Cognome: Nome: N. Matr.: ☐☐☐☐☐☐

Ho seguito il corso con Prof Giarré ☐ Prof. Biagiotti ☐

Controlli Automatici - Parte A

Ingegneria Meccanica e Ingegneria del Veicolo

Compito del 19 giugno 2019 - Quiz

Per ciascuno dei seguenti quesiti (<u>si considerino solo le domande numerate normalmente o che recano il nome del docente con cui si è seguito il corso</u>), segnare con una crocetta le risposte che si ritengono corrette. Alcuni quesiti possono avere più risposte corrette.
I quiz si ritengono superati se vengono individuate almeno metà delle risposte esatte (punti 5.5 su 11), diversamente il compito verrà ritenuto insufficiente a prescindere dal risultato della seconda prova.

1. Il sistema dinamico caratterizzato dalla seguente equazione di stato

$$\begin{cases} \dot{x}_1(t) &= -2\,x_1(t) + 4x_2(t) + 2u(t) \\ \dot{x}_2(t) &= x_1(t)x_2(t) + 4x_2(t) \end{cases}$$

è:
◯ lineare, tempo-invariante ◯ non lineare, tempo-invariante
◯ non lineare, tempo-variante ◯ lineare, tempo-variante

2. Quali di queste caratteristiche di un sistema dinamico del secondo ordine dipendono soltanto dal coefficiente di smorzamento δ?

◯ Picco di risonanza M_R
◯ Massima sovraelongazione percentuale $S\%$
◯ Pulsazione di risonanza ω_R
◯ Tempo di assestamento T_a

3. L'antitrasformata di Laplace del termine $\dfrac{1}{(s+p)^n}$ è:

◯ $\dfrac{t^n e^{-pt}}{n!}$
◯ $\dfrac{t^{n-1} e^{-pt}}{p!(n-1)!}$
◯ $\dfrac{t^{n-1} e^{-pt}}{(n-1)!}$

4. La massima sovraelongazione percentuale $S\%$ del sistema $G(s) = \frac{1}{s^2+4\,s+4}$ in risposta ad un ingresso a gradino è:

◯ $S\% = 0\%$
◯ $S\% = 20\%$
◯ $S\% = 50\%$
◯ $S\% = 100\%$

5. Se il sistema $G(s) = \dfrac{3(s-8)}{s(s+3)(s^2+16)}$ viene alimentato con l'ingresso $x(t) = 2\sin(4t)$ allora per $t \to \infty$, l'uscita y(t) sarà:

◯ 0
◯ ∞
◯ $6.56\sin(4t + 36.2^o)$
◯ -1

6. Se i coefficienti dell'equazione caratteristica di un sistema retroazionato sono tutti positivi allora è possibile affermare che il sistema retroazionato:

   - ◯ è stabile
   - ◯ è instabile
   - ◯ può essere stabile
   - ◯ può essere instabile

7. La funzione di trasferimento $G(s) = \dfrac{Y(s)}{X(s)}$ corrispondente all'equazione differenziale

   $5\ddot{y}(t) + 3\dot{y}(t) = 2\dot{x}(t) + 4x(t)$ è:

   - ◯ $G(s) = \dfrac{5s^2 + 3\,s}{2\,s + 4}$
   - ◯ $G(s) = \dfrac{2\,s + 4}{5s + 3}$
   - ◯ $G(s) = \dfrac{2\,s + 4}{5s^2 + 3\,s}$
   - ◯ $G(s) = \dfrac{2\,s^2 + 4s}{5s + 3}$

8. Quali dei seguenti sistemi sono instabili?

   - ◯ $G(s) = \dfrac{s-3}{(s+3)(s^2+4^2)}$
   - ◯ $G(s) = \dfrac{s-3}{(s+3)(s+4)^2}$
   - ◯ $G(s) = \dfrac{s-3}{(s+3)(s^2+4^2)^2}$
   - ◯ $G(s) = \dfrac{s+3}{s(s^2+4^2)}$

9. La derivata iniziale della risposta al gradino unitario del sistema $G(s) = \dfrac{2s^2 + 10}{s^2 + 25s}$ è pari a:

   - ◯ 0
   - ◯ ∞
   - ◯ 2/5
   - ◯ 2

10. Se la risposta temporale (libera o forzata) di un sistema dinamico contiene, tra gli altri, un termine proporzionale a $t\,e^{5\,t}\cos(2t)$ allora fattorizzando il denominatore di tale sistema ci sarà sicuramente l' elemento

    - ◯ $\left((s-5)^2 + 2^2\right)$
    - ◯ $\left((s-5)^2 + 2^2\right)^2$
    - ◯ $\left((s-5)^2 + 2^2\right)^3$
    - ◯ $\left((s+5)^2 - 2^2\right)^3$

Cognome: Nome: N. Matr.:

Ho seguito il corso con Prof. Giarré ☐ Prof. Biagiotti ☐

Controlli Automatici - Parte A

Ingegneria Meccanica e Ingegneria del Veicolo

Compito del 19 giugno 2019 - Esercizi

Rispondere in maniera analitica ai seguenti quesiti (gli studenti dovranno rispondere ai quesiti contrassegnati solo con lettere o col nome del docente di cui hanno seguito il corso più una lettera). I problemi e le domande a risposta aperta si ritengono superati se vengono conseguiti almeno metà dei punti totali (11 su 22), diversamente il compito verrà ritenuto insufficiente a prescindere dal risultato della prima prova.

a) Determinare la trasformata di Laplace $X_i(s)$ dei seguenti segnali temporali $x_i(t)$:

$$x_1(t) = 5\left(t^3 e^{2t} + \delta(t)\right), \qquad x_2(t) = 4 + 3e^{-t}\sin(2t)$$

Giarré - b) Dato il sistema definito nello spazio degli stati come

$$\begin{cases} \dot{x}(t) &= Ax(t) + Bu(t) \\ y(t) &= Cx(t) + Du(t) \end{cases}$$

con $A = \begin{bmatrix} -2 & -1 \\ 2 & 0 \end{bmatrix}$, $B = \begin{bmatrix} 2 \\ 0 \end{bmatrix}$, $C = \begin{bmatrix} 0.5 & 0 \end{bmatrix}$, $D = \begin{bmatrix} 1 \end{bmatrix}$

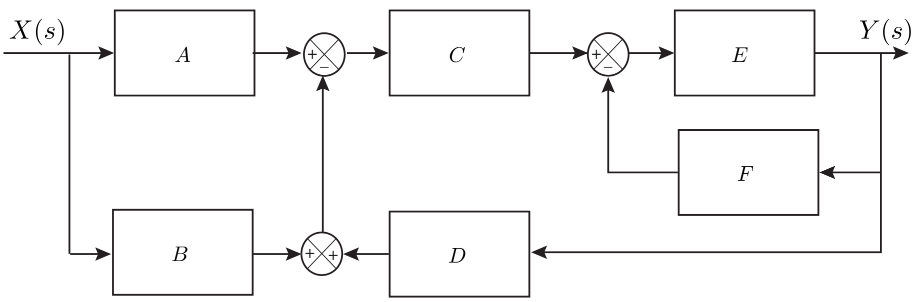
b.1) Determinare la corrispondente funzione di trasferimento $G(s) = \dfrac{Y(s)}{U(s)}$;

b.2) Calcolare analiticamente la risposta all'impulso di $G(s)$.

Biagiotti - b) Calcolare la risposta impulsiva $g_i(t)$ delle seguenti funzioni di trasferimento $G_i(s)$:

$$G_1(s) = \frac{3s^2 + 22s + 16}{s(s+2)(s+4)} \qquad G_2(s) = \frac{s-4}{(s+1)^2(s+3)}$$

c) Dato il seguente schema a blocchi:

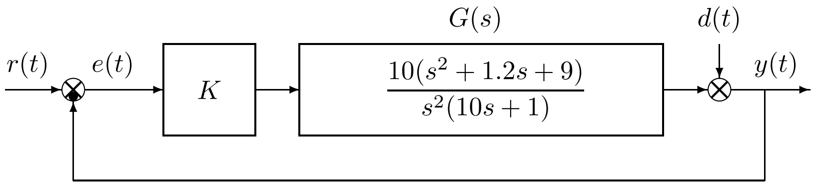


utilizzando la formula di Mason calcolare la funzione di trasferimento $G(s)$ che lega l'ingresso $X(s)$ all'uscita $Y(s)$.

d) Sia data la funzione di trasferimento $G(s) = \dfrac{-20(s-4)}{(1+0.01s)(s+50)(s^2+3.2s+16)}$

Disegnare l'andamento qualitativo della risposta $y(t)$ a un gradino in ingresso di ampiezza 5, $u(t) = 5$. Calcolare il valore a regime y_∞ dell'uscita $y(t)$ del sistema, stimare qualitativamente il tempo di assestamento T_a del sistema e il periodo T_ω dell'eventuale oscillazione smorzata.

e) Sia dato il seguente sistema retroazionato:



e.1) Determinare per quali valori del parametro K il sistema retroazionato è asintoticamente stabile.

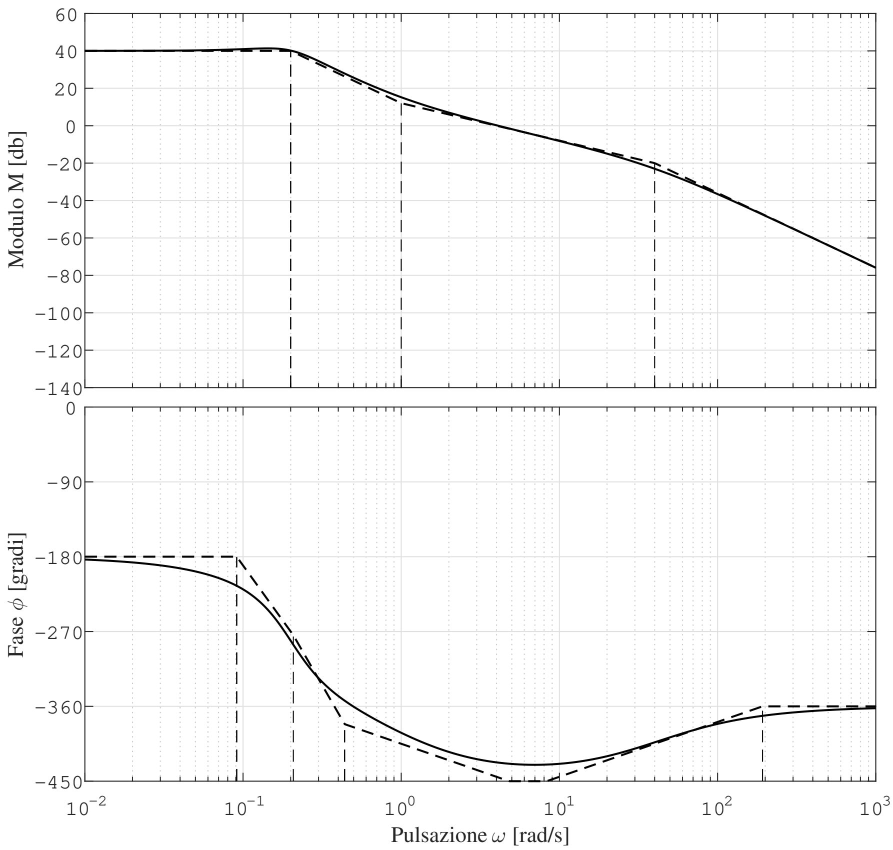
e.2) Posto $K = 10$, calcolare l'errore a regime $e(\infty)$ quando sul sistema retroazionato agiscono contemporaneamente il segnale $r(t) = 5t + 2\cos t$ e il disturbo $d(t) = 0$.

e.3) Tracciare (nello schema fornito in allegato) i diagrammi asintotici di Bode delle ampiezze e delle fasi della funzione $G(s)$.

Biagiotti - e.4) Tracciare qualitativamente il luogo delle radici del sistema retroazionato per valori positivi del parametro K. Determinare esattamente gli asintoti, il centro degli asintoti, le intersezioni con l'asse immaginario e i corrispondenti valori del guadagno K.

Giarré - e.4) Disegnare qualitativamente il diagramma di Nyquist della funzione di risposta armonica $G(j\omega)$ per valori positivi della pulsazione. Calcolare esattamente la posizione σ_0 di un eventuale asintoto, le eventuali intersezioni con l'asse reale e i corrispondenti valori delle pulsazioni.

f) Si faccia riferimento al diagrammi di Bode delle ampiezze e delle fasi della funzione $G(s)$ mostrati in figura.

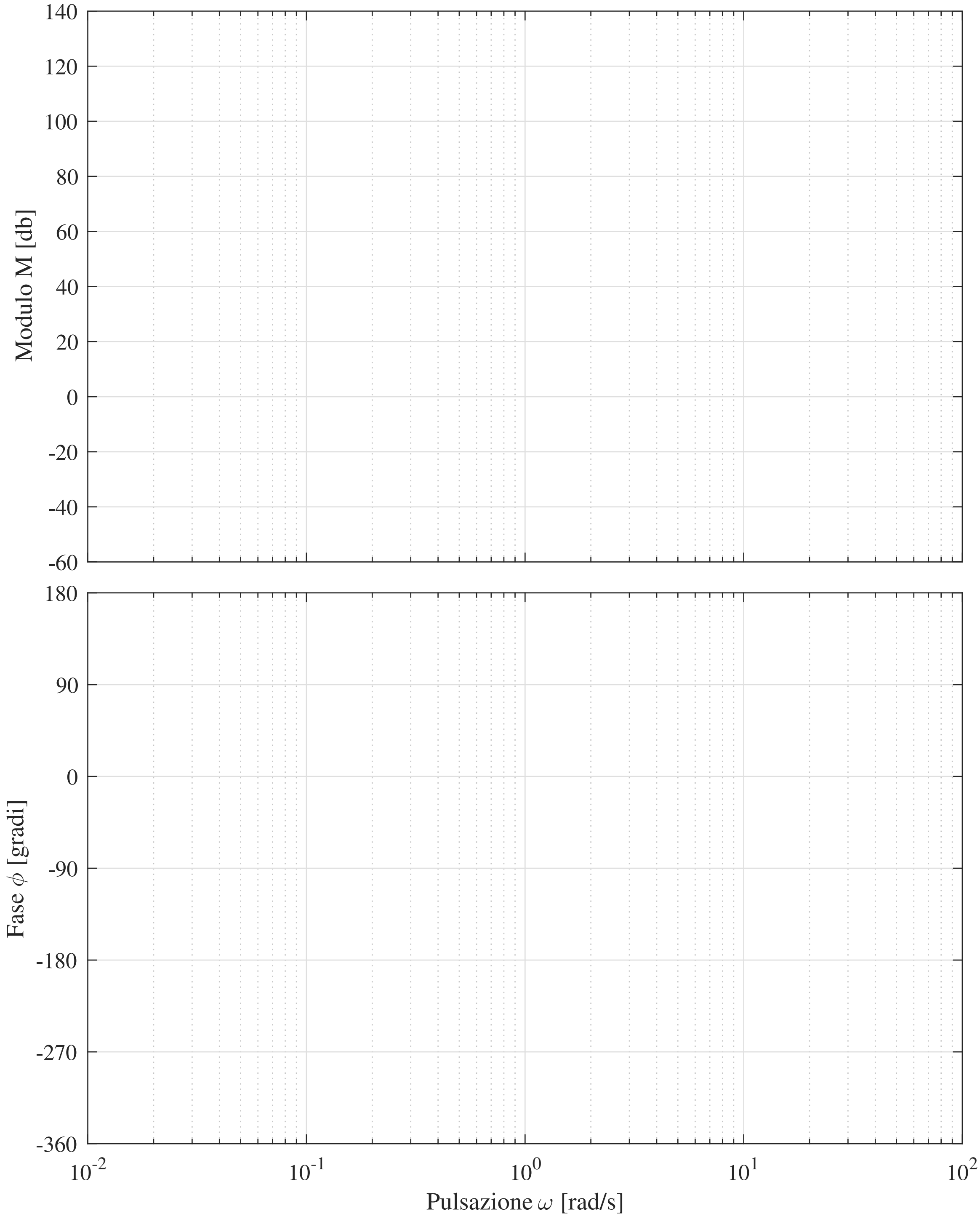


f.1) Si richiede di ricavare l'espressione analitica della funzione $G(s)$.

f.2) Valutare in maniera approssimata la risposta a regime $y_\infty(t)$ del sistema $G(s)$ quando in ingresso è presente il segnale:

$$x(t) = 4 + 3\,\sin(0.7\,t)\,.$$

Cognome: Nome: N. Matr.:



Cognome: Nome: N. Matr.: ☐☐☐☐☐☐

Ho seguito il corso con Prof Giarré ☐ Prof. Biagiotti ☐

Controlli Automatici - Parte A

Ingegneria Meccanica e Ingegneria del Veicolo

Compito del 19 giugno 2019 - Quiz

Per ciascuno dei seguenti quesiti (si considerino solo le domande numerate normalmente o che recano il nome del docente con cui si è seguito il corso), segnare con una crocetta le risposte che si ritengono corrette. Alcuni quesiti possono avere più risposte corrette.
I quiz si ritengono superati se vengono individuate almeno metà delle risposte esatte (punti 5.5 su 11), diversamente il compito verrà ritenuto insufficiente a prescindere dal risultato della seconda prova.

1. Il sistema dinamico caratterizzato dalla seguente equazione di stato

$$\begin{cases} \dot{x}_1(t) &= -2\,x_1(t) + 4x_2(t) + 2u(t) \\ \dot{x}_2(t) &= x_1(t)x_2(t) + 4x_2(t) \end{cases}$$

è:

○ lineare, tempo-invariante ⊗ non lineare, tempo-invariante
○ non lineare, tempo-variante ○ lineare, tempo-variante

2. Quali di queste caratteristiche di un sistema dinamico del secondo ordine dipendono soltanto dal coefficiente di smorzamento δ?

⊗ Picco di risonanza M_R
⊗ Massima sovraelongazione percentuale $S\%$
○ Pulsazione di risonanza ω_R
○ Tempo di assestamento T_a

3. L'antitrasformata di Laplace del termine $\dfrac{1}{(s+p)^n}$ è:

○ $\dfrac{t^n e^{-pt}}{n!}$
○ $\dfrac{t^{n-1} e^{-pt}}{p!(n-1)!}$
⊗ $\dfrac{t^{n-1} e^{-pt}}{(n-1)!}$

4. La massima sovraelongazione percentuale $S\%$ del sistema $G(s) = \frac{1}{s^2+4\,s+4}$ in risposta ad un ingresso a gradino è:

⊗ $S\% = 0\%$
○ $S\% = 20\%$
○ $S\% = 50\%$
○ $S\% = 100\%$

5. Se il sistema $G(s) = \dfrac{3(s-8)}{s(s+3)(s^2+16)}$ viene alimentato con l'ingresso $x(t) = 2\sin(4t)$ allora per $t \to \infty$, l'uscita y(t) sarà:

○ 0
⊗ ∞
○ $6.56\sin(4t + 36.2^o)$
○ -1

6. Se i coefficienti dell'equazione caratteristica di un sistema retroazionato sono tutti positivi allora è possibile affermare che il sistema retroazionato:

   ○ è stabile
   ○ è instabile
   ⊗ può essere stabile
   ⊗ può essere instabile

7. La funzione di trasferimento $G(s) = \dfrac{Y(s)}{X(s)}$ corrispondente all'equazione differenziale

   $5\ddot{y}(t) + 3\dot{y}(t) = 2\dot{x}(t) + 4x(t)$ è:

   ○ $G(s) = \dfrac{5s^2 + 3\,s}{2\,s + 4}$
   ○ $G(s) = \dfrac{2\,s + 4}{5s + 3}$
   ⊗ $G(s) = \dfrac{2\,s + 4}{5s^2 + 3\,s}$
   ○ $G(s) = \dfrac{2\,s^2 + 4s}{5s + 3}$

8. Quali dei seguenti sistemi sono instabili?

   ○ $G(s) = \dfrac{s-3}{(s+3)(s^2+4^2)}$
   ○ $G(s) = \dfrac{s-3}{(s+3)(s+4)^2}$
   ⊗ $G(s) = \dfrac{s-3}{(s+3)(s^2+4^2)^2}$
   ○ $G(s) = \dfrac{s+3}{s(s^2+4^2)}$

9. La derivata iniziale della risposta al gradino unitario del sistema $G(s) = \dfrac{2s^2 + 10}{s^2 + 25s}$ è pari a:

   ○ 0
   ⊗ ∞
   ○ 2/5
   ○ 2

10. Se la risposta temporale (libera o forzata) di un sistema dinamico contiene, tra gli altri, un termine proporzionale a $t\,e^{5\,t}\cos(2t)$ allora fattorizzando il denominatore di tale sistema ci sarà sicuramente l' elemento

   ○ $\left((s-5)^2 + 2^2\right)$
   ⊗ $\left((s-5)^2 + 2^2\right)^2$
   ○ $\left((s-5)^2 + 2^2\right)^3$
   ○ $\left((s+5)^2 - 2^2\right)^3$

Cognome: Nome: N. Matr.: ☐☐☐☐☐☐

Ho seguito il corso con Prof. Giarré ☐ Prof. Biagiotti ☐

Controlli Automatici - Parte A

Ingegneria Meccanica e Ingegneria del Veicolo

Compito del 19 giugno 2019 - Esercizi

Rispondere in maniera analitica ai seguenti quesiti (gli studenti dovranno rispondere ai quesiti contrassegnati solo con lettere o col nome del docente di cui hanno seguito il corso più una lettera). I problemi e le domande a risposta aperta si ritengono superati se vengono conseguiti almeno metà dei punti totali (11 su 22), diversamente il compito verrà ritenuto insufficiente a prescindere dal risultato della prima prova.

a) Determinare la trasformata di Laplace $X_i(s)$ dei seguenti segnali temporali $x_i(t)$:

$$x_1(t) = 5\left(t^3 e^{2t} + \delta(t)\right), \qquad x_2(t) = 4 + 3e^{-t}\sin(2t)$$

SOLUZIONE:

$$X_1(s) = 5\frac{6}{(s-2)^4} + 5, \qquad X_2(s) = \frac{4}{s} + 3\frac{2}{(s+1)^2+2^2}$$

Giarré - b) Dato il sistema definito nello spazio degli stati come

$$\begin{cases} \dot{x}(t) &= Ax(t) + Bu(t) \\ y(t) &= Cx(t) + Du(t) \end{cases}$$

con $A = \begin{bmatrix} -2 & -1 \\ 2 & 0 \end{bmatrix}$, $B = \begin{bmatrix} 2 \\ 0 \end{bmatrix}$, $C = \begin{bmatrix} 0.5 & 0 \end{bmatrix}$, $D = \begin{bmatrix} 1 \end{bmatrix}$

b.1) Determinare la corrispondente funzione di trasferimento $G(s) = \dfrac{Y(s)}{U(s)}$;

SOLUZIONE:
Calcolando $G(s) = C\,(sI_2 - A)^{-1}\,B + D$ si ottiene

$$G(s) = \frac{s^2+3s+2}{s^2+3s+3}$$

---

b.2) Calcolare analiticamente la risposta all'impulso di $G(s)$.

SOLUZIONE:
La risposta all'impulso di $G(s)$ ovvero la sua antitrasformata di Laplace puó essere ottenuta scomponendo $G(s)$ come

$$G(s) = 1 + \frac{0.5+0.5j}{s+1-j} + \frac{0.5-0.5j}{s+1+j}$$

dove la costante 1 dipende dal fatto che la funzione di trasferimento $G(s)$ ha grado relativo nullo. Antitrasfromando, e sfruttando le formule di Elero per evitare di avere costanti complesse, si ottiene

$$g(t) = \delta(t) + 2\sqrt{0.5}\,e^{-t}\cos(t + 0.7854\text{rad})$$

Biagiotti - b) Calcolare la risposta impulsiva $g_i(t)$ delle seguenti funzioni di trasferimento $G_i(s)$:

$$G_1(s) = \frac{3s^2+22s+16}{s(s+2)(s+4)} \qquad G_2(s) = \frac{s-4}{(s+1)^2(s+3)}$$

SOLUZIONE:
La funzione $G_1(s)$ può essere riscritta come

$$G_1(s) = \frac{2}{s} + \frac{4}{s+2} - \frac{3}{s+4}$$

pertanto la sua risposta impulsiva risulta

$$g_1(t) = 2 + 4e^{-2t} - 3e^{-4t}.$$

La funzione $G_2(s)$ può essere riscritta come

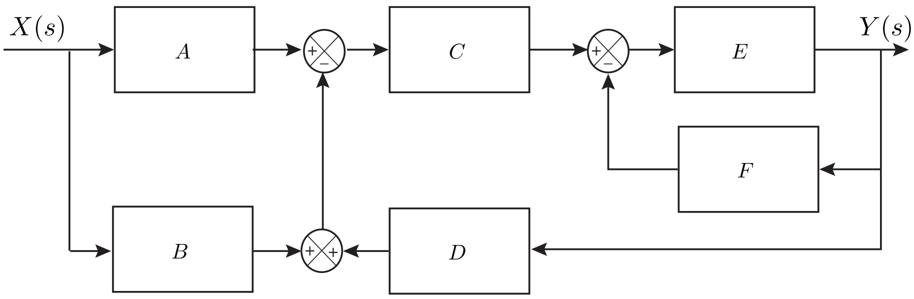
$$G_2(s) = -\frac{5}{2(s+1)^2} + \frac{7}{4(s+1)} - \frac{7}{4(s+3)}$$

pertanto la sua risposta impulsiva risulta

$$g_2(t) = -\frac{5}{2}te^{-t} + \frac{7}{4}e^{-t} - \frac{7}{4}e^{-3t}$$

---

c) Dato il seguente schema a blocchi:



utilizzando la formula di Mason calcolare la funzione di trasferimento $G(s)$ che lega l'ingresso $X(s)$ all'uscita $Y(s)$.

SOLUZIONE:

$$G(s) = \frac{Y(s)}{X(s)} = \frac{ACE - BCE}{1 + EF + CDE}$$

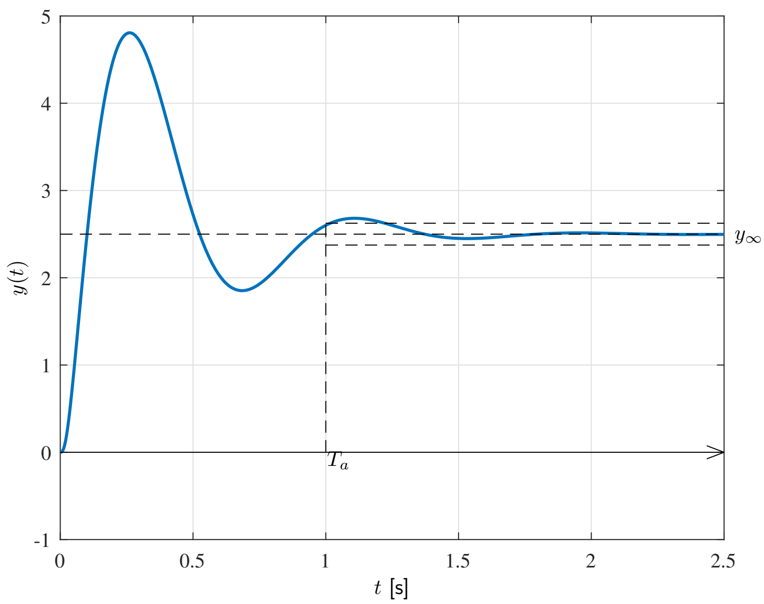
---

d) Sia data la funzione di trasferimento $G(s) = \dfrac{-20(s-4)}{(1+0.01s)(s+50)(s^2+3.2s+16)}$

Disegnare l'andamento qualitativo della risposta $y(t)$ a un gradino in ingresso di ampiezza 5, $u(t) = 5$. Calcolare il valore a regime y_∞ dell'uscita $y(t)$ del sistema, stimare qualitativamente il tempo di assestamento T_a del sistema e il periodo T_ω dell'eventuale oscillazione smorzata.

SOLUZIONE:

Il sistema ha due poli complessi coniugati dominanti $p = \sigma \pm j\omega = -1.6 \pm j3.666$ pertanto la risposta al gradino sarà di tipo oscillatorio smorzato, come mostrato in figura.



Il valore a regime dell'uscita per un gradino in ingresso di ampiezza $A = 5$ risulta

$$y_\infty = A\,G(0) = 5 \cdot (0.1) = 0.5.$$

Il tempo di assestamento T_a è

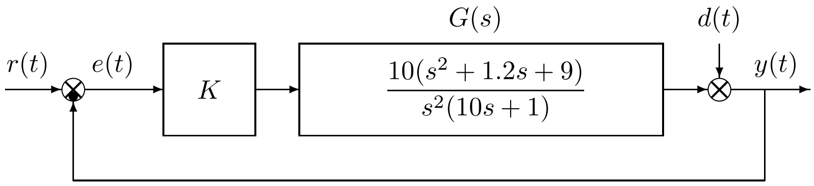
$$T_a = \frac{3}{|\sigma|} = \frac{3}{1.6} = 1.8750 \text{ s},$$

e il periodo dell'oscillazioni è

$$T_\omega = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{2\pi}{3.666} = 1.7139 \text{ s}$$

La presenza di uno zero reale positivo (con valore simile a $|\sigma|$) causa la sotto-elongazione iniziale evidenziata in figura.

e) Sia dato il seguente sistema retroazionato:



e.1) Determinare per quali valori del parametro K il sistema retroazionato è asintoticamente stabile.

SOLUZIONE:

L'equazione caratteristica del sistema retroazionato è

$$1 + K\frac{10(s^2+1.2s+9)}{s^2(10s+1)} = 0 \qquad \rightarrow \qquad 10s^3 + (10K+1)s^2 + 12Ks + 90K = 0$$

La corrispondente tabella di Routh è la seguente

$$\begin{array}{c|cc l}
3 & 10 & 12K & \\
2 & 10K+1 & 90K & \rightarrow \;\; K > -0.1 \\
1 & 24K(5K-37) & & \rightarrow \;\; K < 0 \cup K > 7.4 \\
0 & 90K & & \rightarrow \;\; K > 0
\end{array}$$

Quindi il sistema retroazionato è asintoticamente stabile per:

$$K > 7.4 = K^\star$$

La pulsazione $\omega^\star$ corrispondente al valore limite $K^\star$ è:

$$\omega^\star = \sqrt{\frac{12K^\star}{10}} = 2.98 \text{ rad/s}$$

e.2) Posto $K = 10$, calcolare l'errore a regime $e(\infty)$ quando sul sistema retroazionato agiscono contemporaneamente il segnale $r(t) = 5t + 2\cos t$ e il disturbo $d(t) = 0$.

SOLUZIONE:

Dato che il sistema è lineare e soggetto quindi alla sovrapposizione degli effetti, l'errore $E(s)$, espresso mediante la trasformata di Laplace, risulterà:

$$E(s) = E_r(s) + E_d(s)$$

dove $E_r(s)$ è l'errore dovuto al riferimento mentre $E_d(s)$ è l'errore dovuto al disturbo. Essendo il disturbo nullo, il contributo di questo sull'errore sarà nullo. Si consideri il segnale di riferimento espresso come $r(t) = r_1(t) + r_2(t)$ dove $r_1(t) = 5t$ e $r_2(t) = 2\cos t$. L'errore $e_r(\infty)$ dovuto al riferimento può essere quindi espresso come $e_r(\infty) = e_{r1}(\infty) + e_{r2}(\infty)$ dove $e_{r1}(\infty)$ è il contributo dato dal segnale $r_1(t)$ e $e_{r2}(\infty)$ è il contributo dato dal segnale $r_2(t)$.
Dato che il sistema considerato è di tipo 2 e il segnale $r_1(t)$ è a rampa, allora $e_{r1}(\infty) = 0$. Essendo $r_2(t)$ un segnale sinusoidale, per trovarne la risposta a regime si sfrutta il concetto di risposta armonica, per cui $e_{r2}(\infty) = 2|F_r(j1)|\cos(t + \arg\{F_r(j1)\})$ dove F_r è la funzione di trasferimento tra l'ingresso $r(t)$ e l'uscita $e(t)$:

$$F_r(s) = \frac{1}{1+KG(s)} = \frac{s^3 + 0.1s^2}{s^3 + 10.1s^2 + 12s + 90}$$

Si ha $|F_r(j1)| = 0.0125$ e $\arg\{F_r(j1)\} \simeq 256^o$. In conclusione

$$e(\infty) = e_{r2}(\infty) = 0.025\cos(t + 256^o)$$

e.3) Tracciare (nello schema fornito in allegato) i diagrammi asintotici di Bode delle ampiezze e delle fasi della funzione $G(s)$.

SOLUZIONE:

Vedi figura in fondo.

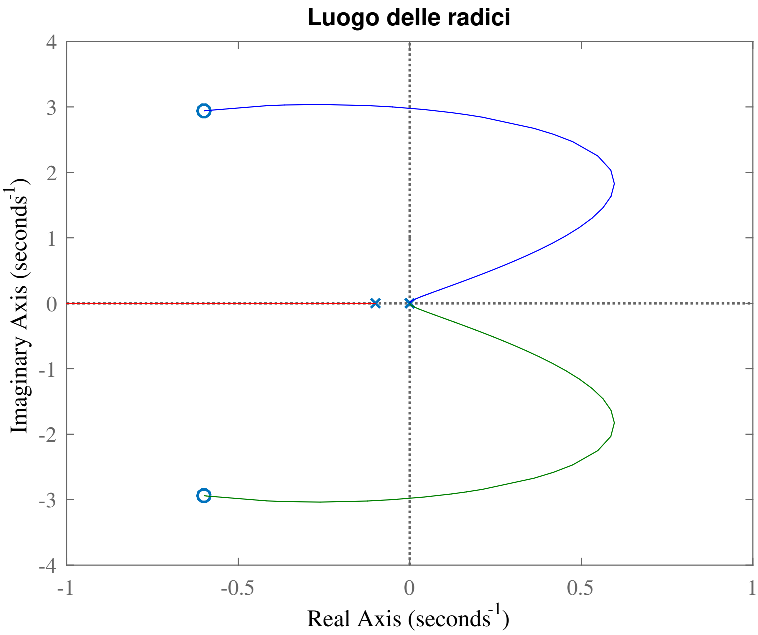
Biagiotti - e.4) Tracciare qualitativamente il luogo delle radici del sistema retroazionato per valori positivi del parametro K. Determinare esattamente gli asintoti, il centro degli asintoti, le intersezioni con l'asse immaginario e i corrispondenti valori del guadagno K.

SOLUZIONE:

Essendo 1 il grado relativo del sistema, esiste 1 asintoto, appartenente all'asse reale, con centro di ascissa

$$\sigma_a = \frac{1}{1}(-0.1 + 1.2) = 1.1$$

Il luogo delle radici finale è riportato nella seguente figura.

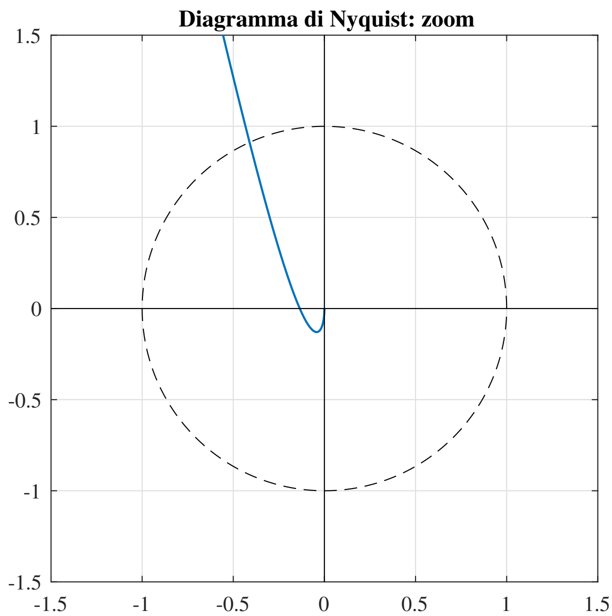


Dall'analisi svolta mediante il criterio di Routh, risulta che il luogo delle radici attraversa l'asse immaginario in corrispondenza di $\pm j\omega^\star = \pm j2.98$ per $K = K^\star = 7.4$.

Giarré - e.4) Disegnare qualitativamente il diagramma di Nyquist della funzione di risposta armonica $G(j\omega)$ per valori positivi della pulsazione. Calcolare esattamente la posizione σ_0 di un eventuale asintoto, le eventuali intersezioni con l'asse reale e i corrispondenti valori delle pulsazioni.

SOLUZIONE:

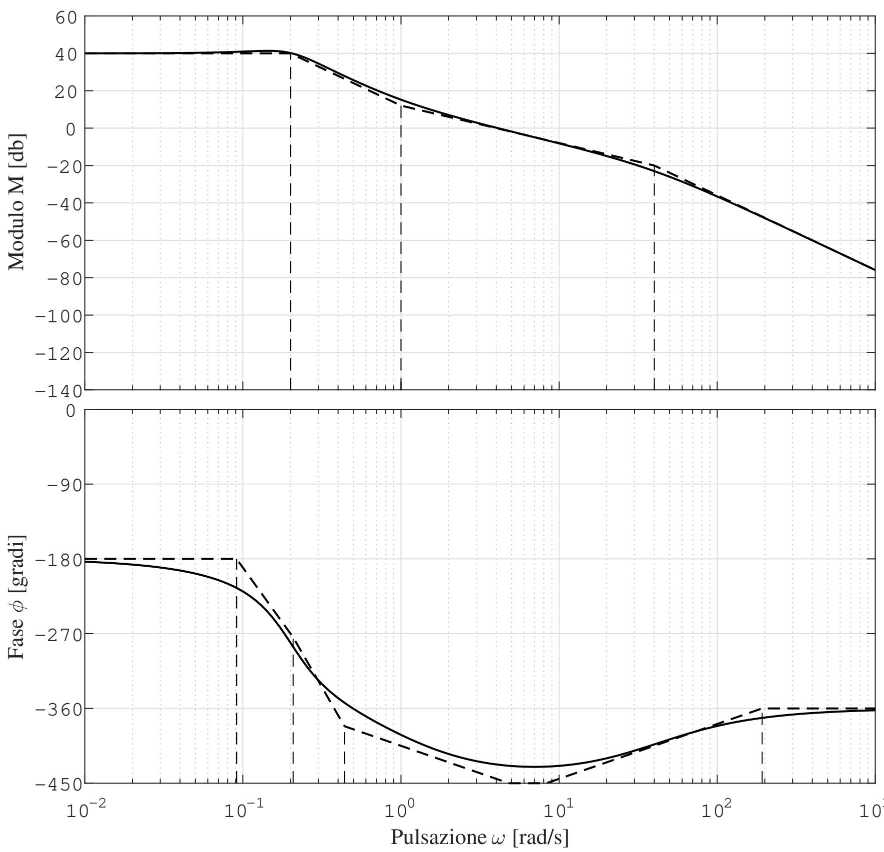
Il diagramma di Nyquist della funzione $G(s)$ è riportato in figura.



La funzione approssimante per $\omega \to 0$ è
$$G_0(s) = \frac{90}{s^2}$$
pertanto il diagramma parte all'infinito con fase iniziale $\varphi_0 = -\pi$.
La funzione approssimante per $\omega \to \infty$ è
$$G_\infty(s) = \frac{1}{s}$$
e quindi il diagramma giunge nell'origine con fase finale $\varphi_\infty = -\frac{\pi}{2}$.
Il parametro Δ_τ vale
$$\Delta_\tau = \frac{1.2}{9} - 10 = -9.87 < 0$$
pertanto il diagramma parte in ritardo rispetto alla fase iniziale φ_0.
Il sistema è di tipo 2 pertanto non esistono asintoti.
Il parametro Δ_p vale
$$\Delta_p = -1.2 + \frac{1}{10} = -1.1 < 0$$
pertanto il diagramma arriva in ritardo rispetto alla fase finale φ_∞.
Lo sfasamento complessivo è
$$\Delta\varphi = \pi - \frac{\pi}{2} = +\frac{\pi}{2}$$
Esiste un'unica intersezione con l'asse reale che, in virtù dell'analisi svolta con Routh al primo punto, risulta all'ascissa
$$\sigma^* = -1/K^\star = -1/7.4 = -0.14$$
La corrispondente pulsazione è $\omega^\star = 2.98$.

---

f) Si faccia riferimento al diagrammi di Bode delle ampiezze e delle fasi della funzione $G(s)$ mostrati in figura.



f.1) Si richiede di ricavare l'espressione analitica della funzione $G(s)$.

SOLUZIONE:

$$G(s) = \frac{-160(s-1)}{(s-40)(s^2+0.2s+0.04)} = \frac{-100(-1s+1)}{(-0.025s+1)(25s^2+5s+1)}$$

Il sistema non presenta poli nell'origine avendo pendenza iniziale nulla. Per cui è sufficiente ricavare il guadagno statico. Dal modulo della $G(j\omega)$ per basse frequenze si ricava immediatamente che

$$|G_0(0)| = 40 \text{ db} = 100$$

mentre dallo sfasamento iniziale pari a -180^o si deduce che il segno dovrà essere negativo. Conseguentemente $\mu = -100$.
In corrispondenza di $\omega = 0.2$ rad/s è presente una coppia di poli complessi coniugati stabili (essendo lo sfasamento -180^o) con $\omega_n = 0.2$ e $\delta = 0.5$ (dal momento che il grafico reale interseca quello asintotico in corrispondenza del punto di rottura in 0.2). In $\omega = 1$ rad/s e $\omega = 40$ rad/s sono presenti rispettivamente uno zero e un polo reale, entrambi a parte reale positiva.

f.2) Valutare in maniera approssimata la risposta a regime $y_\infty(t)$ del sistema $G(s)$ quando in ingresso è presente il segnale:

$$x(t) = 4 + 3\,\sin(0.7\,t)\,.$$

SOLUZIONE:
Essendo il sistema instabile (dal momento che è presente un polo a parte reale positiva) la risposta a regime a un qualunque ingresso (anche limitato) diverge, per cui $y_\infty(t) = \infty$.

Cognome: Nome: N. Matr.: