Sistemi di Controllo - Controlli Automatici (Parte A)

Ingegneria Meccanica e Ingegneria del Veicolo

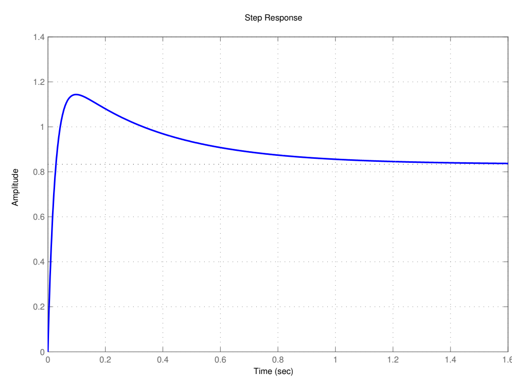
Compito del 10 luglio 2020 - Quiz

Per ciascuno dei seguenti quesiti, riportare nel modulo fornito le lettere relative alle risposte che si ritengono corrette. Alcuni quesiti possono avere più risposte corrette.
I quiz si ritengono superati se vengono individuate almeno metà delle risposte esatte (punti 5.5 su 11), diversamente il compito verrà ritenuto insufficiente a prescindere dal risultato della seconda prova.

1. L'equazione differenziale $\ddot{y} + 2\,t\,\dot{y} + 3\cos(t)\,y = 2\,x$, dove x è l'ingresso, y l'uscita e t la variabile tempo, è
   - A. lineare
   - B. non lineare
   - C. tempo-invariante
   - D. tempo-variante

2. Un sistema del secondo ordine a poli complessi coniugati e privo di zeri, ha un picco di risonanza M_R maggiore di uno se
   - A. $0 < \delta < \sqrt{2}$
   - B. $0 < \delta < 1$
   - C. $0 < \delta < \frac{1}{\sqrt{2}}$
   - D. $0 < \delta < \frac{1}{2}$

3. Se un sistema dinamico produce la risposta al gradino unitario riportata in figura, allora il suo modello a poli dominanti sarà caratterizzato da:
   - A. un polo reale
   - B. un polo e uno zero reali
   - C. una coppia di poli complessi coniugati
   - D. una coppia di poli complessi coniugati e uno zero



4. Per $\omega = 1/\tau$ il diagramma "reale" di Bode delle ampiezze della funzione $G(j\omega) = \frac{1}{1+j\tau\omega}$
   - A. vale 1
   - B. vale 1/2
   - C. vale $\simeq -3$ dB
   - D. vale $\simeq 3$ dB

5. L'evoluzione libera del sistema descritto dall'equazione differenziale $\ddot{y}(t) + 6\dot{y}(t) + 9y(t) = 9x(t)$, a partire dalle condizioni iniziali $y(0) = 0$, $\dot{y}(0) = 2$ risulta
   - A. $x_l(t) = 2te^{-3t}$
   - B. $x_l(t) = 2e^{-3t}$
   - C. $x_l(t) = 2\cos(3t)e^{-3t}$
   - D. $x_l(t) = 2\cos(9t)e^{-3t}$

6. Quali dei seguenti sistemi sono asintoticamente stabili?

   A. $G(s) = \dfrac{s+2}{s(s+3)(2s+1)}$

   B. $G(s) = \dfrac{s-2}{(3s+1)(s^2+4)}$

   C. $G(s) = \dfrac{s+2}{(s+1)^2(s+3)}$

   D. $G(s) = \dfrac{s+2}{(3s+1)(s^2+s+4)}$

7. Il modulo $|G(j\omega)|$ della funzione di risposta armonica di un sistema lineare determina completamente la funzione di trasferimento G(s) del sistema

   A. sempre

   B. mai

   C. se il sistema è a fase minima

   D. se il sistema è stabile

8. Il tempo di assestamento del sistema $G(s) = \dfrac{4}{2\,s+4}$ nella risposta al gradino vale

   A. $T_a = 12$ s

   B. $T_a = 6$ s

   C. $T_a = 3$ s

   D. $T_a = 1.5$ s

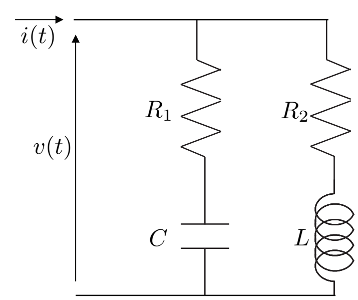
9. Data la rete elettrica di figura composta da resistenze, capacità e induttanze, quale sarà l'ordine della funzione di trasferimento tra ingresso $v(t)$ e uscita $i(t)$?

   A. 1

   B. 2

   C. 3

   D. 4



10. Nella scomposizione in fratti semplici, qual è la posizione $p_{1,2} = \sigma \pm j\omega$ e il grado di molteplicità ν della coppia di poli complessi coniugati corrispondente all'andamento temporale $g(t) = 4t^2\, e^{3t} \sin(5t)$?

    A. $p_{1,2} = 5 \pm j3$ e $\nu = 3$

    B. $p_{1,2} = 3 \pm j5$ e $\nu = 3$

    C. $p_{1,2} = 3 \pm j5$ e $\nu = 2$

    D. $p_{1,2} = 5 \pm j3$ e $\nu = 2$

Sistemi di Controllo - Controlli Automatici (Parte A)

Ingegneria Meccanica e Ingegneria del Veicolo

Compito del 10 luglio 2020 - Problemi

Nel modulo fornito, riportare le risposte ai seguenti quesiti (si noti che ad ogni domanda corrisponde una posizione ben precisa in cui rispondere). I problemi e le domande a risposta aperta si ritengono superati se vengono conseguiti almeno metà dei punti totali (11 su 22), diversamente il compito verrà ritenuto insufficiente a prescindere dal risultato della prima prova.

a) Determinare la trasformata di Laplace $X_i(s)$ dei seguenti segnali temporali $x_i(t)$:

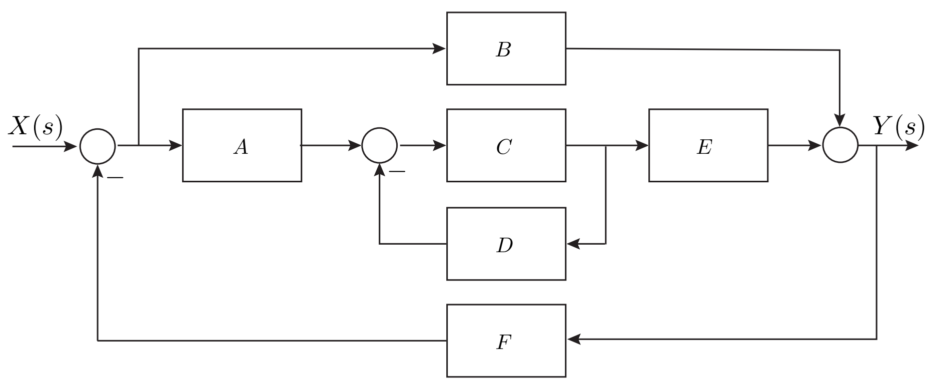
$$x_1(t) = 3\delta(t) - 7, \qquad x_2(t) = \begin{cases} 0 & t < 5 \\ e^{-2(t-5)} \cos\big(4(t-5)\big) & t \geq 5 \end{cases}$$

b) Dato il seguente sistema SISO lineare tempo invariante:

$$\begin{aligned} \dot{x}(t) &= \begin{bmatrix} -1 & 2 & 3 \\ 0 & 2 & -1 \\ 0 & 1 & 4 \end{bmatrix} x(t) + \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} u(t) \\ y(t) &= [1 \quad 1 \quad 0]\, x(t) \end{aligned}$$

1. Ricavare la corrispondente funzione di trasferimento $G(s)$.
2. Calcolare in maniera analitica l'evoluzione dell'uscita $y(t)$ quando venga applicato l'ingresso $u(t) = 4e^{-t}$

c) Dato il seguente schema a blocchi:



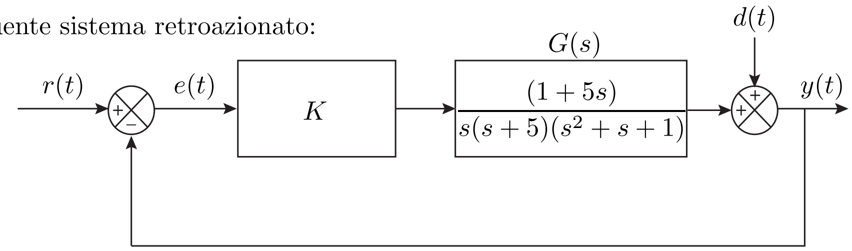
utilizzando la formula di Mason calcolare la funzione di trasferimento $G(s)$ che lega l'ingresso $X(s)$ all'uscita $Y(s)$.

d) Data la funzione di trasferimento

$$G(s) = \frac{1000(s-3)(s+100)}{(0.2s+5)(6s^2+7.2s+54)(s^2+20s+900)}$$

disegnare l'andamento qualitativo della risposta $y(t)$ a un gradino di ampiezza 2, $x(t) = 2$. Calcolare il valore a regime y_∞ dell'uscita $y(t)$ del sistema, stimare qualitativamente il tempo di assestamento T_a del sistema e il periodo T_ω dell'eventuale oscillazione smorzata.

e) Sia dato il seguente sistema retroazionato:



e.1) Determinare per quali valori del parametro K il sistema retroazionato è asintoticamente stabile.

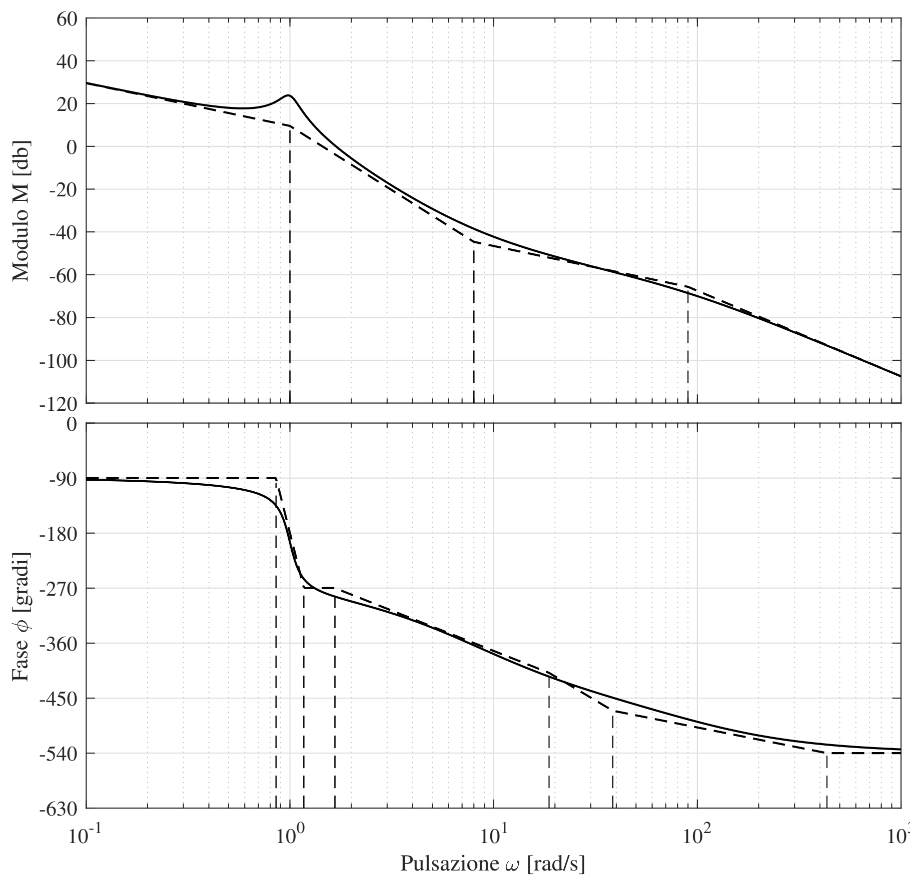
e.2) Posto $K = 2$, calcolare l'errore a regime e_∞ quando sul sistema retroazionato agiscono contemporaneamente il segnale $r(t) = 5\sin(2t + \frac{\pi}{2})$ e il disturbo $d(t) = 3t$.

e.3) Tracciare (nello schema fornito in allegato) i diagrammi asintotici di Bode delle ampiezze e delle fasi della funzione $G(s)$.

Biagiotti e.4) Tracciare qualitativamente il luogo delle radici del sistema retroazionato per valori <u>positivi</u> del parametro K. Determinare esattamente gli asintoti, il centro degli asintoti, le intersezioni con l'asse immaginario e i corrispondenti valori del guadagno K.

Giarrè - e.4) Disegnare qualitativamente il diagramma di Nyquist "completo" della funzione di risposta armonica $G(j\omega)$. Calcolare esattamente la posizione σ_0 di un eventuale asintoto, le eventuali intersezioni con l'asse reale e i corrispondenti valori delle pulsazioni.

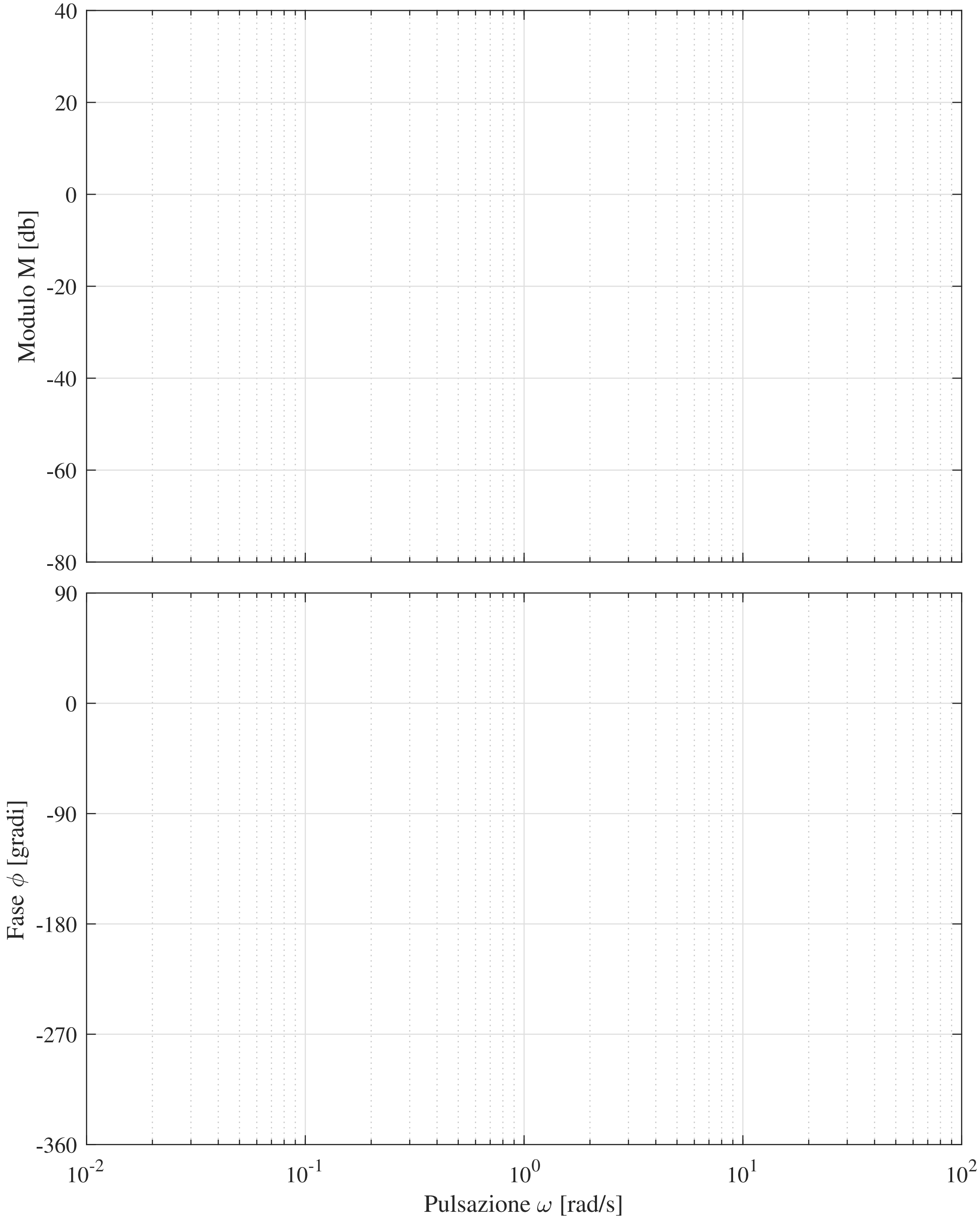
f) Facendo riferimento ai diagrammi di Bode della funzione $G(s)$ mostrati in figura



f.1) Ricavare l'espressione analitica della funzione $G(s)$.

f.2) Valutare in maniera approssimata la risposta a regime $y_\infty(t)$ del sistema $G(s)$ quando in ingresso è presente il segnale:

$$x(t) = 4 + 3\,\sin(9\,t - \frac{\pi}{6}).$$



40
20
0
-20
-40
-60
-80
Modulo M [db]
90
0
-90
-180
-270
-360
Fase ϕ [gradi]
10^{-2}
10^{-1}
10^{0}
10^{1}
10^{2}
Pulsazione ω [rad/s]

Sistemi di Controllo - Controlli Automatici (Parte A)

Ingegneria Meccanica e Ingegneria del Veicolo

Compito del 10 luglio 2020 - Quiz

Per ciascuno dei seguenti quesiti, riportare nel modulo fornito le lettere relative alle risposte che si ritengono corrette. Alcuni quesiti possono avere più risposte corrette.
I quiz si ritengono superati se vengono individuate almeno metà delle risposte esatte (punti 5.5 su 11), diversamente il compito verrà ritenuto insufficiente a prescindere dal risultato della seconda prova.

1. L'equazione differenziale $\ddot{y} + 2\,t\,\dot{y} + 3\cos(t)\,y = 2\,x$, dove x è l'ingresso, y l'uscita e t la variabile tempo, è

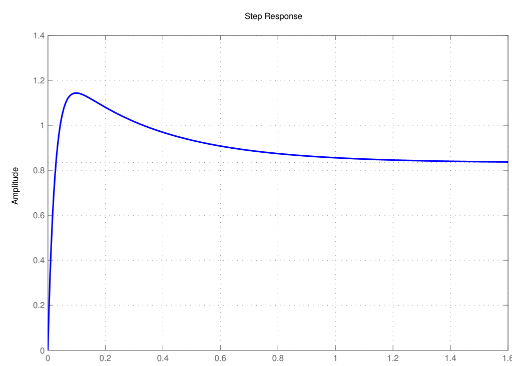
   ⊗ lineare
   ○ non lineare
   ○ tempo-invariante
   ⊗ tempo-variante

2. Un sistema del secondo ordine a poli complessi coniugati e privo di zeri, ha un picco di risonanza M_R maggiore di uno se

   ○ $0 < \delta < \sqrt{2}$
   ○ $0 < \delta < 1$
   ⊗ $0 < \delta < \frac{1}{\sqrt{2}}$
   ○ $0 < \delta < \frac{1}{2}$

3. Se un sistema dinamico produce la risposta al gradino unitario riportata in figura, allora il suo modello a poli dominanti sarà caratterizzato da:

   ○ un polo reale
   ⊗ un polo e uno zero reali
   ○ una coppia di poli complessi coniugati
   ○ una coppia di poli complessi coniugati e uno zero



4. Per $\omega = 1/\tau$ il diagramma "reale" di Bode delle ampiezze della funzione $G(j\omega) = \frac{1}{1+j\tau\omega}$

   ○ vale 1
   ○ vale 1/2
   ⊗ vale $\simeq -3$ dB
   ○ vale $\simeq 3$ dB

5. L'evoluzione libera del sistema descritto dall'equazione differenziale $\ddot{y}(t) + 6\dot{y}(t) + 9y(t) = 9x(t)$, a partire dalle condizioni iniziali $y(0) = 0$, $\dot{y}(0) = 2$ risulta

   ⊗ $x_l(t) = 2te^{-3t}$
   ○ $x_l(t) = 2e^{-3t}$
   ○ $x_l(t) = 2\cos(3t)e^{-3t}$
   ○ $x_l(t) = 2\cos(9t)e^{-3t}$

6. Quali dei seguenti sistemi sono asintoticamente stabili?

- ○ $G(s) = \dfrac{s+2}{s(s+3)(2s+1)}$
- ○ $G(s) = \dfrac{s-2}{(3s+1)(s^2+4)}$
- ⊗ $G(s) = \dfrac{s+2}{(s+1)^2(s+3)}$
- ⊗ $G(s) = \dfrac{s+2}{(3s+1)(s^2+s+4)}$

7. Il modulo $|G(j\omega)|$ della funzione di risposta armonica di un sistema lineare determina completamente la funzione di trasferimento G(s) del sistema

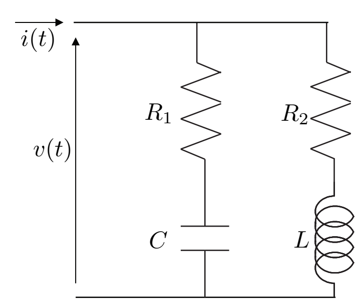
- ○ sempre
- ○ mai
- ⊗ se il sistema è a fase minima
- ○ se il sistema è stabile

8. Il tempo di assestamento del sistema $G(s) = \dfrac{4}{2\,s+4}$ nella risposta al gradino vale

- ○ $T_a = 12$ s
- ○ $T_a = 6$ s
- ○ $T_a = 3$ s
- ⊗ $T_a = 1.5$ s

9. Data la rete elettrica di figura composta da resistenze, capacità e induttanze, quale sarà l'ordine della funzione di trasferimento tra ingresso $v(t)$ e uscita $i(t)$?

- ○ 1
- ⊗ 2
- ○ 3
- ○ 4



10. Nella scomposizione in fratti semplici, qual è la posizione $p_{1,2} = \sigma \pm j\omega$ e il grado di molteplicità ν della coppia di poli complessi coniugati corrispondente all'andamento temporale $g(t) = 4t^2\, e^{3t} \sin(5t)$?

- ○ $p_{1,2} = 5 \pm j3$ e $\nu = 3$
- ⊗ $p_{1,2} = 3 \pm j5$ e $\nu = 3$
- ○ $p_{1,2} = 3 \pm j5$ e $\nu = 2$
- ○ $p_{1,2} = 5 \pm j3$ e $\nu = 2$

Sistemi di Controllo - Controlli Automatici (Parte A)

Ingegneria Meccanica e Ingegneria del Veicolo

Compito del 10 luglio 2020 - Problemi

Nel modulo fornito, riportare le risposte ai seguenti quesiti (si noti che ad ogni domanda corrisponde una posizione ben precisa in cui rispondere). I problemi e le domande a risposta aperta si ritengono superati se vengono conseguiti almeno metà dei punti totali (11 su 22), diversamente il compito verrà ritenuto insufficiente a prescindere dal risultato della prima prova.

a) Determinare la trasformata di Laplace $X_i(s)$ dei seguenti segnali temporali $x_i(t)$:

$$x_1(t) = 3\delta(t) - 7, \qquad x_2(t) = \begin{cases} 0 & t < 5 \\ e^{-2(t-5)} \cos\big(4(t-5)\big) & t \geq 5 \end{cases}$$

SOLUZIONE:

$$X_1(s) = 3 - \frac{7}{s}, \qquad X_2(s) = \frac{s+2}{(s+2)^2+16} e^{-5s}$$

---

b) Dato il seguente sistema SISO lineare tempo invariante:

$$\begin{aligned} \dot{x}(t) &= \begin{bmatrix} -1 & 2 & 3 \\ 0 & 2 & -1 \\ 0 & 1 & 4 \end{bmatrix} x(t) + \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} u(t) \\ y(t) &= [1 \quad 1 \quad 0]\, x(t) \end{aligned}$$

1. Ricavare la corrispondente funzione di trasferimento $G(s)$.
2. Calcolare in maniera analitica l'evoluzione dell'uscita $y(t)$ quando venga applicato l'ingresso $u(t) = 4e^{-t}$

SOLUZIONE:

La funzione di trasferimento si ottiene dalla formula $G(s) = C(sI-A)^{-1}B = C\frac{Adj(sI-A)}{det(sI-A)}B$.
Poiché $det(sI-A) = (s+1)(s-3)^2$, si ottiene

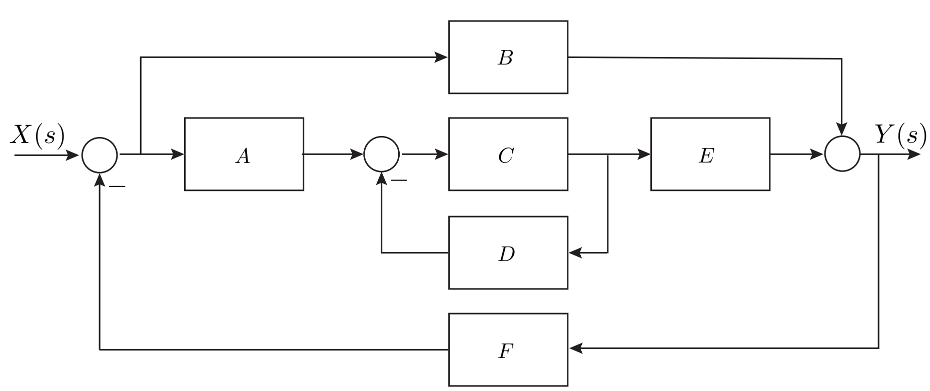
$$G(s) = \frac{1}{s+1}.$$

La risposta del sistema si ottiene antitrasformando $Y(s) = G(s)U(s) = \dfrac{4}{(s+1)^2}$ essendo $U(s) = \dfrac{4}{(s+1)}$. Si può concludere pertanto che

$$y(t) = 4te^{-t}$$

---

c) Dato il seguente schema a blocchi:



utilizzando la formula di Mason calcolare la funzione di trasferimento $G(s)$ che lega l'ingresso $X(s)$ all'uscita $Y(s)$.

SOLUZIONE:

$$G(s) = \frac{Y(s)}{X(s)} = \frac{ACE + B(1 + CD)}{1 + CD + ACEF + BF + BCDF}$$

d) Data la funzione di trasferimento

$$G(s) = \frac{1000(s-3)(s+100)}{(0.2s+5)(6s^2+7.2s+54)(s^2+20s+900)}$$

disegnare l'andamento qualitativo della risposta $y(t)$ a un gradino di ampiezza 2, $x(t) = 2$. Calcolare il valore a regime y_∞ dell'uscita $y(t)$ del sistema, stimare qualitativamente il tempo di assestamento T_a del sistema e il periodo T_ω dell'eventuale oscillazione smorzata.

SOLUZIONE:

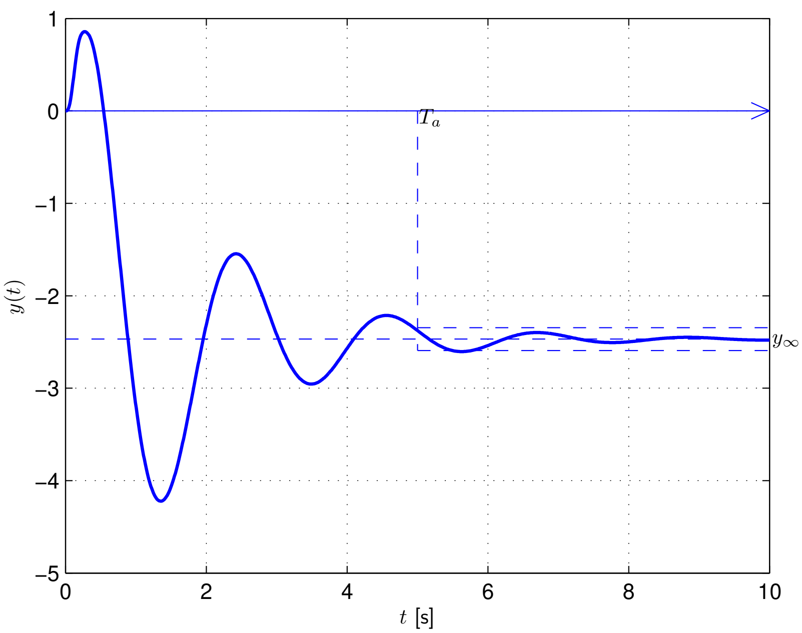
Riscrivendo la funzione nella forma poli-zeri

$$G(s) = \frac{83.3333(s-3)(s+100)}{(s+25)(s^2+1.2s+9)(s^2+20s+900)}$$

si evidenzia immediatamente come i poli dominanti siano

$$p = -0.6 \pm 2.9394j$$

caratterizzati da $\delta = 0.2$ e $\omega_n = 3$ rad/s. Di conseguenza la risposta al gradino avrà un andamento qualitativo di tipo oscillatorio. In figura è riportata la risposta del sistema.



Il valore a regime dell'uscita per un gradino in ingresso di ampiezza $A = 2$ risulta

$$y_\infty = A\,G(0) = 2 \cdot -1.2346 = -2.4691$$

Il tempo di assestamento T_a è

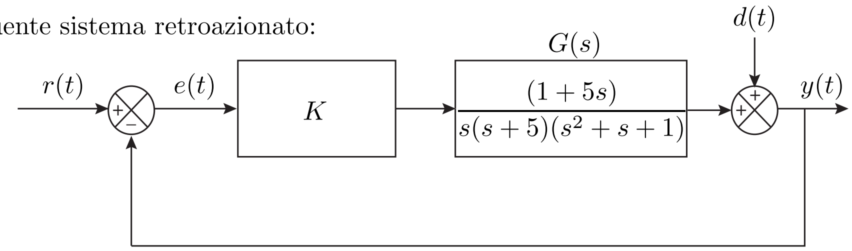
$$T_a = \frac{3}{\delta\omega_n} = \frac{3}{0.6} = 5 \text{ s},$$

Il periodo delle oscillazioni vale

$$T_\omega = \frac{2\pi}{\omega} = 2.1376 \text{ s}$$

Si noti la sovreelongazione iniziale dovuta alla presenza dello zero reale in 3 e perciò a parte reale positiva.

e) Sia dato il seguente sistema retroazionato:



e.1) Determinare per quali valori del parametro K il sistema retroazionato è asintoticamente stabile.

SOLUZIONE:

L'equazione caratteristica del sistema retroazionato è

$$1 + K\frac{(1+5s)}{s(s+5)(s^2+s+1)} = 0 \qquad \rightarrow \qquad s^4 + 6s^3 + 6s^2 + 5(K+1)s + K = 0$$

La corrispondente tabella di Routh è la seguente

$$\begin{array}{c|ccccc}
4 & 1 & 6 & K & & \\
3 & 6 & 5(K+1) & & & \\
2 & 31-5K & 6K & & \rightarrow & K < \frac{31}{5} \\
1 & 155+94K-25K^2 & & & \rightarrow & -\frac{31}{25} < K < 5 \\
0 & 6K & & & \rightarrow & K > 0
\end{array}$$

Il sistema retroazionato è asintoticamente stabile per:

$$0 < K < 5 = K^\star$$

La pulsazione $\omega^\star$ corrispondente al valore limite $K^\star$ è:

$$\omega^\star = \sqrt{\left|\frac{6K^\star}{31-5K^\star}\right|} = \sqrt{5} = 2.236 \text{ rad/s}$$

---

e.2) Posto $K = 2$, calcolare l'errore a regime e_∞ quando sul sistema retroazionato agiscono contemporaneamente il segnale $r(t) = 5\sin(2t + \frac{\pi}{2})$ e il disturbo $d(t) = 3t$.

SOLUZIONE:

Dato che il sistema è lineare e soggetto quindi alla sovrapposizione degli effetti, l'errore $E(s)$, espresso mediante la trasformata di Laplace, risulterà:

$$E(s) = E_r(s) + E_d(s)$$

dove $E_r(s)$ è l'errore dovuto al riferimento mentre $E_d(s)$ è l'errore dovuto al disturbo. I due errori possono essere calcolati come

$$E_r(s) = F_r(s)\,R(s) = \frac{1}{1+KG(s)}R(s) \tag{1}$$

$$E_d(s) = F_d(s)\,D(s) = \frac{-1}{1+KG(s)}D(s) \tag{2}$$

essendo $R(s)$ e $D(s)$ le trasformate di laplace del riferimento $r(t)$ e del disturbo $d(t)$ rispettivamente. Notare che in questo schema a blocchi $F_d(s) = -F_r(s)$. Facendo i calcoli risulta $F_r(s) = \dfrac{s^4+6s^3+6s^2+5s}{s^4+6s^3+6s^2+15s+2}$, e conseguentemente $F_d(s) = -\dfrac{s^4+6s^3+6s^2+5s}{s^4+6s^3+6s^2+15s+2}$.

Poichè $r(t)$ è un segnale sinusoidale, per trovarne la risposta a regime si usa la funzione di risposta armonica. Pertanto

$$\begin{aligned}
e_{r\infty}(t) &= 5|F_r(j2)|\sin(2\,t + \frac{\pi}{2} + \arg\{F_r(j2)\}) \\
&= 10.2334\sin(2\,t + 1.6851\text{rad})
\end{aligned}$$

essendo $|F_r(j2)| = 2.0467$, $\arg\{F_r(j2)\} = 6.5463^o = 0.1143$ rad. Il disturbo $d(t)$ a rampa induce un errore a regime che può essere calcolato come

$$\begin{aligned} e_{d\infty} &= \lim_{s\to 0} sF_d(s)D(s) \\ &= \lim_{s\to 0} -s\,\frac{s^4+6s^3+6s^2+5s}{s^4+6s^3+6s^2+15s+2}\,\frac{3}{s^2} \\ &= \lim_{s\to 0} -\frac{s^3+6s^2+6s+5}{s^4+6s^3+6s^2+15s+2}\,3 = -\frac{15}{2} \end{aligned}$$

Applicando la sovrapposizione degli effetti, l'errore a regime risulta complessivamente

$$e_\infty(t) = -7.5 + 10.2334\sin(2\,t + 1.6851\text{rad})$$

---

e.3) Tracciare (nello schema fornito in allegato) i diagrammi asintotici di Bode delle ampiezze e delle fasi della funzione $G(s)$.

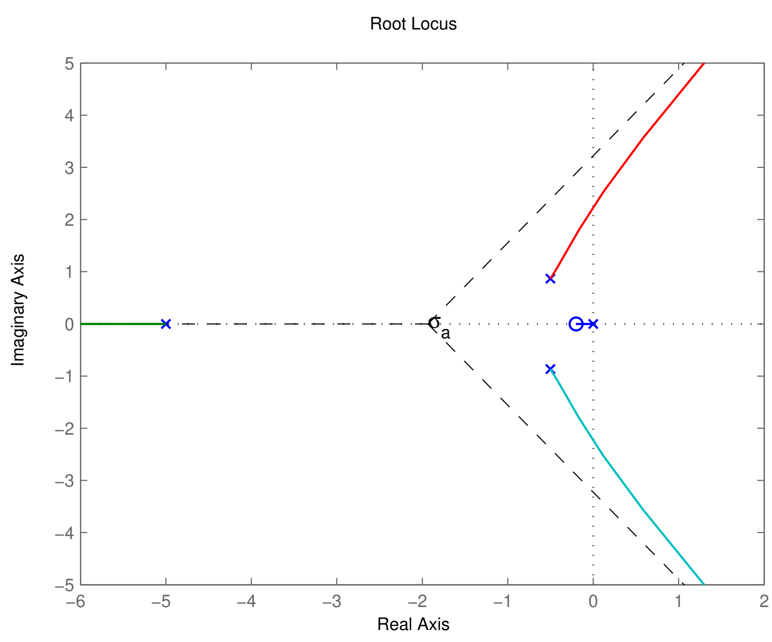
SOLUZIONE:
Vedi figura in fondo.

Biagiotti e.4) Tracciare qualitativamente il luogo delle radici del sistema retroazionato per valori positivi del parametro K. Determinare esattamente gli asintoti, il centro degli asintoti, le intersezioni con l'asse immaginario e i corrispondenti valori del guadagno K.

SOLUZIONE:
Essendo 3 il grado relativo del sistema, ci saranno 3 asintoti disposti a 120^o e centrati in

$$\sigma_a = \frac{1}{3}(-5 - 1 + 0.2) = -1.9333$$

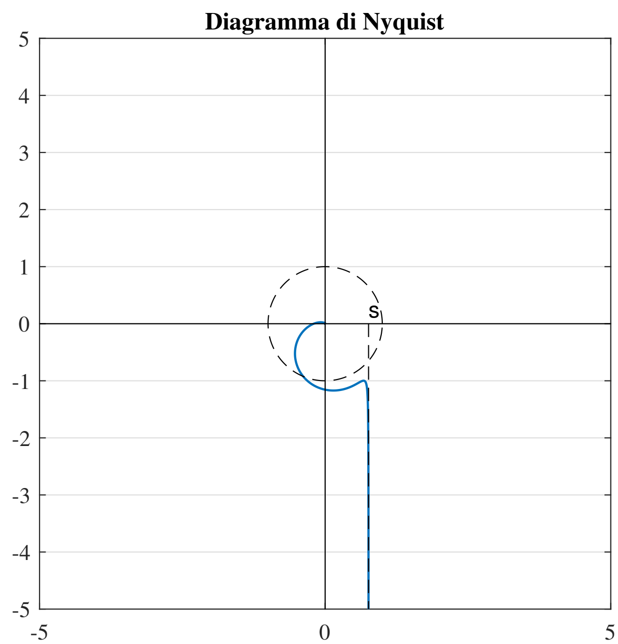
Il luogo delle radici finale è riportato nella seguente figura.



Dall'analisi svolta mediante il criterio di Routh, risulta che il luogo delle radici attraversa l'asse immaginario in corrispondenza di $\pm j\omega^* = \pm j2.236$ per $K = K^* = 5$.

Giarrè - e.4) Disegnare qualitativamente il diagramma di Nyquist "completo" della funzione di risposta armonica $G(j\omega)$. Calcolare esattamente la posizione σ_0 di un eventuale asintoto, le eventuali intersezioni con l'asse reale e i corrispondenti valori delle pulsazioni.

SOLUZIONE:
Il diagramma di Nyquist della funzione $G(s)$ è riportato in figura.



La funzione approssimante per $\omega \to 0$ è

$$G_0(s) = \frac{1}{5s}$$

pertanto il diagramma parte all'infinito con fase iniziale $\varphi_0 = \frac{\pi}{2}$.
La funzione approssimante per $\omega \to \infty$ è

$$G_\infty(s) = \frac{5}{s^3}$$

e quindi il diagramma giunge nell'origine con fase finale $\varphi_\infty = -\frac{3\pi}{2}$.
Il parametro Δ_τ vale

$$\Delta_\tau = 5 - \frac{1}{5} - 1 = 3.8 > 0$$

pertanto il diagramma parte in anticipo rispetto alla fase iniziale φ_0.
Il sistema è di tipo 1 pertanto esiste un asintoto verticale la cui ascissa è

$$\sigma_a = K\Delta_\tau = \frac{1}{5} \cdot 3.8 = 0.76$$

Il parametro Δ_p vale

$$\Delta_p = -\frac{1}{5} + 1 + 5 = 5.8 > 0$$

pertanto il diagramma arriva in anticipo rispetto alla fase finale φ_∞.
Lo variazione di fase complessiva è

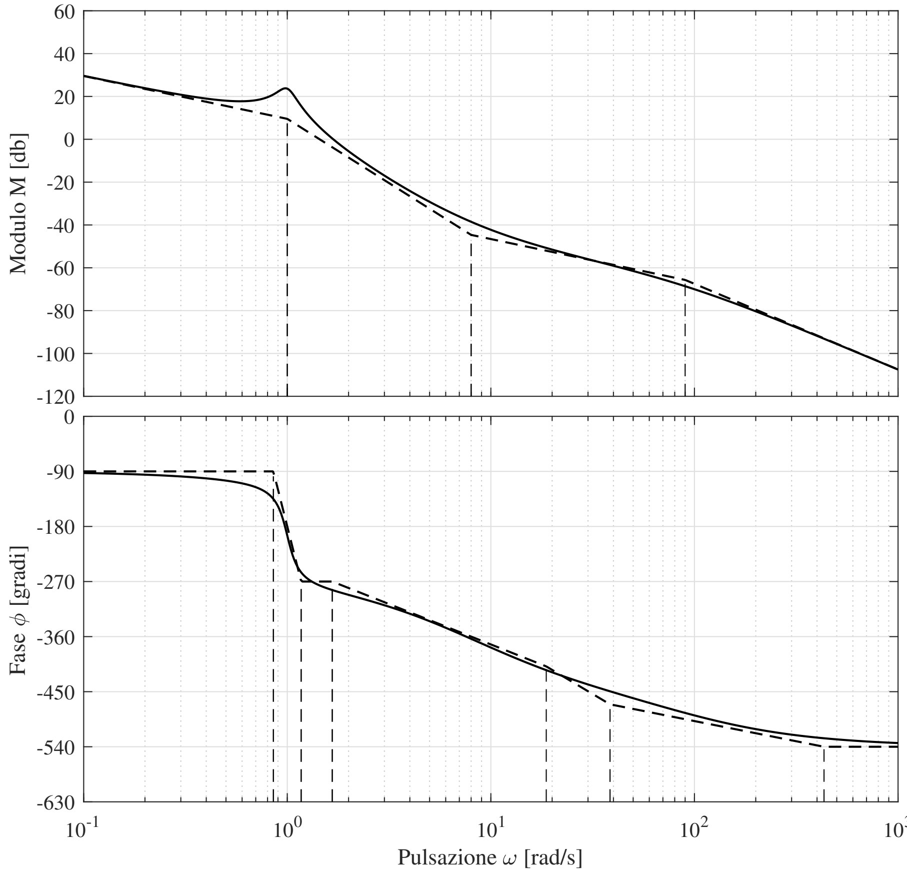
$$\Delta\varphi = \frac{\pi}{2} - \frac{\pi}{2} - \pi = -\pi$$

Esiste una intersezione con l'asse reale che, in virtù dell'analisi svolta con Routh al primo punto, risulta in corrispondenza dell'ascissa

$$\sigma^\star = -1/K^\star = -0.2$$

---

f) Facendo riferimento ai diagrammi di Bode della funzione $G(s)$ mostrati in figura



f.1) Ricavare l'espressione analitica della funzione $G(s)$.

SOLUZIONE:

$$G(s) = \frac{3(-\frac{1}{8}s+1)^2}{s(\frac{1}{90}s+1)(s^2+0.2s+1)} = \frac{4.2188(s-8)^2}{s(s+90)(s^2+0.2s+1)}$$

dove il valore $\mu = 3$ si determina, per esempio, calcolando il modulo β dell'approssimante $G_0(s) = \dfrac{\mu}{s}$ alla pulsazione $\omega = 1$ rad/s, corrispondente al primo punto di rottura del diagramma delle ampiezze (il segno sarà positivo essendo la fase iniziale $\varphi_0 = -90^o$ a causa del polo nell'origine):

$$|G_0(s)|_{s=j1} = \left|\frac{\mu}{s}\right|_{s=j1} = |\mu| = \beta \simeq 10 \text{ db} \simeq 3.1623$$

Il coefficiente di smorzamento della coppia di poli complessi coniugati stabili è:

$$\delta = \frac{1}{2M_{\omega_n}} \simeq \frac{1}{10} = 0.1.$$

La distanza $M_{\omega_n} \simeq 14$ db $\simeq 5$ si legge dal diagramma di Bode dei moduli.

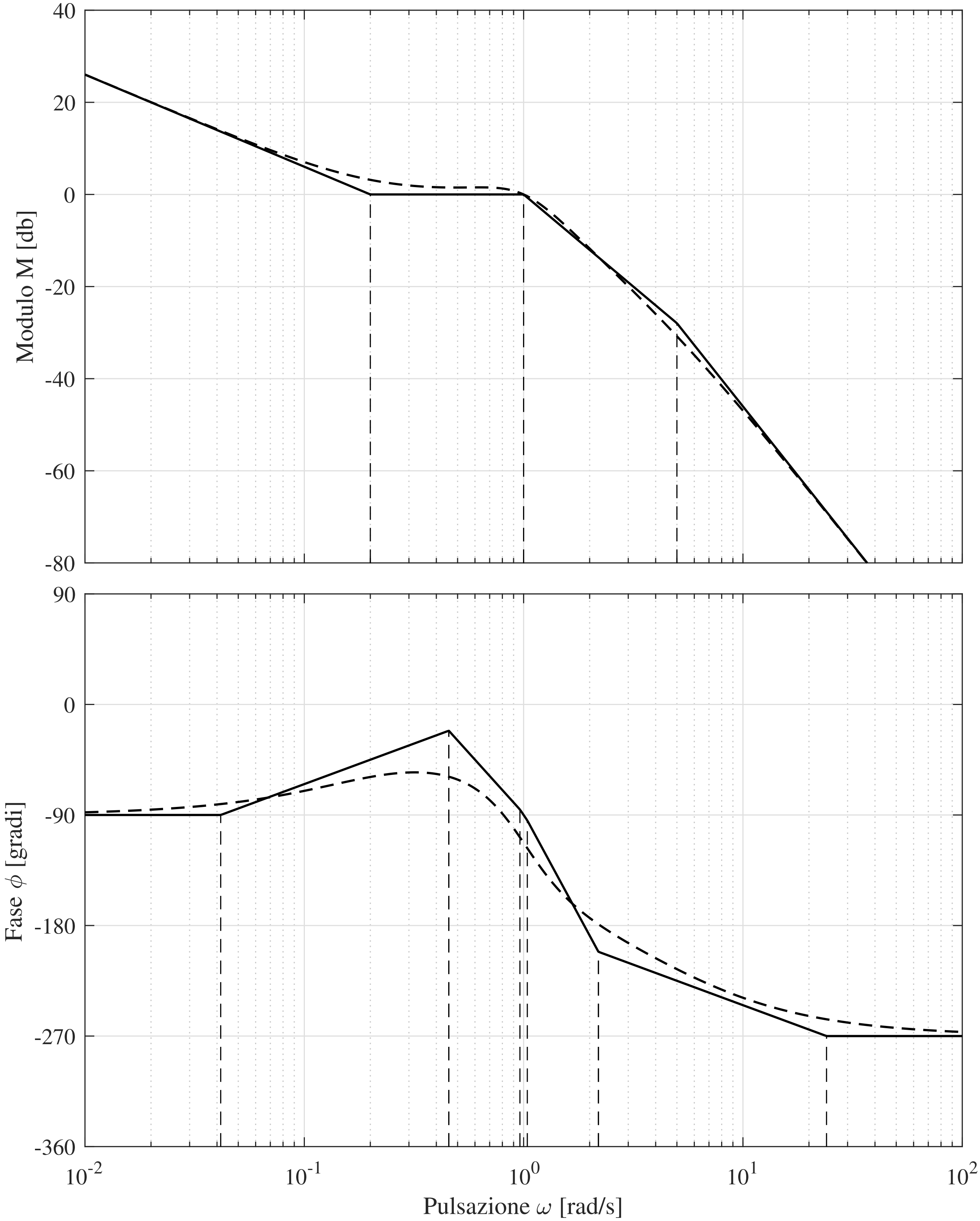
---

f.2) Valutare in maniera approssimata la risposta a regime $y_\infty(t)$ del sistema $G(s)$ quando in ingresso è presente il segnale:

$$x(t) = 4 + 3\,\sin(9\,t - \frac{\pi}{6}).$$

SOLUZIONE:

La risposta a regime diverge perchè il sistema ha un polo nell'origine e a fronte di un ingresso costante (a gradino) produce un'uscita a rampa che va all'infinito.



40
20
0
-20
-40
-60
-80
Modulo M [db]
90
0
-90
-180
-270
-360
Fase ϕ [gradi]
10^{-2}
10^{-1}
10^{0}
10^{1}
10^{2}
Pulsazione ω [rad/s]