Cognome: Nome: N. Matr.: ☐☐☐☐☐☐

Ho seguito il corso con Prof Giarré ☐ Prof. Biagiotti ☐

Controlli Automatici - Parte A

Ingegneria Meccanica e Ingegneria del Veicolo

Compito del 7 novembre 2019 - Quiz A

Per ciascuno dei seguenti quesiti (si considerino solo le domande numerate normalmente o che recano il nome del docente con cui si è seguito il corso), segnare con una crocetta le risposte che si ritengono corrette. Alcuni quesiti possono avere più risposte corrette.
I quiz si ritengono superati se vengono individuate almeno metà delle risposte esatte (punti 5.5 su 11), diversamente il compito verrà ritenuto insufficiente a prescindere dal risultato della seconda prova.

1. Conoscendo la funzione di risposta armonica di un sistema dinamico è possibile determinarne la funzione di trasferimento?

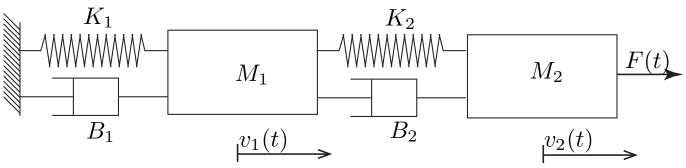
   ◯ no, mai
   ◯ sì, sempre
   ◯ sì, ma solo se il sistema è a fase minima
   ◯ sì, ma solo se il sistema è stabile

2. Se si considera l'ingresso costante $\bar{u} = -1$, indicare quali dei seguenti stati sono di equilibrio per il sistema non lineare $\begin{cases} \dot{x}_1(t) &= -x_1^3(t) + x_1(t) + x_2(t) + u(t) + 1 \\ \dot{x}_2(t) &= x_1(t) + x_2(t) + u(t) \end{cases}$

   ◯ $\bar{x} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}$ ◯ $\bar{x} = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix}$ ◯ $\bar{x} = \begin{bmatrix} -1 \\ 0 \end{bmatrix}$ ◯ $\bar{x} = \begin{bmatrix} -1 \\ 1 \end{bmatrix}$

3. Dato il sistema meccanico di figura composto da masse, molle e smorzatori, quale sarà l'ordine della funzione di trasferimento tra ingresso $F(t)$ e uscita $v_1(t)$:

   ◯ 2
   ◯ 4
   ◯ 6
   ◯ 8



4. Le due funzioni di trasferimento $G_1(s) = \dfrac{20}{s^2 + 2s + 10}$ e $G_1(s) = \dfrac{36}{s^2 + 6s + 18}$ sono caratterizzate da:

   ◯ lo stesso guadagno statico
   ◯ lo stesso tempo di assestamento nella riposta al gradino
   ◯ la stessa sovraelongazione nella risposta al gradino
   ◯ lo stesso periodo delle oscillazioni nella risposta al gradino

5. Quali dei seguenti sistemi sono asintoticamente stabili?

   ◯ $G(s) = \dfrac{s-7}{(s+7)(s^2+4^2)^2}$ ◯ $G(s) = \dfrac{s-7}{(s+7)(s+4)^2}$
   ◯ $G(s) = \dfrac{s-7}{(s+7)(s^2+4^2)}$ ◯ $G(s) = \dfrac{s+3}{(s-7)(s+4)}$

6. Dato il sistema di anello $G(s) = \dfrac{(s+5)}{s(s^2+4s+25)}$ posto in retroazione unitaria negativa (che si suppone stabile), il sistema complessivo tra l'uscita e un segnale di riferimento di ingresso presenta un

   - ◯ errore a regime nullo per ingresso a gradino
   - ◯ errore a regime nullo per ingresso a rampa
   - ◯ errore a regime nullo per ingresso a parabola
   - ◯ errore a regime limitato ma non nullo per ingresso a rampa

7. Il valore finale della risposta al gradino $y(t)$ del sistema $G(s) = \dfrac{s+9}{(5s+1)(s^2+18)}$ vale:

   - ◯ $1/5$
   - ◯ $1/2$
   - ◯ 0
   - ◯ non esiste

8. Se la funzione di trasferimento di un sistema dinamico è caratterizzata da un polo $p = 4$ di molteplicità 3, allora la risposta di tale sistema conterrà sicuramente un modo temporale

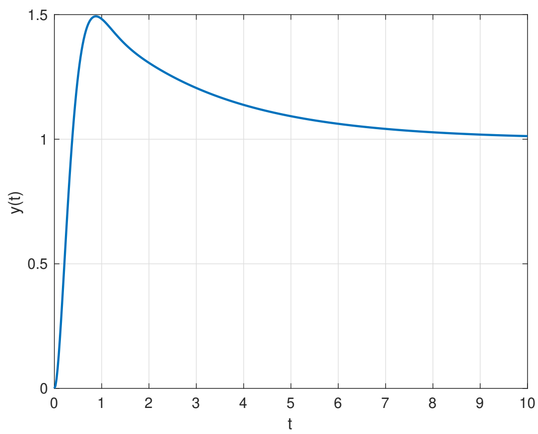
   - ◯ e^{4t}
   - ◯ $e^{-4t}\cos(3t)$
   - ◯ t^2e^{4t}
   - ◯ te^{-4t}

9. L'evoluzione libera del sistema $\ddot{y}(t) + 4\dot{y}(t) + 3\,y(t) = u(t)$ partendo dalle condizione iniziali $y(0) = 1$, $\dot{y}(0) = -5$ è:

   - ◯ $y(t) = e^{-2t}\cos(\sqrt{3}t)$
   - ◯ $y(t) = e^{-4t}\cos(t)$
   - ◯ $y(t) = 2e^{-4t} - e^{-3t}$
   - ◯ $y(t) = 2e^{-3t} - e^{-t}$

10. Il sistema dinamico che dà luogo alla risposta al gradino unitario di figura è:

    - ◯ $G(s) = \dfrac{40(s+0.25)}{(s+0.4)(s^2+8s+25)}$
    - ◯ $G(s) = \dfrac{40(s-0.25)}{(s+0.4)(s^2+8s+25)}$
    - ◯ $G(s) = \dfrac{0.4(s+0.25)}{(s+4)(s^2+0.1s+0.25)}$
    - ◯ $G(s) = \dfrac{0.4(s-0.25)}{(s+4)(s^2+0.1s+0.25)}$



Cognome: Nome: N. Matr.: ☐☐☐☐☐☐

Ho seguito il corso con Prof. Giarré ☐ Prof. Biagiotti ☐

Controlli Automatici - Parte A

Ingegneria Meccanica e Ingegneria del Veicolo

Compito del 7 novembre 2019 - Esercizi A

Rispondere in maniera analitica ai seguenti quesiti (gli studenti dovranno rispondere ai quesiti contrassegnati solo con lettere o col nome del docente di cui hanno seguito il corso più una lettera). I problemi e le domande a risposta aperta si ritengono superati se vengono conseguiti almeno metà dei punti totali (11 su 22), diversamente il compito verrà ritenuto insufficiente a prescindere dal risultato della prima prova.

a) Determinare la trasformata di Laplace $X_i(s)$ dei seguenti segnali temporali $x_i(t)$:

$$x_1(t) = 2e^{3t}\sin(7\,t) - 4\delta(t-5), \qquad x_2(t) = \begin{cases} 0 & t < 3 \\ e^{-2(t-3)}(t-3) & t \geq 3 \end{cases}$$

b) Dato il sistema definito nello spazio degli stati come

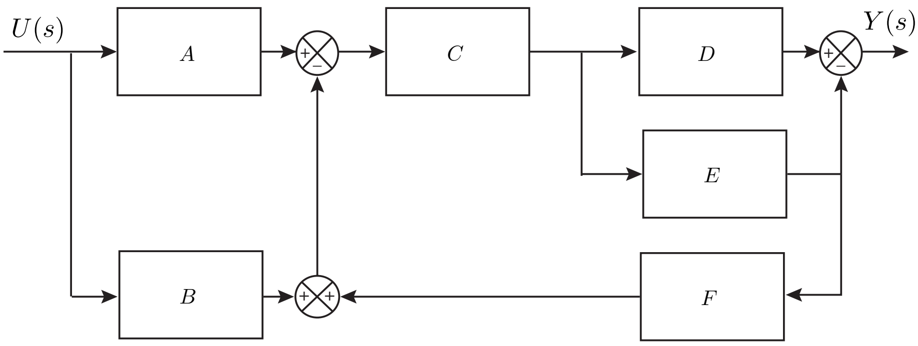
$$\begin{cases} \dot{x}(t) &=& Ax(t) + Bu(t) \\ y(t) &=& Cx(t) + Du(t) \end{cases}$$

con $A = \begin{bmatrix} -4 & -\frac{29}{4} \\ 4 & 0 \end{bmatrix}$, $B = \begin{bmatrix} 8 \\ 0 \end{bmatrix}$, $C = \begin{bmatrix} -1 & -\frac{29}{8} \end{bmatrix}$, $D = \begin{bmatrix} 7 \end{bmatrix}$

b.1) Determinare la corrispondente funzione di trasferimento $G(s) = \dfrac{Y(s)}{U(s)}$;

b.2) Calcolare analiticamente la risposta al gradino unitario di $G(s)$.

c) Dato il seguente schema a blocchi:

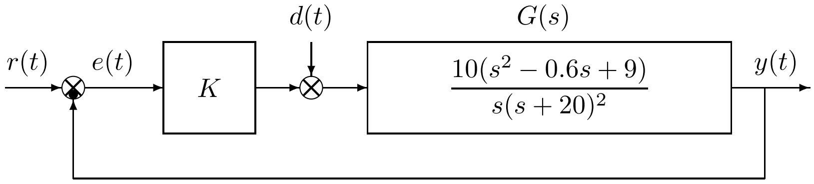


utilizzando la formula di Mason calcolare la funzione di trasferimento $G(s)$ che lega l'ingresso $U(s)$ all'uscita $Y(s)$.

d) Sia data la funzione di trasferimento $G(s) = \dfrac{-20(-0.5s+1)}{(10s^2+6s+11)(3+s)(0.04s+2)}$

Disegnare l'andamento qualitativo della risposta $y(t)$ a un gradino in ingresso di ampiezza 10, $u(t) = 10$. Calcolare il valore a regime y_∞ dell'uscita $y(t)$ del sistema, stimare qualitativamente il tempo di assestamento T_a del sistema e il periodo T_ω dell'eventuale oscillazione smorzata.

e) Sia dato il seguente sistema retroazionato:



e.1) Determinare per quali valori del parametro K il sistema retroazionato è asintoticamente stabile.

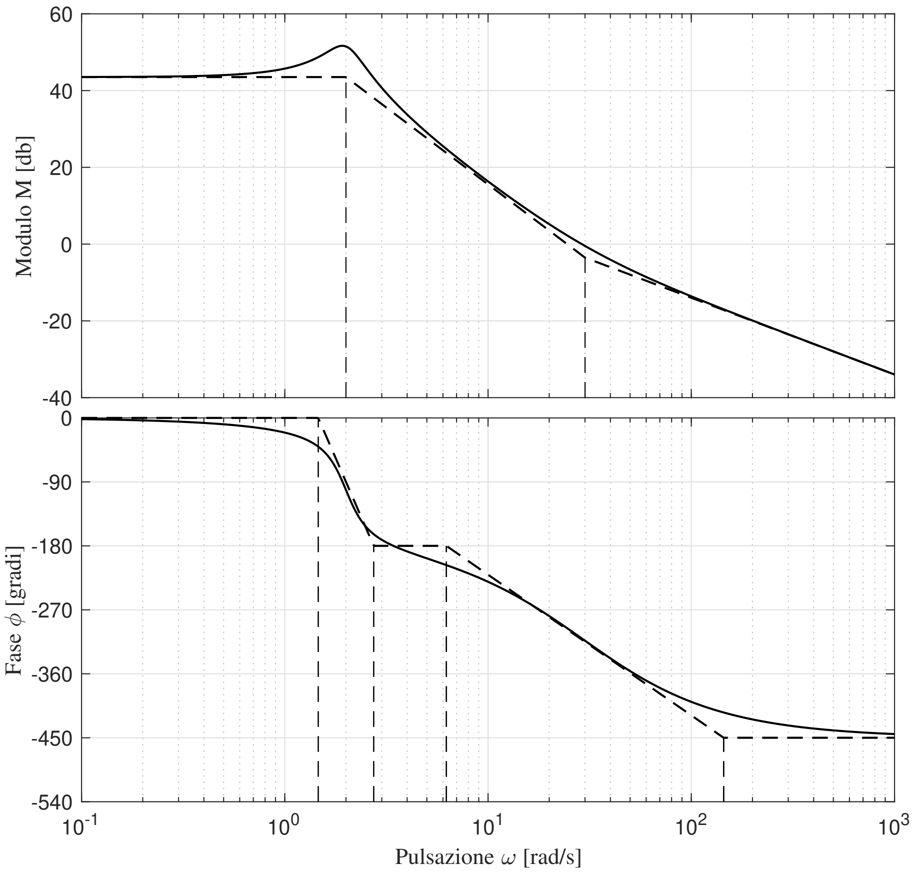
e.2) Posto $K = 10$, calcolare l'errore a regime $e(\infty)$ quando sul sistema retroazionato agiscono contemporaneamente il segnale $r(t) = 2t$ e il disturbo $d(t) = 3 + 10 \sin t$.

e.3) Tracciare (nello schema fornito in allegato) i diagrammi asintotici di Bode delle ampiezze e delle fasi della funzione $G(s)$.

Biagiotti - e.4) Tracciare qualitativamente il luogo delle radici del sistema retroazionato per valori positivi del parametro K. Determinare esattamente gli asintoti, il centro degli asintoti, le intersezioni con l'asse immaginario e i corrispondenti valori del guadagno K.

Giarré - e.4) Disegnare qualitativamente il diagramma di Nyquist della funzione di risposta armonica $G(j\omega)$ per valori positivi della pulsazione. Calcolare esattamente la posizione σ_0 di un eventuale asintoto.

f) Si faccia riferimento al diagrammi di Bode delle ampiezze e delle fasi della funzione $G(s)$ mostrati in figura.

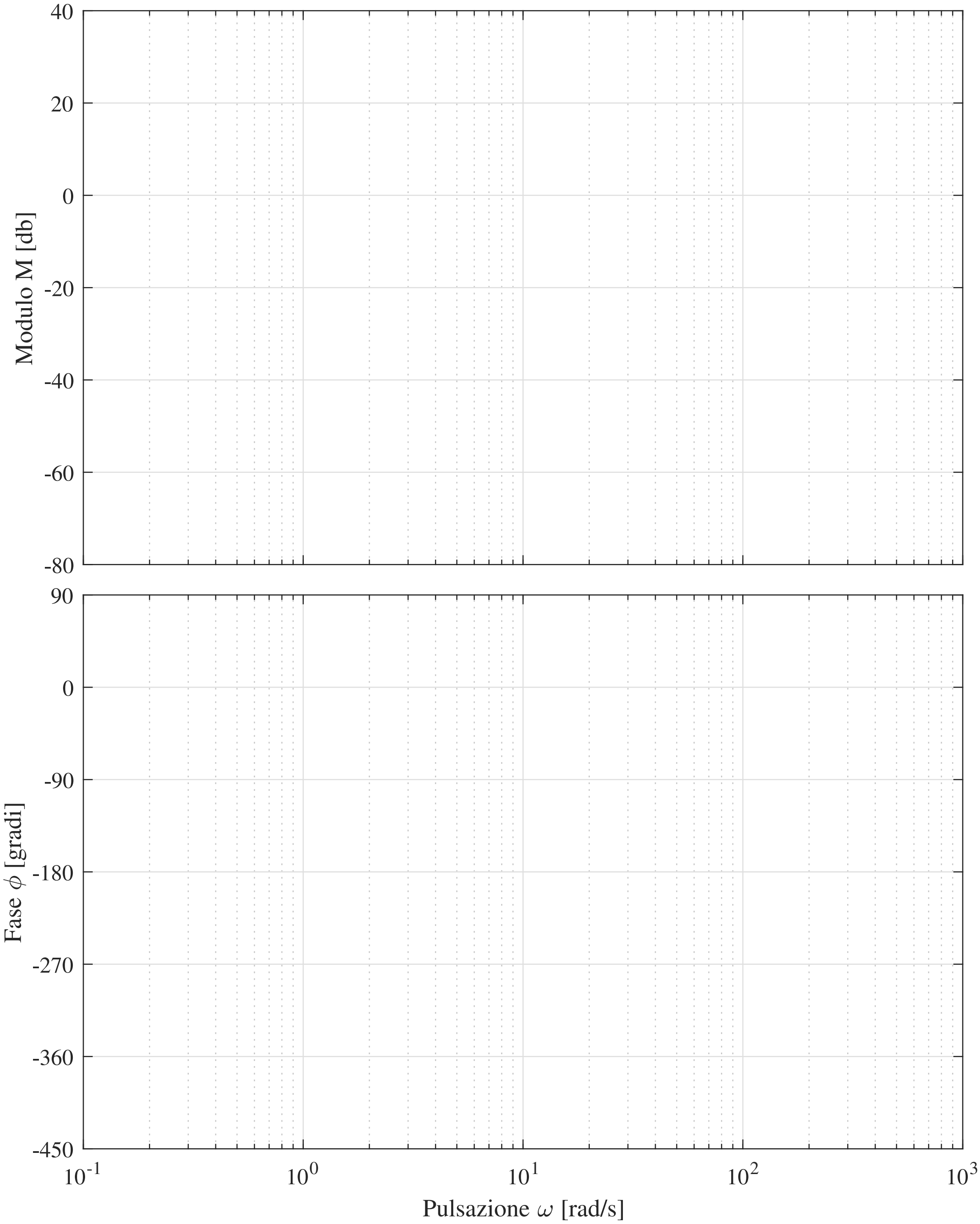


f.1) Si richiede di ricavare l'espressione analitica della funzione $G(s)$.

f.2) Valutare in maniera approssimata la risposta a regime $y_\infty(t)$ del sistema $G(s)$ quando in ingresso è presente il segnale:

$$u(t) = 2 + 3 \sin(6\,t)\,.$$

Cognome: Nome: N. Matr.:



Cognome: Nome: N. Matr.: ☐☐☐☐☐☐

Ho seguito il corso con Prof Giarré ☐ Prof. Biagiotti ☐

Controlli Automatici - Parte A

Ingegneria Meccanica e Ingegneria del Veicolo

Compito del 7 novembre 2019 - Quiz A

Per ciascuno dei seguenti quesiti (si considerino solo le domande numerate normalmente o che recano il nome del docente con cui si è seguito il corso), segnare con una crocetta le risposte che si ritengono corrette. Alcuni quesiti possono avere più risposte corrette.
I quiz si ritengono superati se vengono individuate almeno metà delle risposte esatte (punti 5.5 su 11), diversamente il compito verrà ritenuto insufficiente a prescindere dal risultato della seconda prova.

1. Conoscendo la funzione di risposta armonica di un sistema dinamico è possibile determinarne la funzione di trasferimento?

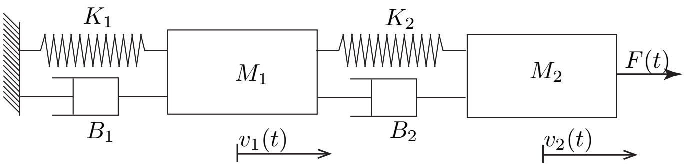
   ○ no, mai
   ⊗ sì, sempre
   ○ sì, ma solo se il sistema è a fase minima
   ○ sì, ma solo se il sistema è stabile

2. Se si considera l'ingresso costante $\bar{u} = -1$, indicare quali dei seguenti stati sono di equilibrio per il sistema non lineare $\begin{cases} \dot{x}_1(t) &= -x_1^3(t) + x_1(t) + x_2(t) + u(t) + 1 \\ \dot{x}_2(t) &= x_1(t) + x_2(t) + u(t) \end{cases}$

   ○ $\bar{x} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}$ ⊗ $\bar{x} = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix}$ ○ $\bar{x} = \begin{bmatrix} -1 \\ 0 \end{bmatrix}$ ○ $\bar{x} = \begin{bmatrix} -1 \\ 1 \end{bmatrix}$

3. Dato il sistema meccanico di figura composto da masse, molle e smorzatori, quale sarà l'ordine della funzione di trasferimento tra ingresso $F(t)$ e uscita $v_1(t)$:

   ○ 2
   ⊗ 4
   ○ 6
   ○ 8



4. Le due funzioni di trasferimento $G_1(s) = \dfrac{20}{s^2 + 2s + 10}$ e $G_1(s) = \dfrac{36}{s^2 + 6s + 18}$ sono caratterizzate da:

   ⊗ lo stesso guadagno statico
   ○ lo stesso tempo di assestamento nella riposta al gradino
   ○ la stessa sovraelongazione nella risposta al gradino
   ⊗ lo stesso periodo delle oscillazioni nella risposta al gradino

5. Quali dei seguenti sistemi sono asintoticamente stabili?

   ○ $G(s) = \dfrac{s-7}{(s+7)(s^2+4^2)^2}$ ⊗ $G(s) = \dfrac{s-7}{(s+7)(s+4)^2}$
   ○ $G(s) = \dfrac{s-7}{(s+7)(s^2+4^2)}$ ○ $G(s) = \dfrac{s+3}{(s-7)(s+4)}$

6. Dato il sistema di anello $G(s) = \dfrac{(s+5)}{s(s^2+4s+25)}$ posto in retroazione unitaria negativa (che si suppone stabile), il sistema complessivo tra l'uscita e un segnale di riferimento di ingresso presenta un

   ⊗ errore a regime nullo per ingresso a gradino
   ◯ errore a regime nullo per ingresso a rampa
   ◯ errore a regime nullo per ingresso a parabola
   ⊗ errore a regime limitato ma non nullo per ingresso a rampa

7. Il valore finale della risposta al gradino $y(t)$ del sistema $G(s) = \dfrac{s+9}{(5s+1)(s^2+18)}$ vale:

   ◯ $1/5$
   ◯ $1/2$
   ◯ 0
   ⊗ non esiste

8. Se la funzione di trasferimento di un sistema dinamico è caratterizzata da un polo $p = 4$ di molteplicità 3, allora la risposta di tale sistema conterrà sicuramente un modo temporale

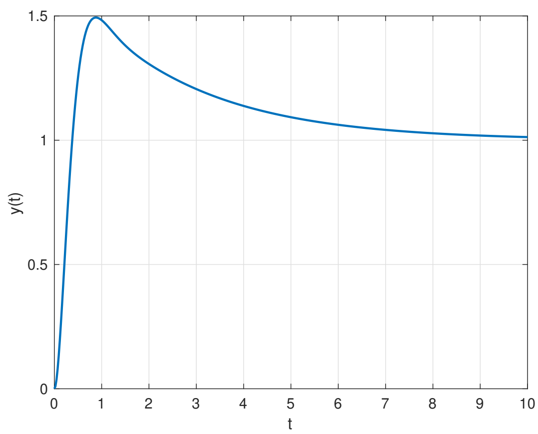
   ◯ e^{4t}
   ◯ $e^{-4t}\cos(3t)$
   ⊗ t^2e^{4t}
   ◯ te^{-4t}

9. L'evoluzione libera del sistema $\ddot{y}(t) + 4\dot{y}(t) + 3\,y(t) = u(t)$ partendo dalle condizione iniziali $y(0) = 1$, $\dot{y}(0) = -5$ è:

   ◯ $y(t) = e^{-2t}\cos(\sqrt{3}t)$
   ◯ $y(t) = e^{-4t}\cos(t)$
   ◯ $y(t) = 2e^{-4t} - e^{-3t}$
   ⊗ $y(t) = 2e^{-3t} - e^{-t}$

10. Il sistema dinamico che dà luogo alla risposta al gradino unitario di figura è:

   ⊗ $G(s) = \dfrac{40(s+0.25)}{(s+0.4)(s^2+8s+25)}$
   ◯ $G(s) = \dfrac{40(s-0.25)}{(s+0.4)(s^2+8s+25)}$
   ◯ $G(s) = \dfrac{0.4(s+0.25)}{(s+4)(s^2+0.1s+0.25)}$
   ◯ $G(s) = \dfrac{0.4(s-0.25)}{(s+4)(s^2+0.1s+0.25)}$



Cognome: Nome: N. Matr.: ☐☐☐☐☐☐

Ho seguito il corso con Prof. Giarré ☐ Prof. Biagiotti ☐

Controlli Automatici - Parte A

Ingegneria Meccanica e Ingegneria del Veicolo

Compito del 7 novembre 2019 - Esercizi A

Rispondere in maniera analitica ai seguenti quesiti (gli studenti dovranno rispondere ai quesiti contrassegnati solo con lettere o col nome del docente di cui hanno seguito il corso più una lettera). I problemi e le domande a risposta aperta si ritengono superati se vengono conseguiti almeno metà dei punti totali (11 su 22), diversamente il compito verrà ritenuto insufficiente a prescindere dal risultato della prima prova.

a) Determinare la trasformata di Laplace $X_i(s)$ dei seguenti segnali temporali $x_i(t)$:

$$x_1(t) = 2e^{3t}\sin(7\,t) - 4\delta(t-5), \qquad x_2(t) = \begin{cases} 0 & t < 3 \\ e^{-2(t-3)}(t-3) & t \geq 3 \end{cases}$$

SOLUZIONE:

$$X_1(s) = \frac{14}{(s-3)^2 + 49} - 4e^{-5s}, \qquad X_2(s) = \frac{1}{(s+2)^2}e^{-3s}$$

---

b) Dato il sistema definito nello spazio degli stati come

$$\begin{cases} \dot{x}(t) &=& Ax(t) + Bu(t) \\ y(t) &=& Cx(t) + Du(t) \end{cases}$$

con $A = \begin{bmatrix} -4 & -\frac{29}{4} \\ 4 & 0 \end{bmatrix}$, $B = \begin{bmatrix} 8 \\ 0 \end{bmatrix}$, $C = \begin{bmatrix} -1 & -\frac{29}{8} \end{bmatrix}$, $D = \begin{bmatrix} 7 \end{bmatrix}$

b.1) Determinare la corrispondente funzione di trasferimento $G(s) = \dfrac{Y(s)}{U(s)}$;

SOLUZIONE:

Calcolando $G(s) = C\,(sI_2 - A)^{-1}\,B + D$ si ottiene

$$G(s) = \frac{7s^2 + 20s + 87}{s^2 + 4s + 29}$$

---

b.2) Calcolare analiticamente la risposta al gradino unitario di $G(s)$.

SOLUZIONE:

La risposta al gradino unitario di $G(s)$, ovvero l' antitrasformata di Laplace di

$$Y(s) = G(s)\frac{1}{s} = \frac{7s^2 + 20s + 87}{s^3 + 4s^2 + 29s},$$

può essere ottenuta scomponendo $Y(s)$ in fratti semplici che nel caso diventano (i termini legati ai due poli complessi coniugati sono stati raccolti insieme)

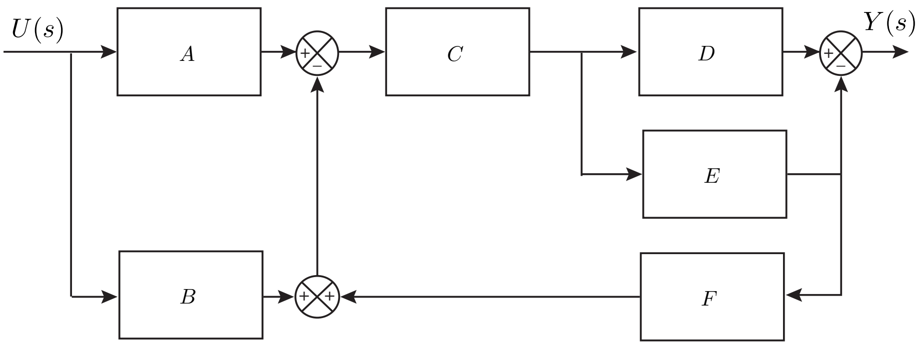
$$Y(s) = \frac{3}{s} + \frac{4(s+2)}{(s+2)^2 + 5^2}$$

da cui

$$y(t) = 3 + 4e^{-2t}\cos(5t)$$

---

c) Dato il seguente schema a blocchi:



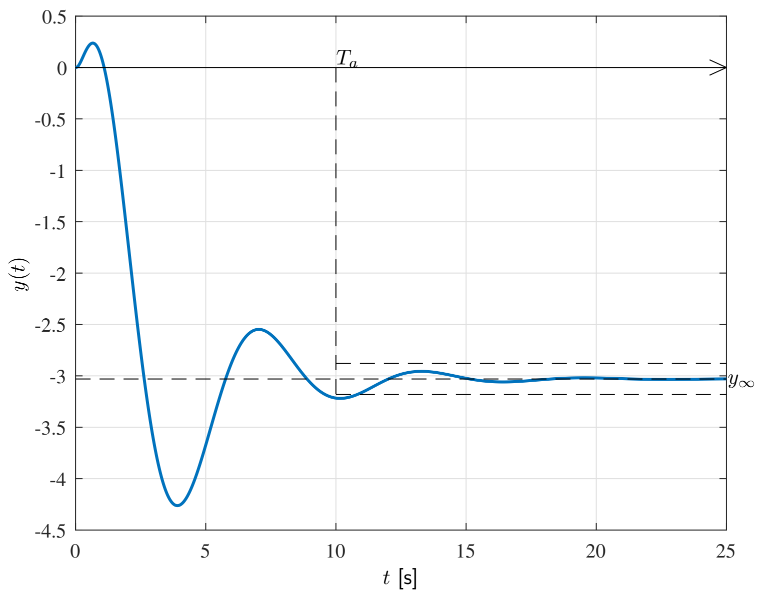
utilizzando la formula di Mason calcolare la funzione di trasferimento $G(s)$ che lega l'ingresso $U(s)$ all'uscita $Y(s)$.

SOLUZIONE:

$$G(s) = \frac{Y(s)}{U(s)} = \frac{ACD - ACE - BCD + BCE}{1 + CEF}$$

d) Sia data la funzione di trasferimento $G(s) = \dfrac{-20(-0.5s+1)}{(10s^2+6s+11)(3+s)(0.04s+2)}$
Disegnare l'andamento qualitativo della risposta $y(t)$ a un gradino in ingresso di ampiezza 10, $u(t) = 10$. Calcolare il valore a regime y_∞ dell'uscita $y(t)$ del sistema, stimare qualitativamente il tempo di assestamento T_a del sistema e il periodo T_ω dell'eventuale oscillazione smorzata.

SOLUZIONE:
Il sistema ha una coppia di poli dominanti complessi coniugati $p_{1,2} = -0.3 \pm j1.005$ i per cui la risposta al gradino avrà un andamento oscillatorio smorzato. Inoltre è presente uno zero a fase non minima collocato in $z = 2$. In figura è riportata la risposta del sistema.



Il valore a regime dell'uscita per un gradino in ingresso di ampiezza $A = 10$ risulta

$$y_\infty = A\,G(0) = 10 \cdot -0.303 = -3.03$$

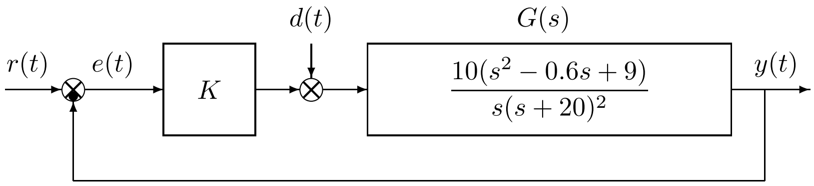
La parte reale dei poli dominanti è $\sigma = -0.3$ per cui il tempo di assestamento T_a è

$$T_a = \frac{3}{|\sigma|} = 10 \text{ s},$$

Il periodo dell'oscillazione è dato da

$$T_\omega = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{2\pi}{1.005} = 6.2519 \text{ s}$$

e) Sia dato il seguente sistema retroazionato:



e.1) Determinare per quali valori del parametro K il sistema retroazionato è asintoticamente stabile.

SOLUZIONE:

L'equazione caratteristica del sistema retroazionato è

$$1+K\frac{10(s^2-0.6s+9)}{s(s+20)^2}=0 \qquad \rightarrow \qquad s^3+(10K+40)s^2+(400-6K)s+90K=0$$

La corrispondente tabella di Routh è la seguente

$$\begin{array}{c|cc ll}
3 & 1 & 400-6K & & \\
2 & 10K+40 & 90K & \rightarrow & K>-4 \\
1 & -60K^2+3670K+16000 & & \rightarrow & -4.0866<K<65.2533 \\
0 & 90K & & \rightarrow & K>0
\end{array}$$

Il sistema retroazionato è asintoticamente stabile per:

$$0<K<65.2533=K^\star$$

La pulsazione $\omega^\star$ corrispondente al valore limite $K^\star$ è:

$$\omega^\star=\sqrt{\frac{90K^\star}{10K^\star+40}}\approx 2.9121 \text{ rad/s}$$

e.2) Posto $K=10$, calcolare l'errore a regime $e(\infty)$ quando sul sistema retroazionato agiscono contemporaneamente il segnale $r(t)=2t$ e il disturbo $d(t)=3+10\sin t$.

SOLUZIONE:

Dato che il sistema è lineare e soggetto quindi alla sovrapposizione degli effetti, l'errore $E(s)$, espresso mediante la trasformata di Laplace, risulterà:

$$E(s)=E_r(s)+E_d(s)$$

dove $E_r(s)$ è l'errore dovuto al riferimento mentre $E_d(s)$ è l'errore dovuto al disturbo. L'errore $e_r(\infty)$ dovuto al riferimento sarà costante e diverso da zero, essendo il sistema considerato di tipo 1 con ingresso di riferimento a rampa: $e_r(\infty)=\frac{R_0}{K_v}=0.8889$ dove $R_0=2$ e $K_v=\lim_{s\to 0} sKG(s)=2.25$.

L'errore dovuto al disturbo $d(t)$ è dato da:

$$E_d(s)=F_d(s)D(s)$$

dove $D(s)$ è la trasformata di Laplace di $d(t)$ e $F_d(s)$ è la funzione di trasferimento tra $D(s)$ e $E_d(s)$ che vale

$$F_d(s)=-\frac{G(s)}{1+KG(s)}=\frac{-10s^2+6s-90}{s^3+140s^2+340s+900}.$$

Essendo $d(t)$ dato dalla somma di un termine costante e di un segnale sinusoidale, per trovarne la risposta a regime si sfrutta il teorema del valore finale per valutare la risposta al gradino

$$e_{d1,\infty}(t)=\lim_{s\to 0} s\frac{-10s^2+6s-90}{s^3+140s^2+340s+900}\frac{3}{s}=-0.1\cdot 3=-0.3$$

essendo $F_d(0)=-0.1$, mentre si impiega il concetto di risposta armonica per valutare la risposta al segnale sinusoidale, da cui $e_{d2,\infty}(t)=10|F_d(j1)|\sin(t+\arg\{F_d(j1)\})$ con $|F_d(j1)|=0.0964$ e $\arg\{F_d(j1)\}=2.6472\text{rad}=151.6715^o$. In conclusione

$$e(\infty)=e_{r,\infty}(t)+e_{d,\infty}(t)=0.5889+0.964\sin(t+2.6472)$$

e.3) Tracciare (nello schema fornito in allegato) i diagrammi asintotici di Bode delle ampiezze e delle fasi della funzione $G(s)$.

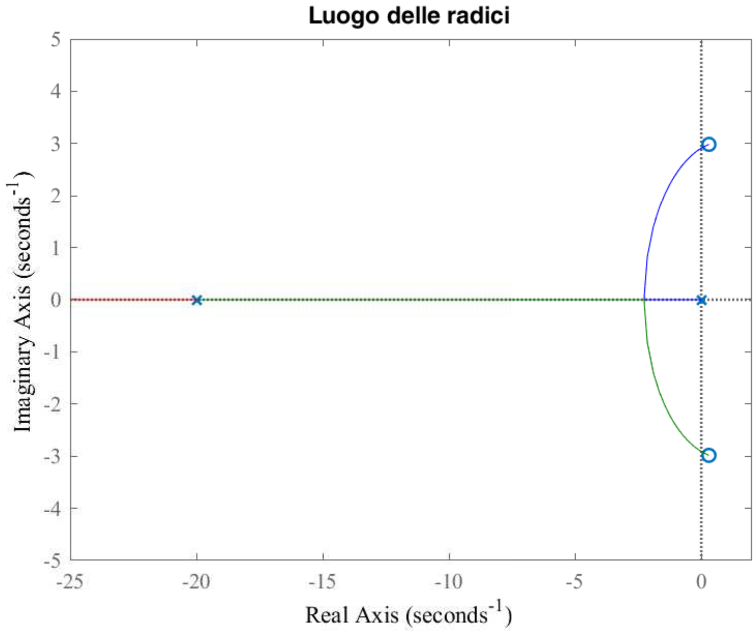
SOLUZIONE:
Vedi figura in fondo.

Biagiotti - e.4) Tracciare qualitativamente il luogo delle radici del sistema retroazionato per valori positivi del parametro K. Determinare esattamente gli asintoti, il centro degli asintoti, le intersezioni con l'asse immaginario e i corrispondenti valori del guadagno K.

SOLUZIONE:
Essendo 1 il grado relativo del sistema, esiste 1 asintoto, appartenente all'asse reale, con centro di ascissa

$$\sigma_a = \frac{1}{1}(-20 - 20 - 0.6) = -40.6$$

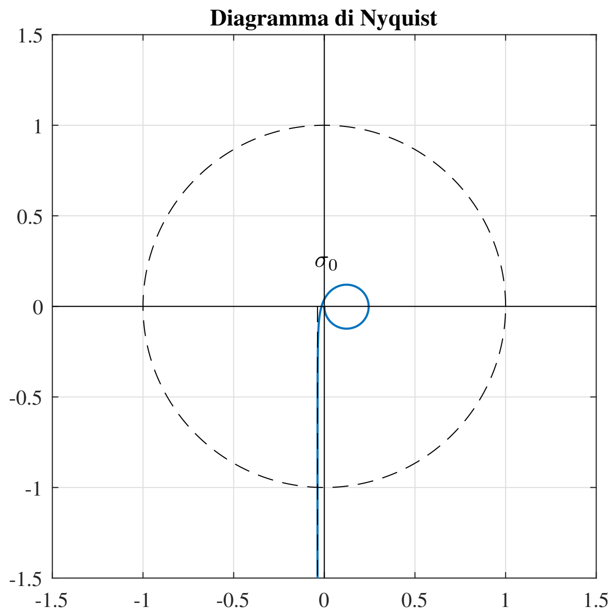
Il luogo delle radici finale è riportato nella seguente.



Dall'analisi svolta mediante il criterio di Routh, risulta che il luogo delle radici attraversa l'asse immaginario in corrispondenza di $\pm j\omega^\star = \pm j2.9121$ per $K = K^\star = 65.2533$.

Giarré - e.4) Disegnare qualitativamente il diagramma di Nyquist della funzione di risposta armonica $G(j\omega)$ per valori positivi della pulsazione. Calcolare esattamente la posizione σ_0 di un eventuale asintoto.

SOLUZIONE:
Il diagramma di Nyquist della funzione $G(s)$ è riportato in figura.



La funzione approssimante per $\omega \to 0$ è

$$G_0(s) = \frac{9}{40s}$$

pertanto il diagramma parte all'infinito con fase iniziale $\varphi_0 = -\frac{\pi}{2}$.
La funzione approssimante per $\omega \to \infty$ è

$$G_\infty(s) = \frac{10}{s}$$

e quindi il diagramma giunge nell'origine con fase finale $\varphi_\infty = -\frac{\pi}{2}$.
Il parametro Δ_τ vale

$$\Delta_\tau = -\frac{0.6}{9} - \frac{1}{20} - \frac{1}{20} = -0.1667 < 0$$

pertanto il diagramma parte in ritardo rispetto alla fase iniziale φ_0.
Il sistema è di tipo 1 pertanto esiste un asintoto verticale la cui ascissa è

$$\sigma_0 = \frac{9}{40}\Delta_\tau = -0.0375$$

Il parametro Δ_p vale

$$\Delta_p = 0.6 + 20 + 20 = 40.6 > 0$$

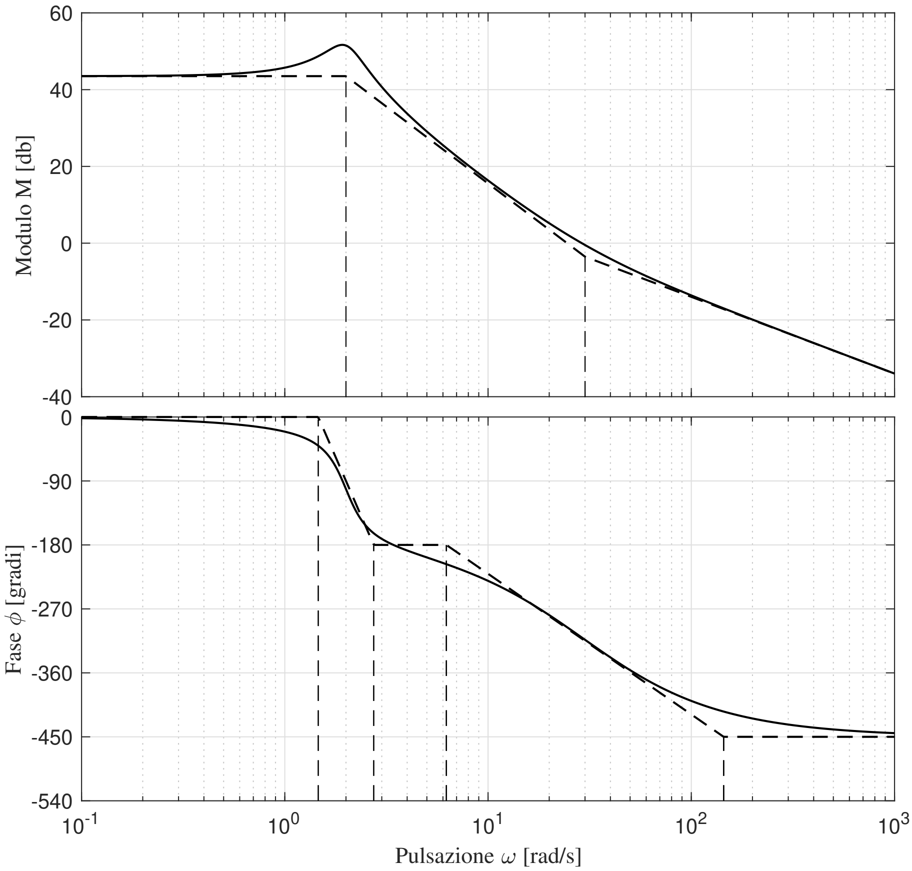
pertanto il diagramma arriva in anticipo rispetto alla fase finale φ_∞.
Lo variazione di fase complessiva è

$$\Delta\varphi = -\pi - \pi = -2\pi$$

Esiste un'intersezione con l'asse reale (in realtà ne esistono 2).

---

f) Si faccia riferimento al diagrammi di Bode delle ampiezze e delle fasi della funzione $G(s)$ mostrati in figura.



f.1) Si richiede di ricavare l'espressione analitica della funzione $G(s)$.

SOLUZIONE:

$$G(s) = \frac{20(s-30)^2}{(s^2+0.8s+4)(s+30)} = \frac{150(-\frac{s}{30}+1)^2}{(\frac{s^2}{4}+0.2s+1)(\frac{s}{30}+1)}$$

dove il valore $\mu = 150$, non essendo presenti nè poli nè zeri nell'origine, si determina dal guadagno statico

$$|G(0)| = |\mu| \approx 10^{\frac{43}{20}} = 150.$$

Il segno positivo deriva dal fatto che la fase iniziale è nulla.
Il coefficiente di smorzamento della coppia di poli complessi coniugati stabili (e pertanto positivo) vale in modulo:

$$|\delta| = \frac{1}{2M_{\omega_n}} \simeq \frac{1}{2\cdot 5} = 0.1.$$

La distanza $M_{\omega_n} \simeq 14$ db $\simeq 5$ si legge dal diagramma di Bode dei moduli.
Si noti che in corrispondenza di $\omega = 30$ la pendenza del diagramma delle ampiezza aumenta di 20 db/decade, mentre lo sfasamento centrato in tale pulsazione è di -270^o. Questo è dovuto alla presenza contemporanea di due zeri (instabili) e di un polo (stabile).

---

f.2) Valutare in maniera approssimata la risposta a regime $y_\infty(t)$ del sistema $G(s)$ quando in ingresso è presente il segnale:

$$u(t) = 2 + 3\sin(6\,t)\,.$$

SOLUZIONE:
La risposta del sistema al segnale di ingresso $u(t)$ può essere valutata ricavando il guadagno statico di $G(s)$ e leggendo dai diagrammi di Bode modulo e argomento di $G(j\omega)$ in $\omega = 6$ rad/s .

$$\begin{aligned} y_\infty(t) &= 2\cdot G(j0) + 3\cdot|G(j6)|\sin(6\,t + \arg\{G(j6)\}) \\ &\approx 300 + 56.7\sin(6\,t - 2.7) \\ &\approx 300 + 56.7\sin(6\,t - 154^o)\,. \end{aligned}$$

Cognome: Nome: N. Matr.: ☐☐☐☐☐☐

Diagrammi di Bode