Cognome: Nome: N. Matr.: ☐☐☐☐☐☐

Ho seguito il corso con Prof Giarré ☐ Prof. Biagiotti ☐

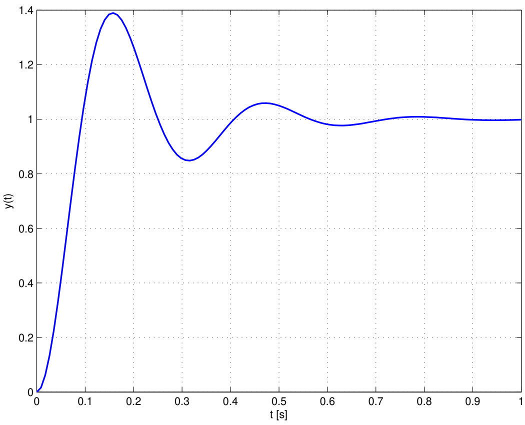
Controlli Automatici - Parte A

Ingegneria Meccanica e Ingegneria del Veicolo

Compito del 23 luglio 2019 - Quiz

Per ciascuno dei seguenti quesiti (si considerino solo le domande numerate normalmente o che recano il nome del docente con cui si è seguito il corso), segnare con una crocetta le risposte che si ritengono corrette. Alcuni quesiti possono avere più risposte corrette.
I quiz si ritengono superati se vengono individuate almeno metà delle risposte esatte (punti 5.5 su 11), diversamente il compito verrà ritenuto insufficiente a prescindere dal risultato della seconda prova.

1. A partire dalla risposta al gradino unitario mostrata in figura è possibile stimare la posizione dei poli dominanti del sistema?
   - ◯ sì, $p \approx -\frac{1}{6} \pm j\frac{1}{2}$
   - ◯ sì, $p \approx -1.5 \pm j2$
   - ◯ sì, $p \approx -6 \pm j20$
   - ◯ no



2. L'evoluzione libera del sistema $2\,\dot{y}(t) + b\,y(t) = 0$ partendo dalla condizione iniziale $y(0) = 3$ è:
   - ◯ $y(t) = 3(1 - e^{-\frac{2}{b}\,t})$
   - ◯ $y(t) = 3\,e^{-\frac{2}{b}\,t}$
   - ◯ $y(t) = \frac{3}{2}\,e^{-\frac{b}{2}\,t}$
   - ◯ $y(t) = 3\,e^{-\frac{b}{2}\,t}$

3. Il diagramma di Bode delle ampiezze di un sistema $G(s)$ di tipo 2 e avente grado relativo 3 presenta:
   - ◯ pendenza di -40dB/dec per $\omega \to 0$ e pendenza di -60dB/dec per $\omega \to \infty$
   - ◯ pendenza di -60dB/dec per $\omega \to 0$ e pendenza di -40dB/dec per $\omega \to \infty$
   - ◯ pendenza di -20dB/dec per $\omega \to 0$ e pendenza di -30dB/dec per $\omega \to \infty$
   - ◯ pendenza di $+40$dB/dec per $\omega \to 0$ e pendenza di $+60$dB/dec per $\omega \to \infty$

4. Il valore iniziale della risposta all'impulso $g(t)$ del sistema $G(s) = \frac{5s+1}{s^2+3s+4}$ vale:
   - ◯ 5
   - ◯ 1/4
   - ◯ 0
   - ◯ ∞

5. La funzione di trasferimento $G(s) = \frac{Y(s)}{X(s)}$ corrispondente all'equazione differenziale $2\dddot{y} + 4\dot{y} + y = \ddot{x} + 5\dot{x} + 3x$ è:

- ◯ $G(s) = \dfrac{s^2 + 5s + 3}{2s^3 + 4s^2 + s}$
- ◯ $G(s) = \dfrac{s^2 + 5s + 3}{2s^3 + 4s + 1}$
- ◯ $G(s) = \dfrac{2s^3 + 4s + 1}{s^2 + 5s + 3}$
- ◯ $G(s) = \dfrac{2s^3 + 4s^2 + s}{s^2 + 5s + 3}$

6. Se al sistema $y(t) + \dot{y}(t) = 2u(t)$ si applica l' ingresso $u(t) = \sin(t)$, a regime l'uscita sarà:

- ◯ $y(t) = \frac{1}{\sqrt{2}} \sin(t + 45^o)$
- ◯ $y(t) = \frac{2}{\sqrt{2}} \sin(t - 45^o)$
- ◯ $y(t) = \frac{2}{\sqrt{2}} \sin(t + 45^o)$
- ◯ $y(t) = \frac{1}{\sqrt{2}} \sin(t - 45^o)$

7. Se la funzione d'anello $L(s)$ di un sistema retroazionato presenta un polo nell'origine:

- ◯ l'errore a regime per ingresso a gradino è nullo
- ◯ l'errore a regime per ingresso a rampa è nullo
- ◯ l'errore a regime per ingresso a rampa è diverso da zero e costante
- ◯ l'errore a regime per ingresso a parabola è infinito

8. In un sistema del secondo ordine a poli complessi coniugati e privo di zeri la massima sovraelongazione nella risposta la gradino rimane costante:

- ◯ su due semirette uscenti dall'origine
- ◯ su di una circonferenza con centro nell'origine
- ◯ su di una circonferenza con centro in -1
- ◯ su di una retta parallela all'asse immaginario

9. Quali dei seguenti sistemi sono asintoticamente stabili?

- ◯ $G(s) = \dfrac{s-3}{(s+3)(s^2+4^2)}$
- ◯ $G(s) = \dfrac{s-3}{(s+3)(s+4)^2}$
- ◯ $G(s) = \dfrac{s-3}{(s+3)(s^2+4^2)^2}$
- ◯ $G(s) = \dfrac{s+3}{s(s+4)^2}$

10. Se la risposta temporale (libera o forzata) di un sistema dinamico contiene, tra gli altri, un termine proporzionale a $t^2 \sin(5t)$ allora fattorizzando il denominatore di tale sistema ci sarà sicuramente l' elemento

- ◯ $\left(s^2 - 5^2\right)^2$
- ◯ $\left(s^2 + 5^2\right)^2$
- ◯ $\left(s^2 + 5^2\right)^3$
- ◯ $\left(s^2 - 5^2\right)^3$

Cognome: Nome: N. Matr.: □□□□□□

Ho seguito il corso con Prof. Giarré □ Prof. Biagiotti □

Controlli Automatici - Parte A

Ingegneria Meccanica e Ingegneria del Veicolo

Compito del 23 luglio 2019 - Esercizi

Rispondere in maniera analitica ai seguenti quesiti (gli studenti dovranno rispondere ai quesiti contrassegnati solo con lettere o col nome del docente di cui hanno seguito il corso più una lettera). I problemi e le domande a risposta aperta si ritengono superati se vengono conseguiti almeno metà dei punti totali (11 su 22), diversamente il compito verrà ritenuto insufficiente a prescindere dal risultato della prima prova.

a) Determinare la trasformata di Laplace $X_i(s)$ dei seguenti segnali temporali $x_i(t)$:

$$x_1(t) = [5 - 2\sin(4t)]\, e^{-2t}, \qquad x_2(t) = 1 + t^3\, e^{2-4\,t}$$

Giarré - b) Dato il sistema definito nello spazio degli stati come

$$\begin{cases} \dot{x}(t) &= Ax(t) + Bu(t) \\ y(t) &= Cx(t) + Du(t) \end{cases}$$

con $A = \begin{bmatrix} -2 & -1 \\ 2 & 0 \end{bmatrix}$, $B = \begin{bmatrix} 2 \\ 0 \end{bmatrix}$, $C = \begin{bmatrix} 0.5 & 0 \end{bmatrix}$, $D = \begin{bmatrix} 1 \end{bmatrix}$

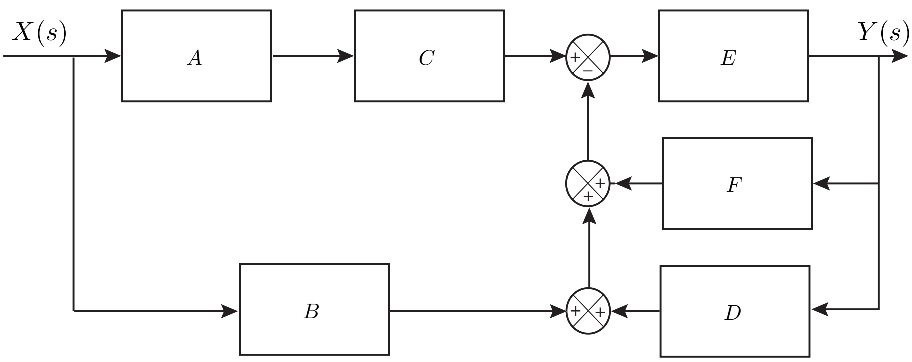
b.1) Determinare la corrispondente funzione di trasferimento $G(s) = \dfrac{Y(s)}{U(s)}$;

b.2) Calcolare analiticamente la risposta all'impulso di $G(s)$.

Biagiotti - b) Calcolare la risposta impulsiva $g_i(t)$ delle seguenti funzioni di trasferimento $G_i(s)$:

$$G_1(s) = \frac{15}{s^2 + 6s + 34} + 3, \qquad G_2(s) = \frac{5}{s(s+2)(1+2s)}$$

c) Dato il seguente schema a blocchi:

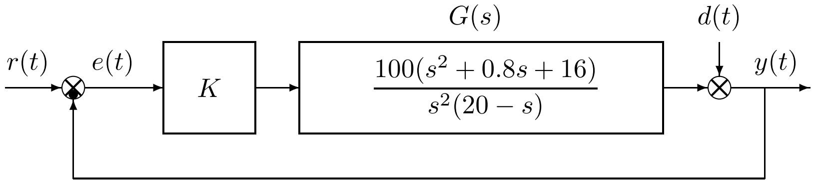


utilizzando la formula di Mason calcolare la funzione di trasferimento $G(s)$ che lega l'ingresso $X(s)$ all'uscita $Y(s)$.

d) Sia data la funzione di trasferimento $G(s) = \dfrac{(s+5)}{(s^2 + 2s + 5)(s + 0.01)(1 + 0.01s)}$

Disegnare l'andamento qualitativo della risposta $y(t)$ a un gradino in ingresso di ampiezza 5, $u(t) = 5$. Calcolare il valore a regime y_∞ dell'uscita $y(t)$ del sistema, stimare qualitativamente il tempo di assestamento T_a del sistema e il periodo T_ω dell'eventuale oscillazione smorzata.

e) Sia dato il seguente sistema retroazionato:



e.1) Determinare per quali valori del parametro K il sistema retroazionato è asintoticamente stabile.

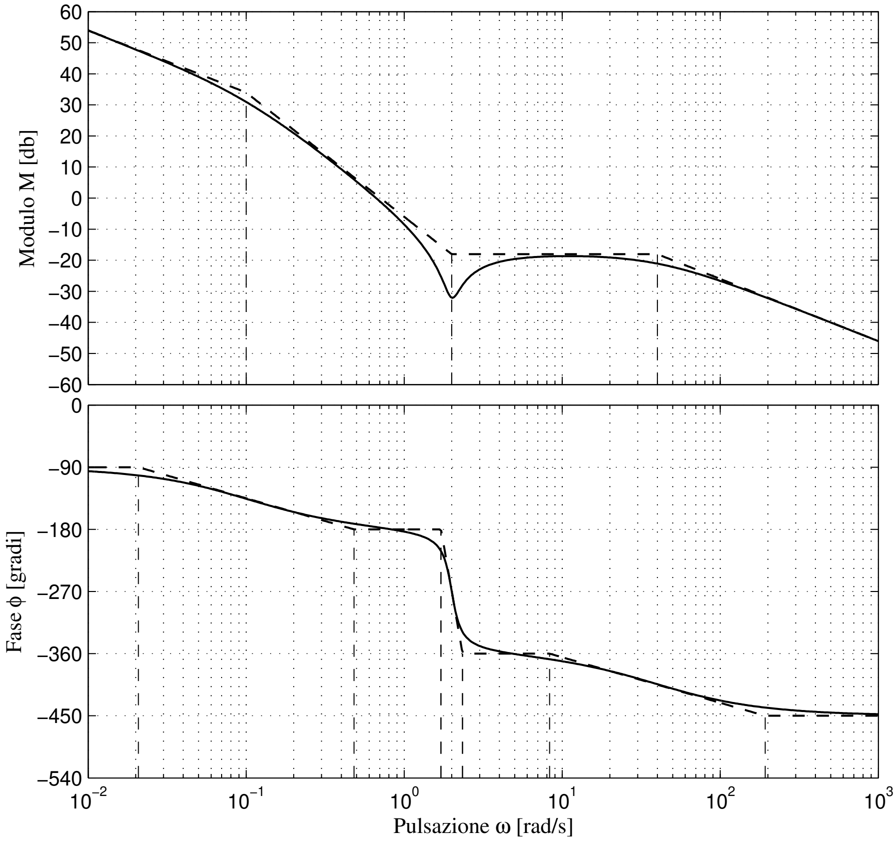
e.2) Posto $K = -1$, calcolare l'errore a regime $e(\infty)$ quando sul sistema retroazionato siano applicati contemporaneamente il segnale $r(t) = 5t$ e il disturbo $d(t) = 2\sin(t)$.

e.3) Tracciare (nello schema fornito in allegato) i diagrammi asintotici di Bode delle ampiezze e delle fasi della funzione $G(s)$.

Biagiotti - e.4) Tracciare qualitativamente il luogo delle radici del sistema retroazionato per valori negativi del parametro K. Determinare esattamente gli asintoti, il centro degli asintoti, le intersezioni con l'asse immaginario e i corrispondenti valori del guadagno K.

Giarré - e.4) Disegnare qualitativamente il diagramma di Nyquist della funzione di risposta armonica $G(j\omega)$ per valori positivi della pulsazione. Calcolare esattamente la posizione σ_0 di un eventuale asintoto, le eventuali intersezioni con l'asse reale e i corrispondenti valori delle pulsazioni.

f) Si faccia riferimento al diagrammi di Bode delle ampiezze e delle fasi della funzione $G(s)$ mostrati in figura.

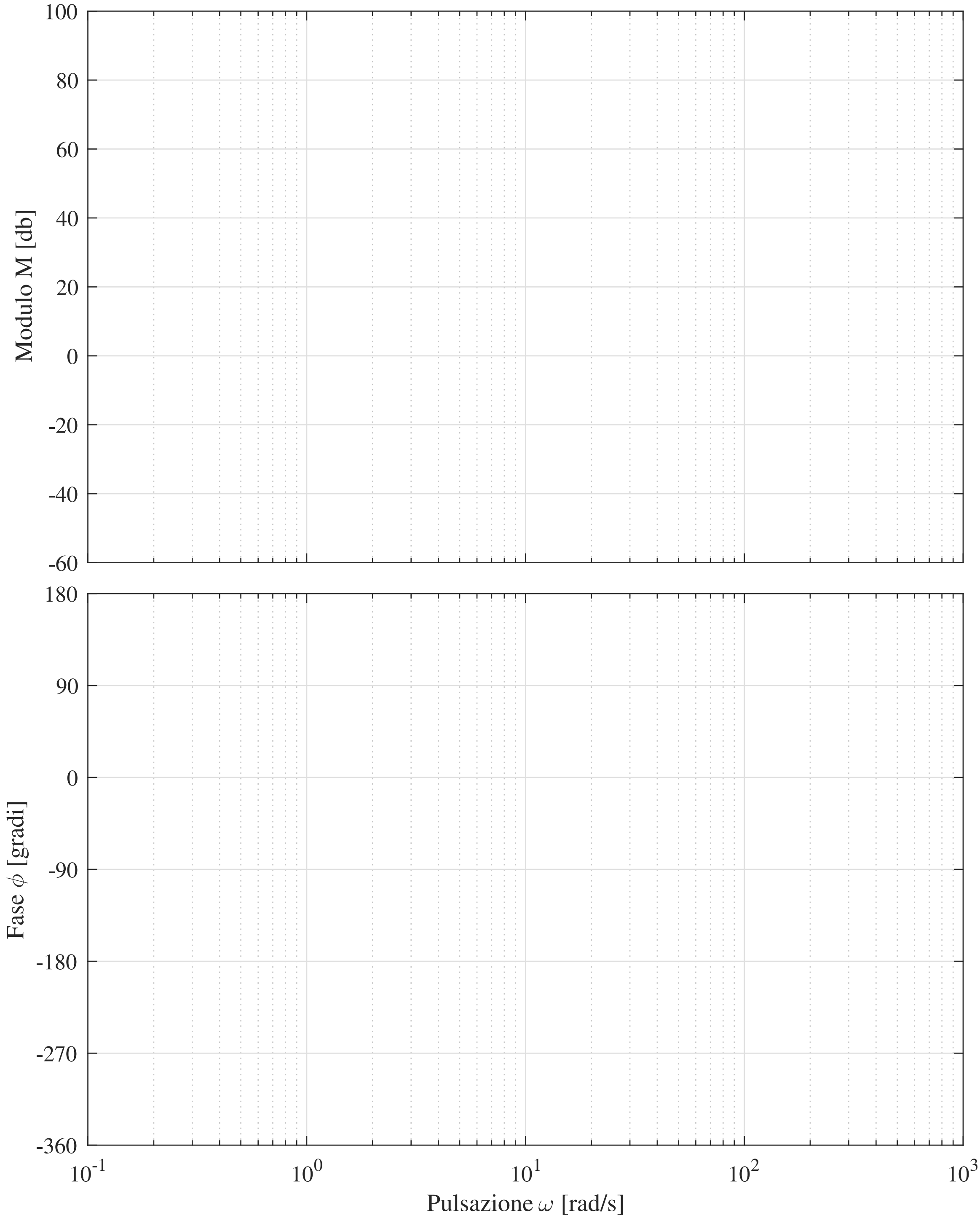


f.1) Si richiede di ricavare l'espressione analitica della funzione $G(s)$.

f.2) Valutare in maniera approssimata la risposta a regime $y_\infty(t)$ del sistema $G(s)$ quando in ingresso è presente il segnale:

$$x(t) = 4 + 3\,\sin(0.7\,t)\,.$$

Cognome: Nome: N. Matr.:



Cognome: Nome: N. Matr.: ☐☐☐☐☐☐

Ho seguito il corso con Prof Giarré ☐ Prof. Biagiotti ☐

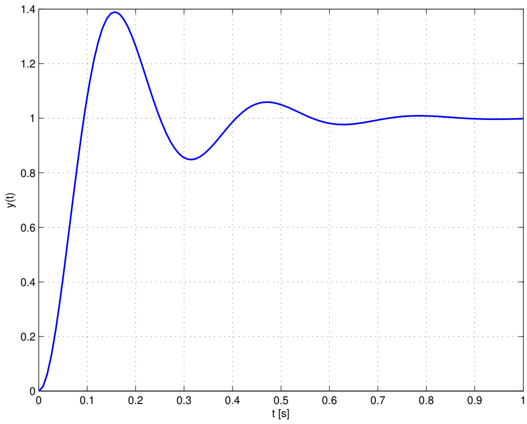
Controlli Automatici - Parte A

Ingegneria Meccanica e Ingegneria del Veicolo

Compito del 23 luglio 2019 - Quiz

Per ciascuno dei seguenti quesiti (si considerino solo le domande numerate normalmente o che recano il nome del docente con cui si è seguito il corso), segnare con una crocetta le risposte che si ritengono corrette. Alcuni quesiti possono avere più risposte corrette.
I quiz si ritengono superati se vengono individuate almeno metà delle risposte esatte (punti 5.5 su 11), diversamente il compito verrà ritenuto insufficiente a prescindere dal risultato della seconda prova.

1. A partire dalla risposta al gradino unitario mostrata in figura è possibile stimare la posizione dei poli dominanti del sistema?
   - ○ sì, $p \approx -\frac{1}{6} \pm j\frac{1}{2}$
   - ○ sì, $p \approx -1.5 \pm j2$
   - ⊗ sì, $p \approx -6 \pm j20$
   - ○ no



2. L'evoluzione libera del sistema $2\,\dot{y}(t) + b\,y(t) = 0$ partendo dalla condizione iniziale $y(0) = 3$ è:
   - ○ $y(t) = 3(1 - e^{-\frac{2}{b}\,t})$
   - ○ $y(t) = 3\,e^{-\frac{2}{b}\,t}$
   - ○ $y(t) = \frac{3}{2}\,e^{-\frac{b}{2}\,t}$
   - ⊗ $y(t) = 3\,e^{-\frac{b}{2}\,t}$

3. Il diagramma di Bode delle ampiezze di un sistema $G(s)$ di tipo 2 e avente grado relativo 3 presenta:
   - ⊗ pendenza di -40dB/dec per $\omega \to 0$ e pendenza di -60dB/dec per $\omega \to \infty$
   - ○ pendenza di -60dB/dec per $\omega \to 0$ e pendenza di -40dB/dec per $\omega \to \infty$
   - ○ pendenza di -20dB/dec per $\omega \to 0$ e pendenza di -30dB/dec per $\omega \to \infty$
   - ○ pendenza di $+40$dB/dec per $\omega \to 0$ e pendenza di $+60$dB/dec per $\omega \to \infty$

4. Il valore iniziale della risposta all'impulso $g(t)$ del sistema $G(s) = \frac{5s+1}{s^2+3s+4}$ vale:
   - ⊗ 5
   - ○ 1/4
   - ○ 0
   - ○ ∞

5. La funzione di trasferimento $G(s) = \frac{Y(s)}{X(s)}$ corrispondente all'equazione differenziale $2\dddot{y} + 4\dot{y} + y = \ddot{x} + 5\dot{x} + 3x$ è:

   - ○ $G(s) = \dfrac{s^2 + 5s + 3}{2s^3 + 4s^2 + s}$
   - ⊗ $G(s) = \dfrac{s^2 + 5s + 3}{2s^3 + 4s + 1}$
   - ○ $G(s) = \dfrac{2s^3 + 4s + 1}{s^2 + 5s + 3}$
   - ○ $G(s) = \dfrac{2s^3 + 4s^2 + s}{s^2 + 5s + 3}$

6. Se al sistema $y(t) + \dot{y}(t) = 2u(t)$ si applica l' ingresso $u(t) = \sin(t)$, a regime l'uscita sarà:

   - ○ $y(t) = \frac{1}{\sqrt{2}} \sin(t + 45^o)$
   - ⊗ $y(t) = \frac{2}{\sqrt{2}} \sin(t - 45^o)$
   - ○ $y(t) = \frac{2}{\sqrt{2}} \sin(t + 45^o)$
   - ○ $y(t) = \frac{1}{\sqrt{2}} \sin(t - 45^o)$

7. Se la funzione d'anello $L(s)$ di un sistema retroazionato presenta un polo nell'origine:

   - ⊗ l'errore a regime per ingresso a gradino è nullo
   - ○ l'errore a regime per ingresso a rampa è nullo
   - ⊗ l'errore a regime per ingresso a rampa è diverso da zero e costante
   - ⊗ l'errore a regime per ingresso a parabola è infinito

8. In un sistema del secondo ordine a poli complessi coniugati e privo di zeri la massima sovraelongazione nella risposta la gradino rimane costante:

   - ⊗ su due semirette uscenti dall'origine
   - ○ su di una circonferenza con centro nell'origine
   - ○ su di una circonferenza con centro in -1
   - ○ su di una retta parallela all'asse immaginario

9. Quali dei seguenti sistemi sono asintoticamente stabili?

   - ○ $G(s) = \dfrac{s - 3}{(s + 3)(s^2 + 4^2)}$
   - ⊗ $G(s) = \dfrac{s - 3}{(s + 3)(s + 4)^2}$
   - ○ $G(s) = \dfrac{s - 3}{(s + 3)(s^2 + 4^2)^2}$
   - ○ $G(s) = \dfrac{s + 3}{s(s + 4)^2}$

10. Se la risposta temporale (libera o forzata) di un sistema dinamico contiene, tra gli altri, un termine proporzionale a $t^2 \sin(5t)$ allora fattorizzando il denominatore di tale sistema ci sarà sicuramente l' elemento

    - ○ $\left(s^2 - 5^2\right)^2$
    - ○ $\left(s^2 + 5^2\right)^2$
    - ⊗ $\left(s^2 + 5^2\right)^3$
    - ○ $\left(s^2 - 5^2\right)^3$

Cognome: Nome: N. Matr.: ☐☐☐☐☐☐

Ho seguito il corso con Prof. Giarré ☐ Prof. Biagiotti ☐

Controlli Automatici - Parte A

Ingegneria Meccanica e Ingegneria del Veicolo

Compito del 23 luglio 2019 - Esercizi

Rispondere in maniera analitica ai seguenti quesiti (gli studenti dovranno rispondere ai quesiti contrassegnati solo con lettere o col nome del docente di cui hanno seguito il corso più una lettera). I problemi e le domande a risposta aperta si ritengono superati se vengono conseguiti almeno metà dei punti totali (11 su 22), diversamente il compito verrà ritenuto insufficiente a prescindere dal risultato della prima prova.

a) Determinare la trasformata di Laplace $X_i(s)$ dei seguenti segnali temporali $x_i(t)$:

$$x_1(t) = [5 - 2\sin(4t)]\, e^{-2t}, \qquad x_2(t) = 1 + t^3\, e^{2-4\,t}$$

SOLUZIONE:

$$X_1(s) = \frac{5}{(s+2)} - \frac{8}{(s+2)^2+16}, \qquad X_2(s) = \frac{1}{s} + \frac{6\,e^2}{(s+4)^4},$$

Giarré - b) Dato il sistema definito nello spazio degli stati come

$$\begin{cases} \dot{x}(t) &= Ax(t) + Bu(t) \\ y(t) &= Cx(t) + Du(t) \end{cases}$$

con $A = \begin{bmatrix} -2 & -1 \\ 2 & 0 \end{bmatrix}$, $B = \begin{bmatrix} 2 \\ 0 \end{bmatrix}$, $C = \begin{bmatrix} 0.5 & 0 \end{bmatrix}$, $D = \begin{bmatrix} 1 \end{bmatrix}$

b.1) Determinare la corrispondente funzione di trasferimento $G(s) = \dfrac{Y(s)}{U(s)}$;

SOLUZIONE:
Calcolando $G(s) = C\,(sI_2 - A)^{-1}\,B + D$ si ottiene

$$G(s) = \frac{s^2+2s+2}{s^2+3s+3}$$

b.2) Calcolare analiticamente la risposta all'impulso di $G(s)$.

SOLUZIONE:
La risposta all'impulso di $G(s)$ ovvero la sua antitrasformata di Laplace puó essere ottenuta scomponendo $G(s)$ come

$$G(s) = 1 + \frac{0.5+0.5j}{s+1-j} + \frac{0.5-0.5j}{s+1+j}$$

dove la costante 1 dipende dal fatto che la funzione di trasferimento $G(s)$ ha grado relativo nullo. Antitrasfromando, e sfruttando le formule di Elero per evitare di avere costanti complesse, si ottiene

$$g(t) = \delta(t) + 2\sqrt{0.5}\,e^{-t}\cos(t + 0.7854\text{rad})$$

Biagiotti - b) Calcolare la risposta impulsiva $g_i(t)$ delle seguenti funzioni di trasferimento $G_i(s)$:

$$G_1(s) = \frac{15}{s^2+6s+34} + 3, \qquad G_2(s) = \frac{5}{s(s+2)(1+2s)}$$

SOLUZIONE:
La funzione $G_1(s)$ può essere riscritta come

$$G_1(s) = \frac{15}{(s+3)^2+5^2} + 3$$

pertanto la sua risposta impulsiva risulta

$$g_1(t) = 3\,e^{-3t}\sin(5t) + 3\delta(t).$$

La funzione $G_2(s)$ può essere riscritta come

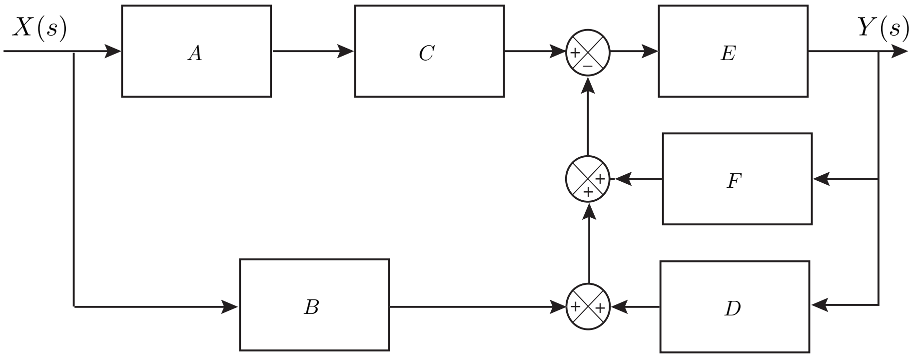
$$G_2(s) = \frac{5}{2s} + \frac{5}{6(s+2)} - \frac{10}{3(s+\frac{1}{2})}$$

di conseguenza la sua risposta impulsiva risulta

$$g_2(t) = \frac{5}{2} + \frac{5}{6}e^{-2t} - \frac{10}{3}e^{-\frac{t}{2}}$$

---

c) Dato il seguente schema a blocchi:



utilizzando la formula di Mason calcolare la funzione di trasferimento $G(s)$ che lega l'ingresso $X(s)$ all'uscita $Y(s)$.

SOLUZIONE:

$$G(s) = \frac{Y(s)}{X(s)} = \frac{ACE - BE}{1 + EF + DE}$$

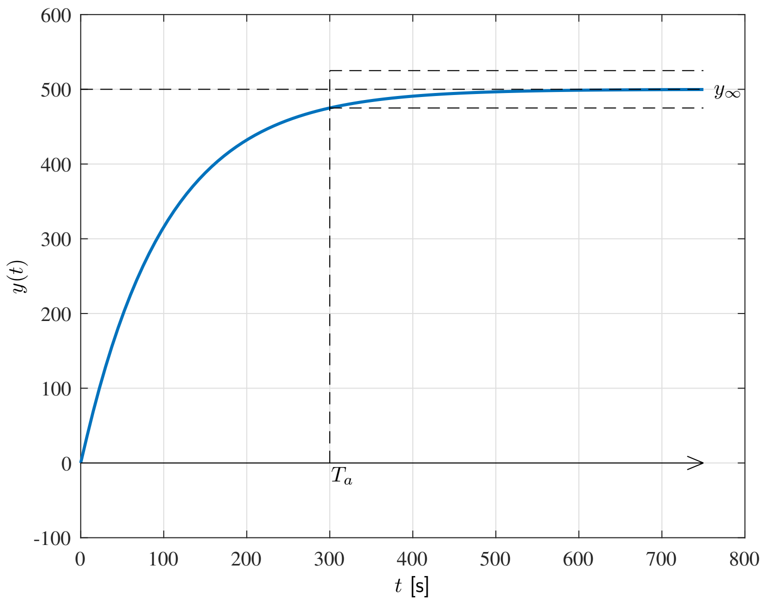
---

d) Sia data la funzione di trasferimento $G(s) = \dfrac{(s+5)}{(s^2+2s+5)(s+0.01)(1+0.01s)}$

Disegnare l'andamento qualitativo della risposta $y(t)$ a un gradino in ingresso di ampiezza 5, $u(t) = 5$. Calcolare il valore a regime y_∞ dell'uscita $y(t)$ del sistema, stimare qualitativamente il tempo di assestamento T_a del sistema e il periodo T_ω dell'eventuale oscillazione smorzata.

SOLUZIONE:

Il sistema ha un polo dominante reale $p = -0.01$ pertanto la risposta al gradino sarà di tipo aperiodico. In figura è riportata la risposta del sistema.



Il valore a regime dell'uscita per un gradino in ingresso di ampiezza $A = 5$ risulta

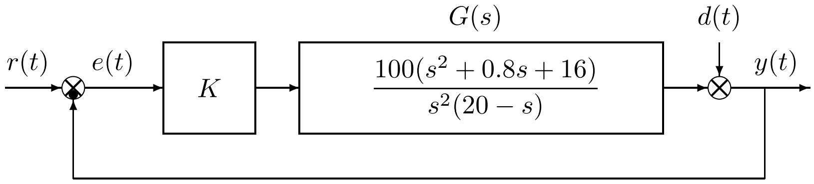
$$y_\infty = A\,G(0) = 5 \cdot 100 = 500.$$

Il sistema ha un polo dominante reale con parte reale $\sigma = -0.01$ per cui il tempo di assestamento T_a è

$$T_a = \frac{3}{|\sigma|} = 300 \text{ s},$$

mentre il periodo dell'oscillazione T_ω non esiste, non essendoci alcuna oscillazione.

e) Sia dato il seguente sistema retroazionato:



e.1) Determinare per quali valori del parametro K il sistema retroazionato è asintoticamente stabile.

SOLUZIONE:

L'equazione caratteristica del sistema retroazionato è

$$1+\frac{100K(s^2+0.8s+16)}{s^2(20-s)}=0 \qquad \rightarrow \qquad s^3-(20+100K)s^2-80Ks-1600K=0$$

La corrispondente tabella di Routh è la seguente

$$\begin{array}{c|ccl} 3 & 1 & -80K & \\ 2 & -(20+100K) & -1600K & \rightarrow \;\; K<-0.2 \\ 1 & (20+100K)80K+1600K & & \rightarrow \;\; K<-0.4 \vee K>0 \\ 0 & -1600K & & \rightarrow \;\; K<0 \end{array}$$

Quindi il sistema retroazionato è asintoticamente stabile per:

$$K<-0.4=K^\star$$

La pulsazione $\omega^\star$ corrispondente al valore limite $K^\star$ è:

$$\omega^\star=\sqrt{\frac{1600K^\star}{20+100K^\star}}=\sqrt{32}=5.657$$

e.2) Posto $K=-1$, calcolare l'errore a regime $e(\infty)$ quando sul sistema retroazionato siano applicati contemporaneamente il segnale $r(t)=5t$ e il disturbo $d(t)=2\sin(t)$.

SOLUZIONE:

Dato che il sistema è lineare e soggetto quindi alla sovrapposizione degli effetti, l'errore $E(s)$, espresso mediante la trasformata di Laplace, risulterà:

$$E(s)=E_r(s)+E_d(s)$$

dove $E_r(s)$ è l'errore dovuto al riferimento mentre $E_d(s)$ è l'errore dovuto al disturbo. Senza fare alcun calcolo si può dire che a regime $e_r(\infty)$ sarà nullo, in quanto si considera un ingresso a rampa in un sistema di tipo 2 (cioè con due poli nell'origine). Di conseguenza il calcolo dell'errore a regime si riduce a quello dovuto al disturbo $d(t)$:

$$E(s)=F_d(s)D(s)$$

dove $D(s)$ è la trasformata di Laplace di $d(t)$ e $F_d(s)$ è la funzione di trasferimento tra $D(s)$ e $E(s)$ che vale

$$F_d(s)=-\frac{1}{1+KG(s)}=\frac{-s^3+20s^2}{s^3+80s^2+80s+1600}$$

Essendo $d(t)$ un segnale sinusoidale, per trovarne la risposta a regime si sfrutta il concetto di risposta armonica, per cui $e_d(t)=2|F_d(j1)|\sin(t+\arg\{F_d(j1)\})$ con $|F_d(j1)|=0.0132$ e $\arg\{F_d(j1)\}\simeq 174.1624^o$. In conclusione

$$e(\infty)=e_d(\infty)\simeq 0.0263\sin(t+174.1624^o)$$

e.3) Tracciare (nello schema fornito in allegato) i diagrammi asintotici di Bode delle ampiezze e delle fasi della funzione $G(s)$.

SOLUZIONE:

Vedi figura in fondo.

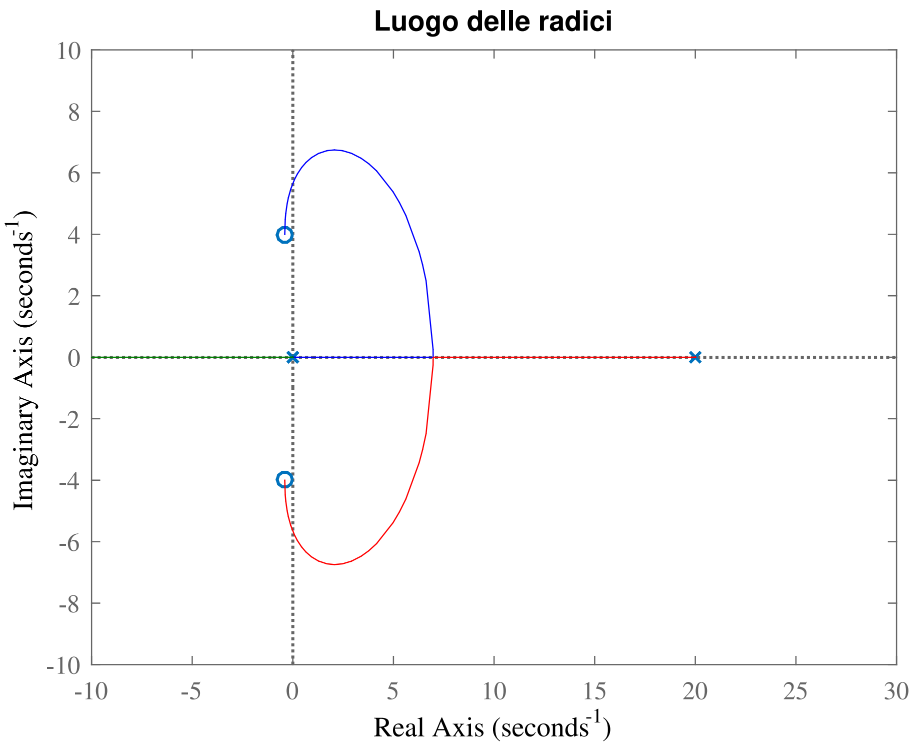
Biagiotti - e.4) Tracciare qualitativamente il luogo delle radici del sistema retroazionato per valori negativi del parametro K. Determinare esattamente gli asintoti, il centro degli asintoti, le intersezioni con l'asse immaginario e i corrispondenti valori del guadagno K.

SOLUZIONE:

Esiste un solo asintoto, essendo 1 il grado relativo, che appartiene al semiasse reale negativo. Il centro degli asintoti si trova sull'asse reale nel punto di ascissa

$$\sigma_0 = \frac{1}{1}(20 + 0.8) = 20.8$$

Il luogo delle radici finale è riportato nella seguente figura.

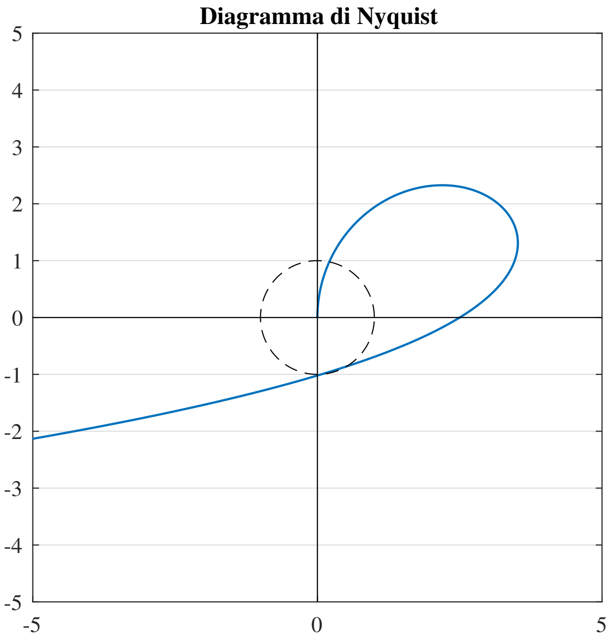


Dall'analisi svolta mediante il criterio di Routh, risulta che il luogo delle radici attraversa l'asse immaginario, passando dal semipiano destro a quello sinistro, in corrispondenza di $s^\star = j\omega^\star = j5.657$, per $K = K^\star = -0.4$.

Giarré - e.4) Disegnare qualitativamente il diagramma di Nyquist della funzione di risposta armonica $G(j\omega)$ per valori positivi della pulsazione. Calcolare esattamente la posizione σ_0 di un eventuale asintoto, le eventuali intersezioni con l'asse reale e i corrispondenti valori delle pulsazioni.

SOLUZIONE:

Il diagramma di Nyquist della funzione $G(s)$ è riportato in figura.



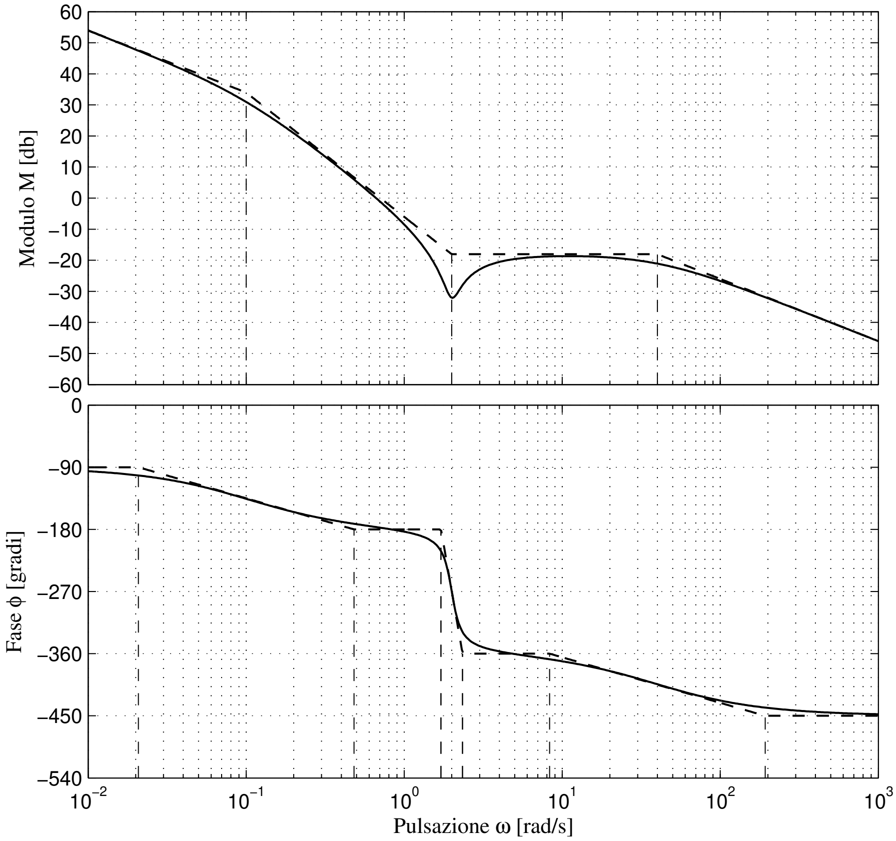
La funzione approssimante per $\omega \to 0$ è $G_0(s) = \dfrac{1600}{20\,s^2}$ pertanto il diagramma parte all'infinito con fase iniziale $\varphi_0 = -\pi$.La funzione approssimante per $\omega \to \infty$ è $G_\infty(s) = -\dfrac{100}{s}$ e quindi il diagramma giunge nell'origine con fase finale $\varphi_\infty = -\frac{3}{2}\pi$. Il parametro Δ_τ vale $\Delta_\tau = \frac{0.8}{16} + \frac{1}{20} = 0.1 > 0$ pertanto il diagramma parte in anticipo rispetto alla fase iniziale φ_0. Il sistema è di tipo 2 pertanto non esiste alcun asintoto. Il parametro Δ_p vale $\Delta_p = -0.8 - 20 = -20.8 < 0$ pertanto noil diagramma arriva in ritardo rispetto alla fase finale φ_∞. Lo sfasamento complessivo è $\Delta\varphi = \frac{3}{2}\pi$. Esiste un'unica intersezione con l'asse reale, che in virtù dell'analisi svolta con Routh al primo punto risulta pari a

$$\sigma^\star = -1/K^\star = 2.5.$$

La corrispondente pulsazione è $\omega^\star = 5.657$.

---

f) Si faccia riferimento al diagrammi di Bode delle ampiezze e delle fasi della funzione $G(s)$ mostrati in figura.



f.1) Si richiede di ricavare l'espressione analitica della funzione $G(s)$.

SOLUZIONE:

$$G(s) = \frac{5(s^2 - 0.4s + 4)}{s(s+0.1)(s+40)} = \frac{5(0.25s^2 - 0.1s + 1)}{s(10s+1)(0.025s+1)}$$

dove il valore $\mu = 5$ si determina dall'approssimante per basse frequenze di $G(s)$, cioè $G_0(s) = \frac{\mu}{s}$ che in corrispondenza del primo punto di rottura ($\omega = 0.1$ rad/s) deve valere in modulo circa 34 db. Pertanto

$$\left|\frac{\mu}{j\omega}\right|_{\omega=0.1} \approx 10^{34/20} \approx 50 \to \frac{|\mu|}{0.1} = 50 \to |\mu| = 5.$$

In particolare il guadagno μ sarà positivo in quanto il contributo di fase ad esso imputabile è nullo essendo la fase iniziale complessiva -90^o a causa della presenza del polo nell'origine. Il coefficiente di smorzamento della coppia di zeri complessi coniugati instabili (e pertanto negativo) vale in modulo:

$$|\delta| = \frac{M_{\omega_n}}{2} \simeq \frac{0.2}{2} = 0.1.$$

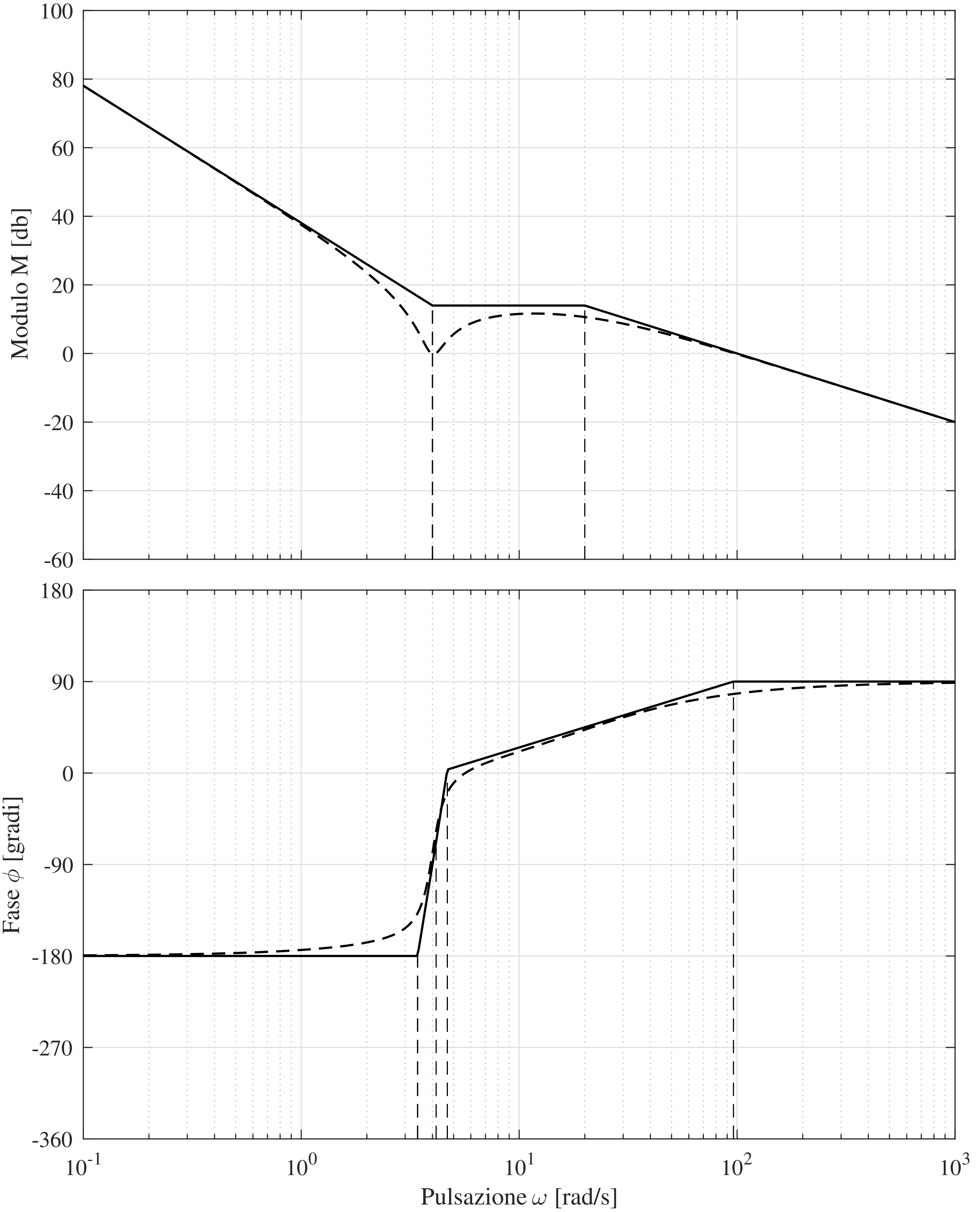
La distanza $M_{\omega_n} \simeq -14$ db $\simeq 0.2$ si legge dal diagramma di Bode dei moduli.

f.2) Valutare in maniera approssimata la risposta a regime $y_\infty(t)$ del sistema $G(s)$ quando in ingresso è presente il segnale:

$$x(t) = 4 + 3\,\sin(0.7\,t)\,.$$

SOLUZIONE:

La risposta a regime del sistema all'ingresso $x(t)$ diverge in quanto la funzione di trasferimento $G(s)$ ha un polo nell'origine e perciò l'uscita diverge quando in ingresso è presente un segnale a gradino.


100
80
60
40
20
0
-20
-40
-60
Modulo M [db]
180
90
0
-90
-180
-270
-360
Fase ϕ [gradi]
10^{-1}
10^{0}
10^{1}
10^{2}
10^{3}
Pulsazione ω [rad/s]