determinare per quali valori del parametro K il sistema retroazionato è asintoticamente stabile.

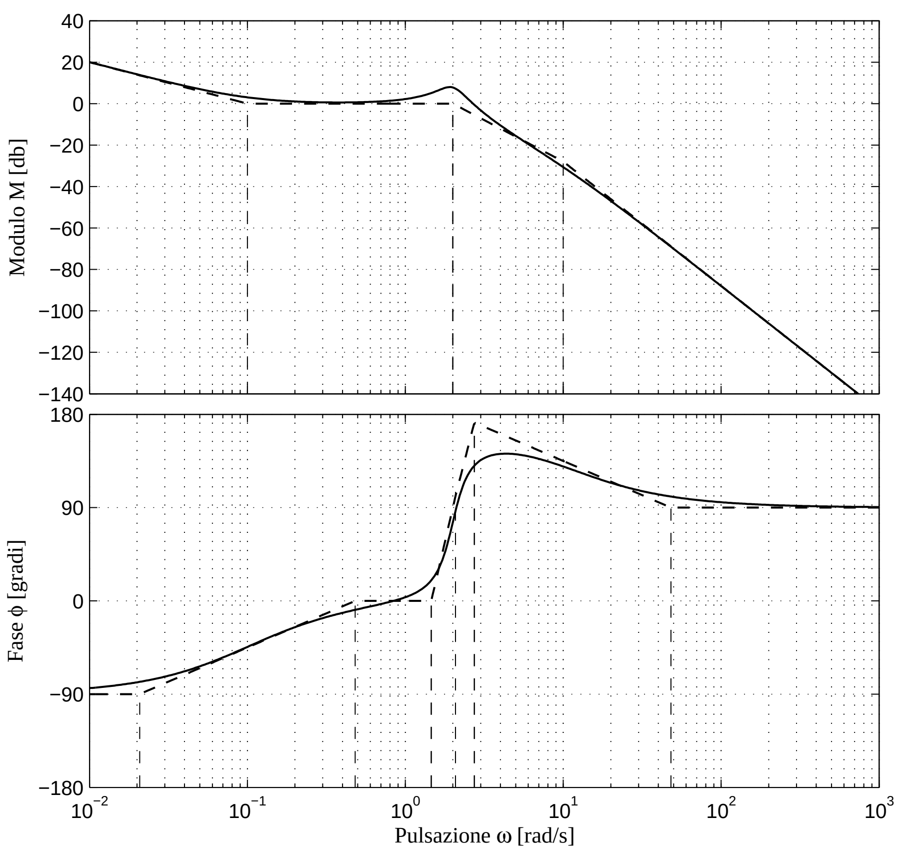
e.2) Posto $K = 3$, calcolare l'errore a regime e_∞ quando sul sistema retroazionato agiscono contemporaneamente il segnale $r(t) = 8$ e il disturbo $d(t) = 3\sin(2t - \frac{\pi}{2})$.

e.3) Tracciare (nello schema fornito in allegato) i diagrammi asintotici di Bode delle ampiezze e delle fasi della funzione $G(s)$.

Biagiotti e.4) Tracciare qualitativamente il luogo delle radici del sistema retroazionato per valori positivi del parametro K. Determinare esattamente gli asintoti, il centro degli asintoti, le intersezioni con l'asse immaginario e i corrispondenti valori del guadagno K.

Giarrè - e.4) Disegnare qualitativamente il diagramma di Nyquist "completo" della funzione di risposta armonica $G(j\omega)$. Calcolare esattamente la posizione σ_0 di un eventuale asintoto, le eventuali intersezioni con l'asse reale e i corrispondenti valori delle pulsazioni.

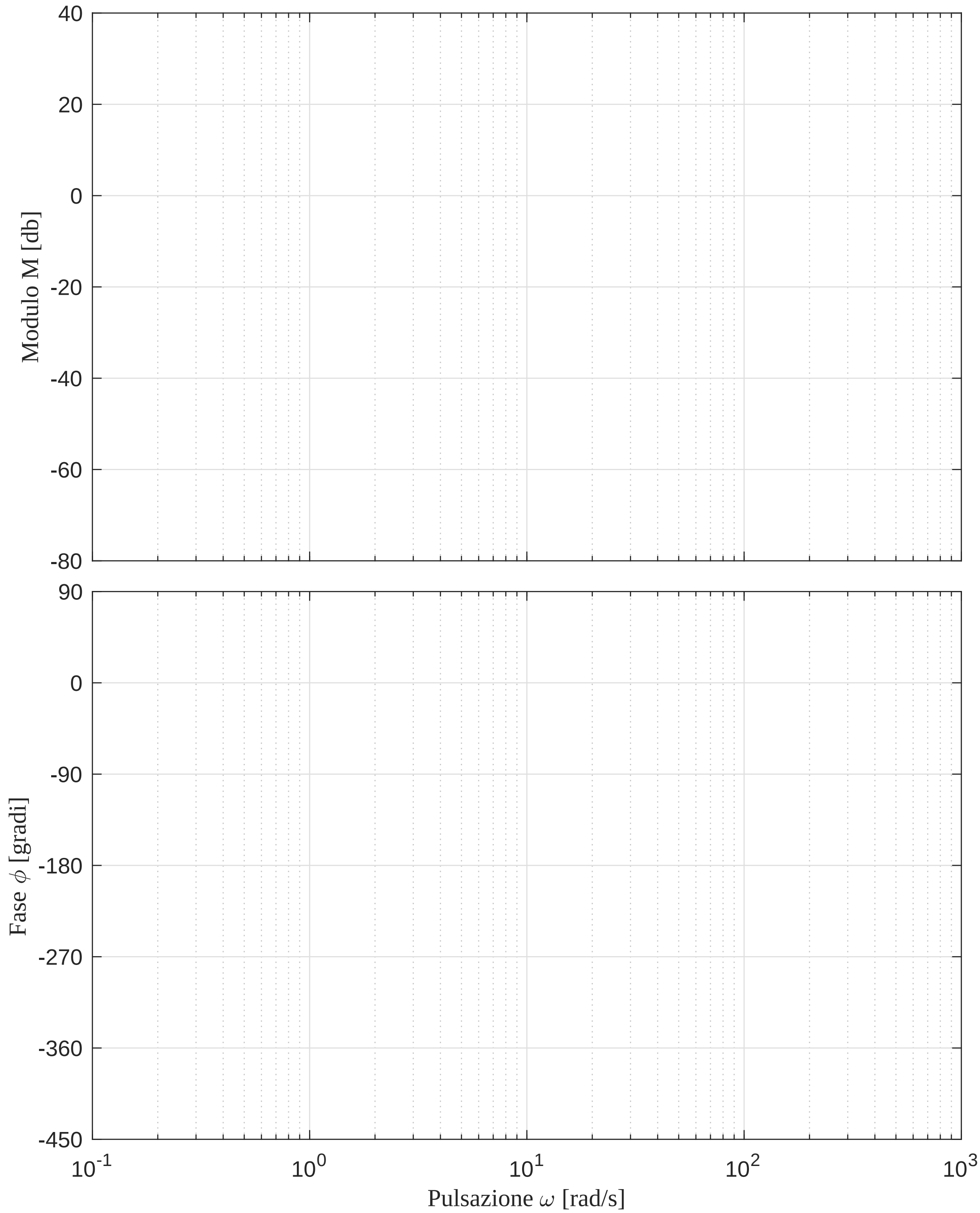
f) Facendo riferimento ai diagrammi di Bode della funzione $G(s)$ mostrati in figura



f.1) Ricavare l'espressione analitica della funzione $G(s)$.

f.2) Valutare in maniera approssimata la risposta a regime $y_\infty(t)$ del sistema $G(s)$ quando in ingresso è presente il segnale:

$$x(t) = 4 + 3\,\sin(9\,t - \frac{\pi}{6}).$$



40
20
0
-20
-40
-60
-80
Modulo M [db]
90
0
-90
-180
-270
-360
-450
Fase ϕ [gradi]
10^{-1}
10^{0}
10^{1}
10^{2}
10^{3}
Pulsazione ω [rad/s]

Sistemi di Controllo - Controlli Automatici (Parte A)

Ingegneria Meccanica e Ingegneria del Veicolo

Compito del 8 settembre 2020 - Quiz

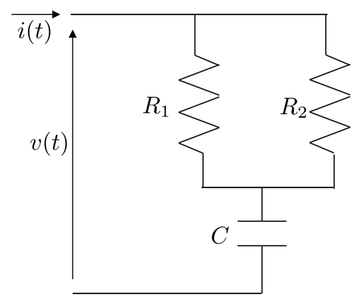
Per ciascuno dei seguenti quesiti, riportare nel modulo fornito le lettere relative alle risposte che si ritengono corrette. Alcuni quesiti possono avere più risposte corrette.
I quiz si ritengono superati se vengono individuate almeno metà delle risposte esatte (punti 5.5 su 11), diversamente il compito verrà ritenuto insufficiente a prescindere dal risultato della seconda prova.

1. La funzione di trasferimento $G(s) = \dfrac{(s-5)(s+5)}{s(s^2+10s+36)}$ corrisponde a un sistema

   ◯ asintoticamente stabile
   ⊗ semplicemente stabile
   ◯ instabile
   ◯ ingresso limitato - uscita limitata

2. Data la rete elettrica di figura composta da resistenze, capacità e induttanze, quale sarà l'ordine della funzione di trasferimento tra ingresso $v(t)$ e uscita $i(t)$?

   ⊗ 1
   ◯ 2
   ◯ 3
   ◯ 4



3. L'equazione differenziale $\ddot{y}(t) + 12\,\dot{y}(t) + 3\,y^2(t) = 2\,x(t)$, dove $x(t)$ è l'ingresso e $y(t)$ l'uscita, è

   ◯ lineare
   ⊗ non lineare
   ⊗ stazionaria
   ◯ non stazionaria

4. Dato un sistema del secondo ordine senza zeri e con poli complessi coniugati, facendo variare sul piano complesso la posizione dei poli lungo rette uscenti dall'origine si ottengono risposte al gradino caratterizzate da:

   ◯ stesso tempo di assestamento T_a
   ⊗ stesso sorpasso percentuale $S\%$
   ◯ stessa pulsazione naturale ω_n
   ◯ stesso periodo T_ω delle oscillazioni

5. Il diagramma di Bode delle fasi del ritardo

   ◯ è costante
   ⊗ decresce esponenzialmente all'aumentare di ω
   ◯ cresce esponenzialmente all'aumentare di ω
   ◯ è nullo

6. La pendenza finale del diagramma di Bode della ampiezze relativo alla funzione di trasferimento $G(s) = \dfrac{2(s-5)}{s(s^2-2s+18)(s+90)}$ è

   ○ -20 db/decade
   ○ -40 db/decade
   ⊗ -60 db/decade
   ○ -80 db/decade

7. Il sistema $G(s) = 2/(s^2+2s+18)$ retroazionato con retroazione unitaria ha un errore a regime e_p per ingresso a gradino $R(s) = 10/s$ pari a:

   ○ $e_p = 0$
   ○ $e_p = 0.9$
   ⊗ $e_p = 9$
   ○ $e_p = \infty$

8. Se $y(t)$ è la risposta al gradino unitario del sistema $G(s) = \dfrac{24(s+1)(s+15)}{(s^2+10s+36)(12s+10)}$, quanto vale $\dot{y}(0^+)$ ovvero il valore iniziale della derivata della risposta al gradino?

   ○ $\dot{y}(0^+) = 0$
   ○ $\dot{y}(0^+) = 1$
   ⊗ $\dot{y}(0^+) = 2$
   ○ $\dot{y}(0^+) = \infty$

9. Data una generica funzione $f(t)$ di cui è nota la trasformata di Laplace $F(s)$, l'espressione della trasformata della sua derivata seconda $f^{(2)}(t)$ è

   ○ $s^2F(s)$
   ⊗ $s^2F(s) - sf(0^-) - f^{(1)}(0^-)$
   ○ $s^2F(s) - sf^{(1)}(0^-) - f(0^-)$
   ○ $s^2F(s) + sf^{(1)}(0^-) + f(0^-)$

10. Un sistema del secondo ordine a poli complessi coniugati e privo di zeri, ha un picco di risonanza M_R maggiore di uno se

   ⊗ $0 < \delta < \frac{1}{\sqrt{2}}$
   ○ $0 < \delta < \frac{1}{2}$
   ○ $0 < \delta < \sqrt{2}$
   ○ $0 < \delta < 1$

Sistemi di Controllo - Controlli Automatici (Parte A)

Ingegneria Meccanica e Ingegneria del Veicolo

Compito del 8 settembre 2020 - Problemi

Nel modulo fornito, riportare le risposte ai seguenti quesiti (si noti che ad ogni domanda corrisponde una posizione ben precisa in cui rispondere). I problemi e le domande a risposta aperta si ritengono superati se vengono conseguiti almeno metà dei punti totali (11 su 22), diversamente il compito verrà ritenuto insufficiente a prescindere dal risultato della prima prova.

a) Determinare la trasformata di Laplace $X_i(s)$ dei seguenti segnali temporali $x_i(t)$:

$$x_1(t) = 4t^3 e^{6t}, \qquad x_2(t) = \int_{-\infty}^{\infty} e^{3\tau} \cos(4(t-\tau))d\tau$$

SOLUZIONE:

$$X_1(s) = \frac{24}{(s-6)^4}, \qquad X_2(s) = \frac{1}{(s-3)} \frac{s}{(s^2+16)}$$

Notare che $x_2(t)$ è semplicemente l'integrale di convoluzione delle due funzioni e^{3t} e $\cos(4t)$ e pertanto $X_2(s)$ è il prodotto delle rispettive trasformate.

---

b) Data l'equazione differenziale

$$\ddot{y}(t) + 4\dot{y}(t) + 13y(t) = 2\ddot{x}(t) + 3\dot{x}(t) + 13x(t)$$

dove $y(t)$ e $x(t)$ rappresentano rispettivamente il segnale di uscita e quello di ingresso:

b.1) Determinare la funzione di trasferimento $G(s) = \dfrac{Y(s)}{X(s)}$ corrispondente all'equazione differenziale data;

SOLUZIONE:

$$G(s) = \frac{2s^2+3s+13}{s^2+4s+13}$$

---

b.2) Calcolare analiticamente la risposta di $G(s)$ a un segnale di ingresso a gradino di ampiezza 2, $x(t) = 2$.

SOLUZIONE:

La trasformata di Laplace della risposta del sistema al segnale $x(t) = 2$ vale

$$Y(s) = G(s)\,X(s) = \frac{2s^2+3s+13}{s^2+4s+13}\,\frac{2}{s} = \frac{4s^2+6s+26}{s^3+4s^2+13s}$$

che, scomposta in fratti semplici, può essere riscritta come

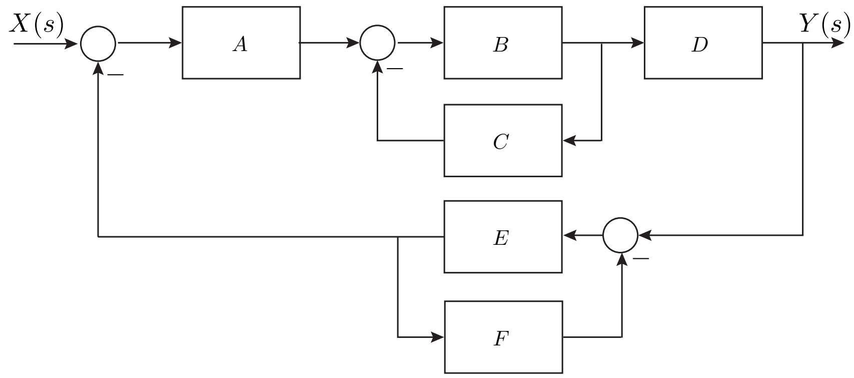
$$Y(s) = \frac{2}{s} + \frac{1+j}{s+2-3j} + \frac{1-j}{s+2+3j}.$$

Pertanto, antitrasformando, risulta

$$y(t) = 2 + 2\sqrt{2}e^{-2t}\cos(3t + 0.7854)$$

---

c) Dato il seguente schema a blocchi:



utilizzando la formula di Mason calcolare la funzione di trasferimento $G(s)$ che lega l'ingresso $X(s)$ all'uscita $Y(s)$.

SOLUZIONE:

$$G(s) = \frac{Y(s)}{X(s)} = \frac{ABD(1+EF)}{1+ABDE+BC+EF+BCEF}$$

d) Data la funzione di trasferimento

$$G(s) = \frac{80(s+3)(0.01s+1)}{(4s+1)(0.1s+1)(s^2+5s+16)(\frac{s^2}{900}+\frac{2}{90}s+1)}$$

disegnare l'andamento qualitativo della risposta $y(t)$ a un gradino di ampiezza 3, $x(t) = 3$. Calcolare il valore a regime y_∞ dell'uscita $y(t)$ del sistema, stimare qualitativamente il tempo di assestamento T_a del sistema e il periodo T_ω dell'eventuale oscillazione smorzata.

SOLUZIONE:

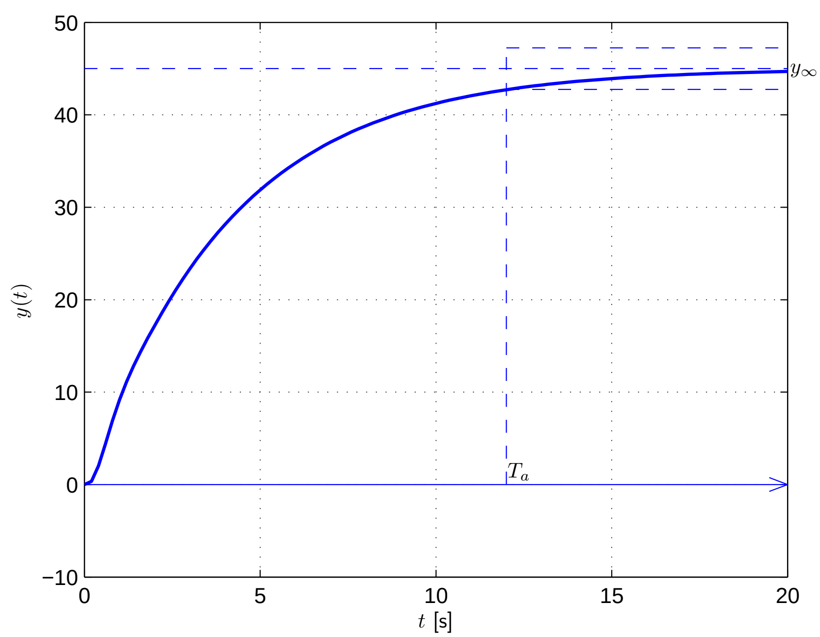
Riscrivendo la funzione nella forma poli-zeri

$$G(s) = \frac{1800(s+3)(s+100)}{(s+0.25)(s+10)(s^2+5s+16)(s^2+20s+900)}$$

si evidenzia immediatamente come il polo dominante (reale) sia

$$p = -0.25.$$

Di conseguenza la risposta al gradino avrà un andamento qualitativo di tipo aperiodico. In figura è riportata la risposta del sistema.



Il valore a regime dell'uscita per un gradino in ingresso di ampiezza $A = 3$ risulta

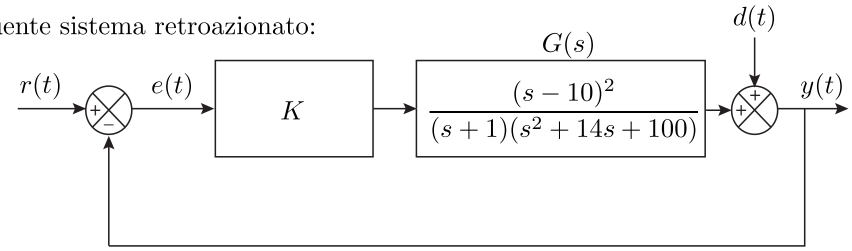
$$y_\infty = A\,G(0) = 3 \cdot 15 = 45$$

Il tempo di assestamento T_a è

$$T_a = 3\tau = 3 \cdot 4 = 12 \text{ s},$$

---

e) Sia dato il seguente sistema retroazionato:



e.1) Determinare per quali valori del parametro K il sistema retroazionato è asintoticamente stabile.

SOLUZIONE:

L'equazione caratteristica del sistema retroazionato è

$$1+K\frac{(s-10)^2}{(s+1)(s^2+14s+100)}=0 \qquad \rightarrow \qquad s^3+(15+K)s^2+(114-20K)s+100+100K=0$$

La corrispondente tabella di Routh è la seguente

$$\begin{array}{c|cccc} 3 & 1 & 114-20K & & \\ 2 & 15+K & 100+100K & \rightarrow & K>-15 \\ 1 & 1610-286K-20K^2 & & \rightarrow & -18.6227<K<4.3227 \\ 0 & 100+100K & & \rightarrow & K>-1 \end{array}$$

Il sistema retroazionato è asintoticamente stabile per:

$$-1<K<4.3227=K^\star$$

La pulsazione $\omega^\star$ corrispondente al valore limite $K^\star$ è:

$$\omega^\star=\sqrt{\left|\frac{100+100\,K^\star}{15+K^\star}\right|}=5.2485 \text{ rad/s}$$

e.2) Posto $K=3$, calcolare l'errore a regime e_∞ quando sul sistema retroazionato agiscono contemporaneamente il segnale $r(t)=8$ e il disturbo $d(t)=3\sin(2t-\frac{\pi}{2})$.

SOLUZIONE:

Dato che il sistema è lineare e soggetto quindi alla sovrapposizione degli effetti, l'errore $E(s)$, espresso mediante la trasformata di Laplace, risulterà:

$$E(s)=E_r(s)+E_d(s)$$

dove $E_r(s)$ è l'errore dovuto al riferimento mentre $E_d(s)$ è l'errore dovuto al disturbo. I due errori possono essere calcolati come

$$E_r(s)=F_r(s)\,R(s)=\frac{1}{1+KG(s)}R(s) \tag{1}$$

$$E_d(s)=F_d(s)\,D(s)=\frac{-1}{1+KG(s)}D(s) \tag{2}$$

essendo $R(s)$ e $D(s)$ le trasformate di laplace del riferimento $r(t)$ e del disturbo $d(t)$ rispettivamente. Notare che in questo schema a blocchi $F_d(s)=-F_r(s)$. Facendo i calcoli risulta $F_r(s)=\dfrac{s^3+15s^2+114s+100}{s^3+18s^2+54s+400}$, e conseguentemente $F_d(s)=-\dfrac{s^3+15s^2+114s+100}{s^3+18s^2+54s+400}$.

Il riferimento costante $r(t)$ causa un errore a regime che può essere calcolato come

$$\begin{aligned} e_{d\infty} &= \lim_{s\to 0} sF_r(s)R(s) \\ &= \lim_{s\to 0} s\,\frac{s^3+15s^2+114s+100}{s^3+18s^2+54s+400}\,\frac{8}{s} \\ &= \lim_{s\to 0}\frac{s^3+15s^2+114s+100}{s^3+18s^2+54s+400}\,8=2 \end{aligned}$$

Poichè il disturbo $d(t)$ è un segnale sinusoidale, per trovarne la risposta a regime si usa la funzione di risposta armonica. Pertanto

$$\begin{aligned} e_{d\infty}(t) &= 3|F_d(j2)|\sin(2\,t - \frac{\pi}{2} + \arg\{F_d(j2)\}) \\ &= 1.9563\sin(2\,t + 2.6658\text{rad}) \end{aligned}$$

essendo $|F_d(j2)| = 0.6521$, $\arg\{F_d(j2)\} = 242.7398^o = 4.2366$ rad. Applicando la sovrapposizione degli effetti, l'errore a regime risulta complessivamente

$$e_\infty(t) = 2 + 1.9563\sin(2\,t + 2.6658\text{rad})$$

e.3) Tracciare (nello schema fornito in allegato) i diagrammi asintotici di Bode delle ampiezze e delle fasi della funzione $G(s)$.

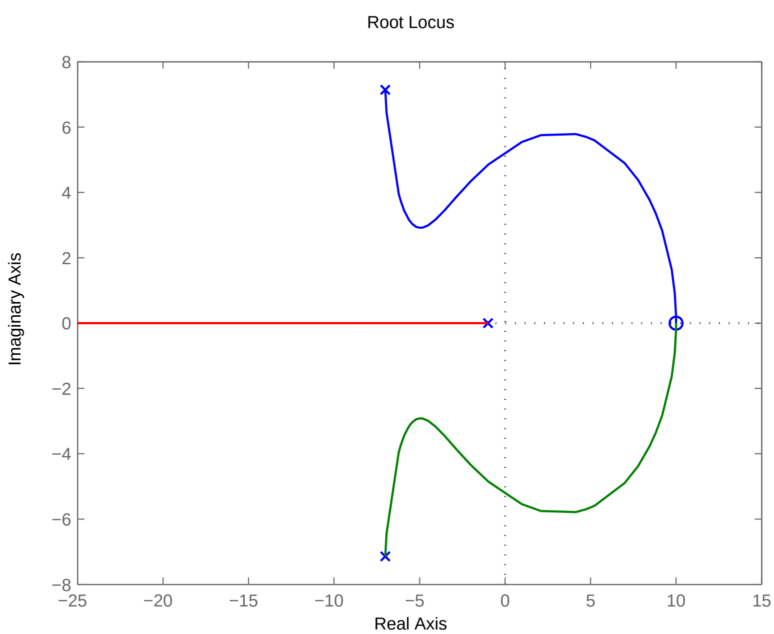
SOLUZIONE:
Vedi figura in fondo.

Biagiotti e.4) Tracciare qualitativamente il luogo delle radici del sistema retroazionato per valori positivi del parametro K. Determinare esattamente gli asintoti, il centro degli asintoti, le intersezioni con l'asse immaginario e i corrispondenti valori del guadagno K.

SOLUZIONE:
Essendo 1 il grado relativo del sistema, ci sarà un solo asintoto disposto orizzontalmente lungo l'asse reale negativo la cui ascissa[1] si trova in

$$\sigma_a = \frac{1}{1}(-14 - 1 - 20) = -35.$$

Il luogo delle radici finale è riportato nella seguente figura.

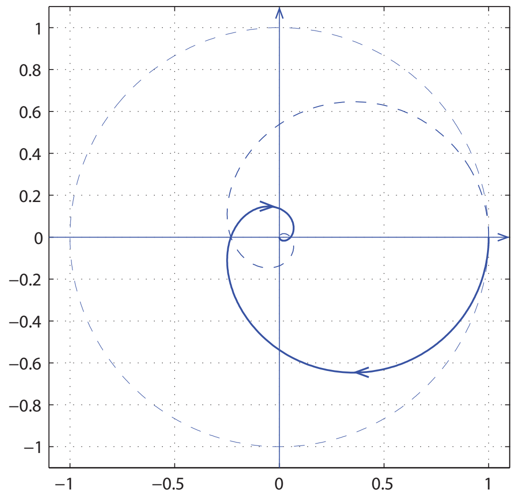


Dall'analisi svolta mediante il criterio di Routh, risulta che il luogo delle radici attraversa l'asse immaginario in corrispondenza di $\pm j\omega^* = \pm j5.2485$ per $K = K^* = 4.3227$.

Giarrè - e.4) Disegnare qualitativamente il diagramma di Nyquist "completo" della funzione di risposta armonica $G(j\omega)$. Calcolare esattamente la posizione σ_0 di un eventuale asintoto, le eventuali intersezioni con l'asse reale e i corrispondenti valori delle pulsazioni.

SOLUZIONE:
Il diagramma di Nyquist della funzione $G(s)$ è riportato in figura.

[1]In realtà il calcolo del centro degli asintoti nel caso di un solo asintoto è poco significativo.



La funzione approssimante per $\omega \to 0$ è

$$G_0(s) = 1$$

pertanto il diagramma parte all'infinito con fase iniziale $\varphi_0 = 0$, ed esattamente dal punto $1 + j0$.
La funzione approssimante per $\omega \to \infty$ è

$$G_\infty(s) = \frac{1}{s}$$

e quindi il diagramma giunge nell'origine con fase finale $\varphi_\infty = -\frac{\pi}{2}$.
Il parametro Δ_τ vale

$$\Delta_\tau = -\frac{1}{10} - \frac{1}{10} - (1 + \frac{14}{100}) = -\frac{134}{100} = -1.34 < 0$$

pertanto il diagramma parte in ritardo rispetto alla fase iniziale φ_0.
Il sistema è di tipo 0 pertanto non esiste alcun asintoto.
Il parametro Δ_p vale

$$\Delta_p = 10 + 10 - (-1 - 14) = 35 > 0$$

pertanto il diagramma arriva in anticipo rispetto alla fase finale φ_∞.
Lo variazione di fase complessiva per $\omega \in \,]0, \infty[$ è

$$\Delta\varphi = -\pi - \frac{\pi}{2} - \pi = -\frac{5}{2}\pi.$$

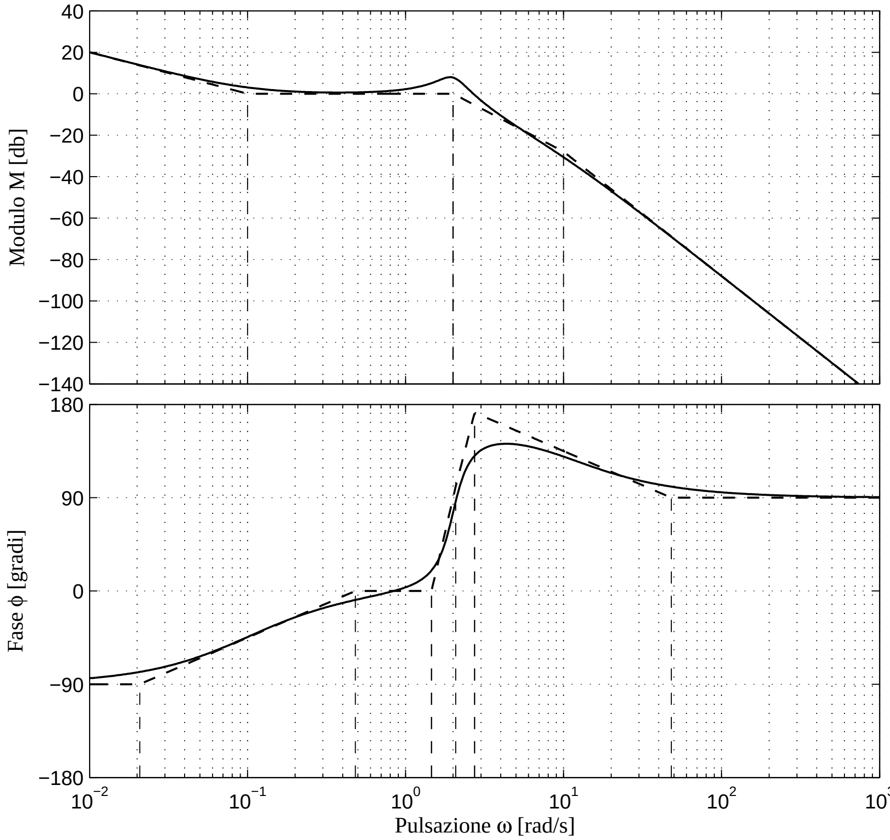
Ne consegue che il vettore $G(j\omega)$ ruota di $\frac{5}{2}\pi$ in senso orario per raggiungere la fase finale φ_∞ a partire da φ_0. Esiste almeno una intersezione con l'asse reale che, in virtù dell'analisi svolta con Routh al primo punto, risulta in corrispondenza dell'ascissa

$$\sigma^\star = -1/K^\star = -1/4.3227 = -0.2313$$

alla pulsazione $\omega^\star = 5.2485$ rad/s. In realtà, come si evince dal grafico in alto, esistono anche altre intersezioni con l'asse reale positivo, non facilmente deducibili con Routh.

---

f) Facendo riferimento ai diagrammi di Bode della funzione $G(s)$ mostrati in figura



f.1) Ricavare l'espressione analitica della funzione $G(s)$.

SOLUZIONE:

$$G(s) = \frac{0.1(10s+1)}{s\left(\frac{s^2}{4} - 0.2s + 1\right)(0.1s+1)} = \frac{40(s+0.1)}{s(s^2 - 0.8s + 4)(s+10)}$$

dove il valore $\mu = 0.1$ si determina, per esempio, calcolando il modulo β dell'approssimante $G_0(s) = \frac{\mu}{s}$ in corrispondenza della pulsazione $\omega = 0.1$ rad/s (il segno $+$ dipende dal fatto che la fase iniziale $\varphi_0 = -90^o$ deriva dal contributo di -90^o del polo nell'origine):

$$|G_0(s)|_{s=0.1\,j} = \left|\frac{\mu}{s}\right|_{s=0.1\,j} = \frac{\mu}{0.1} = \beta = 0 \text{ db} = 1 \qquad \rightarrow \qquad \mu = 0.1.$$

Il coefficiente di smorzamento della coppia di zeri complessi coniugati stabili è:

$$\delta = \frac{1}{2M_{\omega_n}} \simeq \frac{1}{5} = 0.2.$$

La distanza $M_{\omega_n} \simeq 8$ db $\simeq 2.5$ si legge dal diagramma di Bode dei moduli.

---

f.2) Valutare in maniera approssimata la risposta a regime $y_\infty(t)$ del sistema $G(s)$ quando in ingresso è presente il segnale:

$$x(t) = 4 + 3\,\sin(9\,t - \frac{\pi}{6}).$$

SOLUZIONE:

La risposta a regime diverge perchè il sistema ha un polo nell'origine e a fronte di un ingresso costante (a gradino) produce un'uscita a rampa che va all'infinito.

Diagrammi di Bode