Cognome: Nome: N. Matr.: ☐☐☐☐☐☐

Ho seguito il corso con Prof Giarré ☐ Prof. Biagiotti ☐

Controlli Automatici - Parte A

Ingegneria Meccanica e Ingegneria del Veicolo

Compito del 9 gennaio 2019 - Quiz

Per ciascuno dei seguenti quesiti (<u>si considerino solo le domande numerate normalmente o che recano il nome del docente con cui si è seguito il corso</u>), segnare con una crocetta le risposte che si ritengono corrette. Alcuni quesiti possono avere più risposte corrette.
I quiz si ritengono superati se vengono individuate almeno metà delle risposte esatte (punti 5.5 su 11), diversamente il compito verrà ritenuto insufficiente a prescindere dal risultato della seconda prova.

1. Il sistema dinamico caratterizzato dal modello ingresso-stato-uscita

$$\begin{cases} \dot{x}_1 &= -2t\,x_1 + 4x_2 + 2u^2 \\ \dot{x}_2 &= x_2 \\ y &= \cos(t)x_2 \end{cases}$$

è:
◯ lineare, tempo-invariante ◯ non lineare, tempo-invariante
◯ non lineare, tempo-variante ◯ lineare, tempo-variante

2. Quali dei seguenti sistemi sono instabili?

◯ $G(s) = \dfrac{s+2}{(s+3)(s^2-16)}$ ◯ $G(s) = \dfrac{s-2}{(3s+1)(s+4)^2}$

◯ $G(s) = \dfrac{s+2}{(s^2+16)(s+3)}$ ◯ $G(s) = \dfrac{s+2}{(s^2+16)^2(s+4)}$

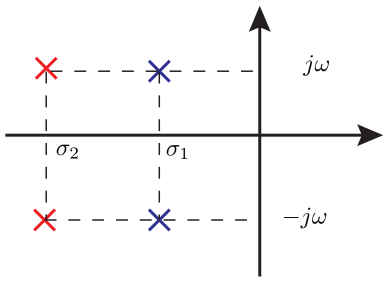
3. Siano date due funzioni di trasferimento del secondo ordine $G_i(s) = \dfrac{1}{(s-\sigma_i)^2+\omega^2}$, $i = 1, 2$ con i poli disposti come in figura. Nella risposta al gradino

◯ i sistemi $G_1(s)$ e $G_2(s)$ sono caratterizzati dallo stesso sorpasso percentuale

◯ i sistemi $G_1(s)$ e $G_2(s)$ sono caratterizzati dallo stesso periodo delle oscillazioni

◯ il sistema $G_1(s)$ presenta una minore sovraelongazione rispetto a $G_2(s)$

◯ il sistema $G_2(s)$ presenta un tempo di assestamento minore rispetto a $G_1(s)$



4. L'evoluzione libera del sistema $\ddot{y}(t) + 9y(t) = 0$, partendo dalle condizioni iniziali $y(0) = 0$ e $\dot{y}(0) = 3$, è:

◯ $y(t) = 3e^{-9t}$

◯ $y(t) = 3te^{-9t}$

◯ $y(t) = \sin(3t)$

◯ $y(t) = 3\cos(3t)$

5. La funzione di risposta armonica di un sistema lineare $G(s)$ può essere determinata sperimentalmente

◯ solo se $G(s)$ è a fase minima

◯ se $G(s)$ è semplicemente stabile

◯ se $G(s)$ è asintoticamente stabile

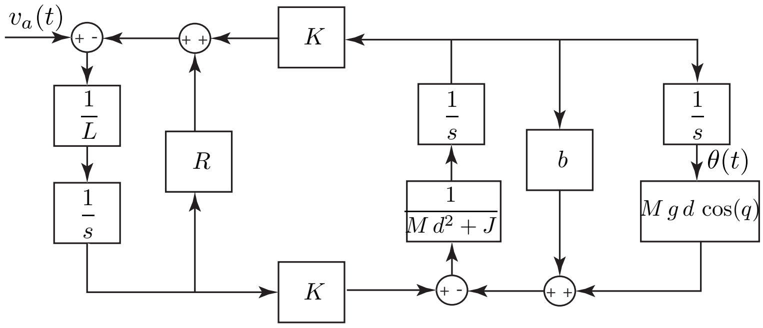
◯ anche se il sistema è instabile

6. (**Giarré**) Per l'applicazione del criterio di Nyquist a un sistema in retroazione:

   ◯ non occorre alcuna informazione sulla stabilità ad anello aperto
   ◯ occorre sapere se il sistema ad anello aperto è stabile o instabile
   ◯ occorre conoscere il numero dei poli a parte reale positiva
   ◯ occorre conoscere il numero degli zeri a parte reale positiva

7. (**Biagiotti**) Dato lo schema a blocchi (modello POG) di un pendolo inverso rigidamente collegato a un motore in corrente continua riportato in figura, quale sarà l'ordine del sistema considerando l'ingresso $v_a(t)$ e l'uscita $\theta(t)$?

   ◯ 1
   ◯ 2
   ◯ 3
   ◯ 4



8. Il valore iniziale della risposta all'impulso $g(t)$ del sistema $G(s) = \dfrac{2s^2+9}{(s+3)(2s+1)(-s+1)}$ vale:

   ◯ $g(0) = 0$
   ◯ $g(0) = -1$
   ◯ $g(0) = 3$
   ◯ non può essere calcolato perchè $G(s)$ è instabile

9. Considerando l'ingresso $\bar{u} = 1$ e lo stato di equilibrio $\bar{x} = 1$, il sistema

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = x^3(t) - x(t)u(t) \\ y = \frac{1}{2\pi}\sin(2\pi x(t)) + u^2(t) \end{cases}$$

   può essere linearizzato come:

   ◯ $\begin{cases} \delta\dot{x}(t) = 2\,\delta x(t) - \delta u(t) \\ y = \delta x(t) + 2\,\delta u(t) \end{cases}$
   ◯ $\begin{cases} \delta\dot{x}(t) = 3\,\delta x(t) - 2\delta u(t) \\ y = \delta x(t) + 2\,\delta u(t) \end{cases}$
   ◯ $\begin{cases} \delta\dot{x}(t) = 2\,\delta x(t) + \delta u(t) \\ y = \delta x(t) - 2\,\delta u(t) \end{cases}$
   ◯ $\begin{cases} \delta\dot{x}(t) = 3\,\delta x(t) + 2\delta u(t) \\ y = \delta x(t) - 2\,\delta u(t) \end{cases}$

10. Se un sistema ha due poli complessi coniugati $p = -2 \pm j3$ di molteplicità 3, allora la sua risposta temporale (libera o forzata che sia) sarà sicuramente caratterizzata da un termine

   ◯ $y(t) \propto e^{-2\,t}\cos(3t)$
   ◯ $y(t) \propto t\,e^{-2\,t}\cos(3t)$
   ◯ $y(t) \propto t^2\,e^{-2\,t}\cos(3t)$
   ◯ $y(t) \propto t^3\,e^{-2\,t}\cos(3t)$

11. Dato il diagramma di Bode delle ampiezze di $G(j\omega)$, da esso si può dedurre il diagramma delle fasi

   ◯ solo se il diagramma di Bode presenta pendenze negative o nulle
   ◯ solo se il sistema $G(s)$ ha tutti i poli a parte reale negativa
   ◯ solo se il sistema $G(s)$ ha tutti i poli e tutti gli zeri a parte reale negativa
   ◯ solo se il sistema $G(s)$ è a fase minima

Cognome: Nome: N. Matr.: □□□□□□

Ho seguito il corso con Prof. Giarré □ Prof. Biagiotti □

Controlli Automatici - Parte A

Ingegneria Meccanica e Ingegneria del Veicolo

Compito del 9 gennaio 2019 - Esercizi

Rispondere in maniera analitica ai seguenti quesiti (gli studenti dovranno rispondere ai quesiti contrassegnati solo con lettere o col nome del docente di cui hanno seguito il corso più una lettera). I problemi e le domande a risposta aperta si ritengono superati se vengono conseguiti almeno metà dei punti totali (11 su 22), diversamente il compito verrà ritenuto insufficiente a prescindere dal risultato della prima prova.

a) Determinare la trasformata di Laplace $X_i(s)$ dei seguenti segnali temporali $x_i(t)$:

$$x_1(t) = \frac{d}{dt}\left(1 - te^{-3\,t+3}\right), \qquad x_2(t) = e^{-2\,t}\left(\cos(5t) + \sin(5t)\right),$$

dove $\frac{d}{dt}$ indica l'operazione di derivazione rispetto al tempo.

Giarré - b) Dato il sistema definito nello spazio degli stati come

$$\begin{cases} \dot{x}(t) &= Ax(t) + Bu(t) \\ y(t) &= Cx(t) + Du(t) \end{cases}$$

con $A = \begin{bmatrix} 4 & 1 \\ -4 & 0 \end{bmatrix}$, $B = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix}$, $C = \begin{bmatrix} 0.5 & 0 \end{bmatrix}$, $D = \begin{bmatrix} 1 \end{bmatrix}$

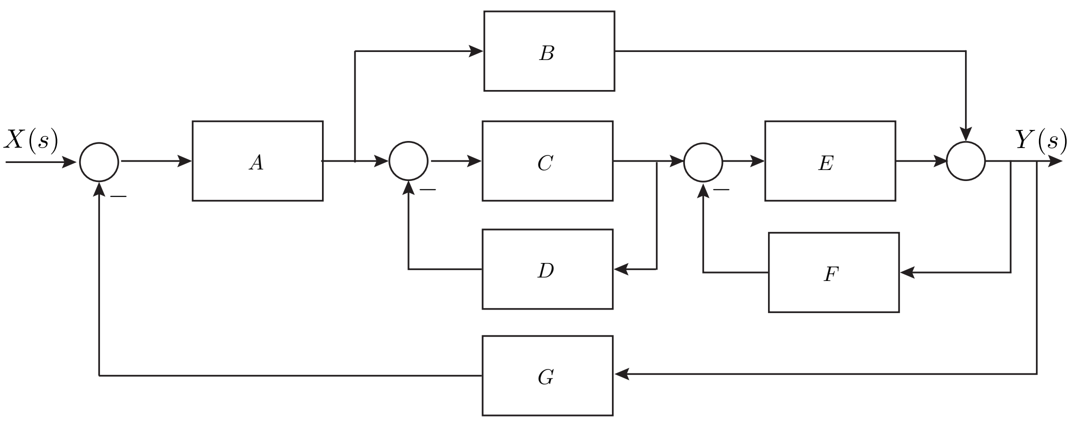
b.1) Determinare la corrispondente funzione di trasferimento $G(s) = \dfrac{Y(s)}{U(s)}$;

b.2) Calcolare analiticamente la risposta all'impulso di $G(s)$.

Biagiotti - b) Calcolare la risposta impulsiva $g_i(t)$ delle seguenti funzioni di trasferimento $G_i(s)$:

$$G_1(s) = \frac{3s^3 + 5s^2 - 21s - 15}{s^3 + 2s^2 - 15s}, \qquad G_2(s) = \frac{3s^2 + 10s + 5}{(s+2)^2\,(s+1)\,(s+3)}$$

c) Dato il seguente schema a blocchi:

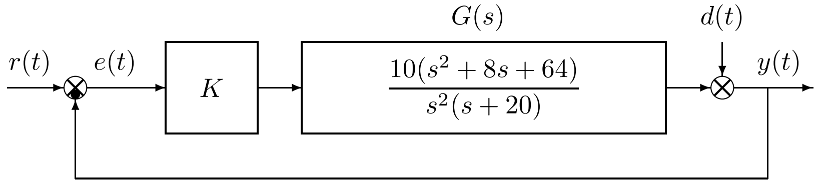


utilizzando la formula di Mason calcolare la funzione di trasferimento $G(s)$ che lega l'ingresso $X(s)$ all'uscita $Y(s)$.

d) Sia data la funzione di trasferimento $G(s) = \dfrac{800(0.025s + 1)(s + 2.1)}{(0.5s + 1)(s^2 + 56s + 900)(s^2 + 6s + 109)}$

Disegnare l'andamento qualitativo della risposta $y(t)$ a un gradino in ingresso di ampiezza 5, $u(t) = 5$. Calcolare il valore a regime y_∞ dell'uscita $y(t)$ del sistema, stimare qualitativamente il tempo di assestamento T_a del sistema e il periodo T_ω dell'eventuale oscillazione smorzata.

e) Sia dato il seguente sistema retroazionato:



e.1) Determinare per quali valori del parametro K il sistema retroazionato è asintoticamente stabile.

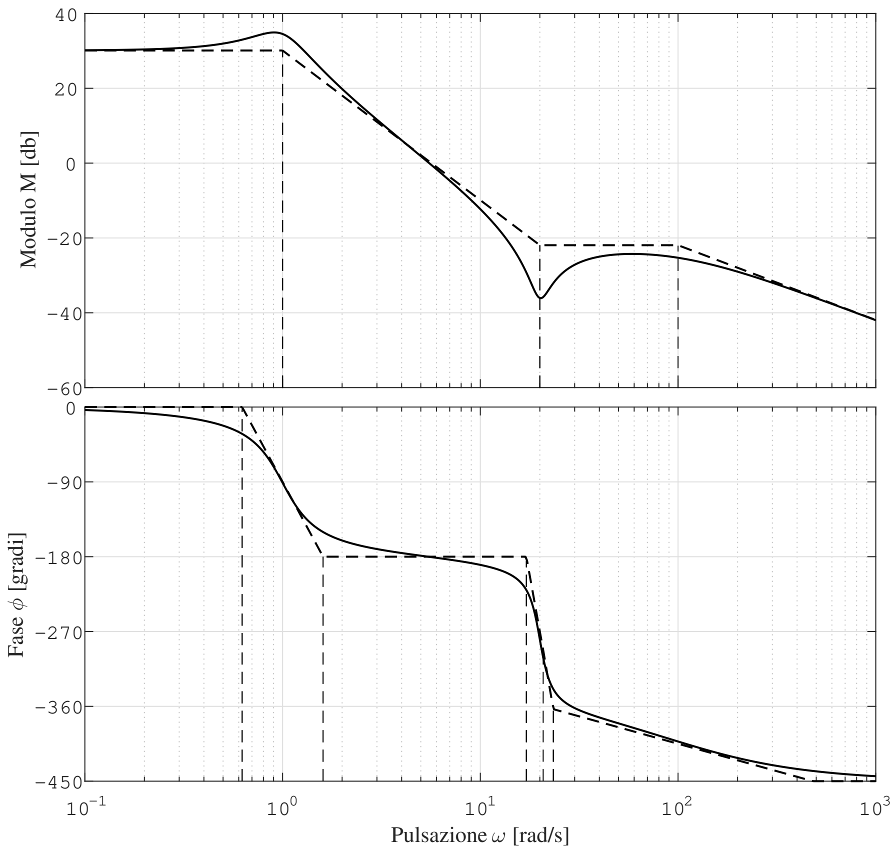
e.2) Posto $K = 10$, calcolare l'errore a regime e_∞ quando sul sistema retroazionato agiscono contemporaneamente il segnale di riferimento $r(t) = 6t$ e il disturbo $d(t) = 2 + 3\sin(5t)$

e.3) Tracciare (nello schema fornito in allegato) i diagrammi asintotici di Bode delle ampiezze e delle fasi della funzione $G(s)$.

Biagiotti - e.4) Tracciare qualitativamente il luogo delle radici del sistema retroazionato sia per valori positivi che per valori negativi del parametro K. Determinare esattamente gli asintoti, il centro degli asintoti, le intersezioni con l'asse immaginario e i corrispondenti valori del guadagno K.

Giarré - e.4) Disegnare qualitativamente il diagramma di Nyquist della funzione di risposta armonica $G(j\omega)$ per valori positivi della pulsazione. Calcolare esattamente la posizione σ_0 di un eventuale asintoto, le eventuali intersezioni con l'asse reale e i corrispondenti valori delle pulsazioni.

f) Si faccia riferimento al diagrammi di Bode delle ampiezze e delle fasi della funzione $G(s)$ mostrati in figura.

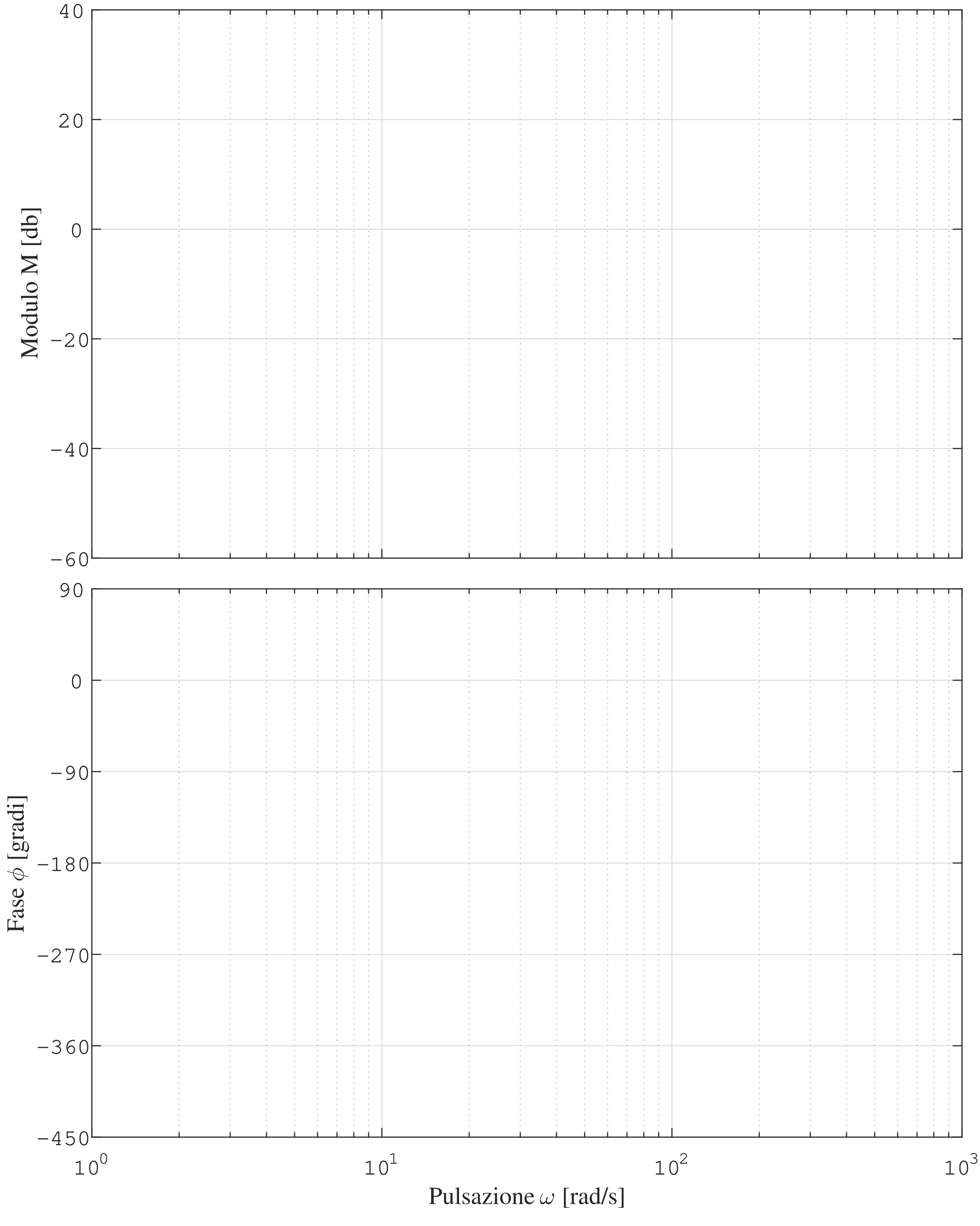


f.1) Si richiede di ricavare l'espressione analitica della funzione $G(s)$.

f.2) Valutare in maniera approssimata la risposta a regime $y_\infty(t)$ del sistema $G(s)$ quando in ingresso è presente il segnale:

$$x(t) = 4 + 3\,\sin(0.7\,t)\,.$$

Cognome: Nome: N. Matr.:



Cognome: Nome: N. Matr.: ☐☐☐☐☐☐

Ho seguito il corso con Prof Giarré ☐ Prof. Biagiotti ☐

Controlli Automatici - Parte A

Ingegneria Meccanica e Ingegneria del Veicolo

Compito del 9 gennaio 2019 - Quiz

Per ciascuno dei seguenti quesiti (<u>si considerino solo le domande numerate normalmente o che recano il nome del docente con cui si è seguito il corso</u>), segnare con una crocetta le risposte che si ritengono corrette. Alcuni quesiti possono avere più risposte corrette.
I quiz si ritengono superati se vengono individuate almeno metà delle risposte esatte (punti 5.5 su 11), diversamente il compito verrà ritenuto insufficiente a prescindere dal risultato della seconda prova.

1. Il sistema dinamico caratterizzato dal modello ingresso-stato-uscita

$$\begin{cases} \dot{x}_1 &= -2t\,x_1 + 4x_2 + 2u^2 \\ \dot{x}_2 &= x_2 \\ y &= \cos(t)x_2 \end{cases}$$

è:

○ lineare, tempo-invariante ○ non lineare, tempo-invariante

⊗ non lineare, tempo-variante ○ lineare, tempo-variante

2. Quali dei seguenti sistemi sono instabili?

⊗ $G(s) = \dfrac{s+2}{(s+3)(s^2-16)}$ ○ $G(s) = \dfrac{s-2}{(3s+1)(s+4)^2}$

○ $G(s) = \dfrac{s+2}{(s^2+16)(s+3)}$ ⊗ $G(s) = \dfrac{s+2}{(s^2+16)^2(s+4)}$

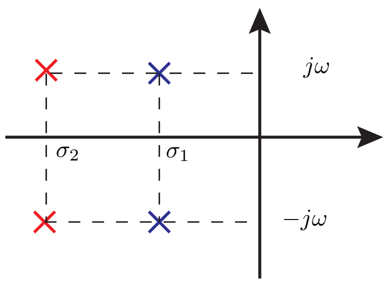
3. Siano date due funzioni di trasferimento del secondo ordine $G_i(s) = \dfrac{1}{(s-\sigma_i)^2+\omega^2}$, $i = 1, 2$ con i poli disposti come in figura. Nella risposta al gradino

○ i sistemi $G_1(s)$ e $G_2(s)$ sono caratterizzati dallo stesso sorpasso percentuale

⊗ i sistemi $G_1(s)$ e $G_2(s)$ sono caratterizzati dallo stesso periodo delle oscillazioni

○ il sistema $G_1(s)$ presenta una minore sovraelongazione rispetto a $G_2(s)$

⊗ il sistema $G_2(s)$ presenta un tempo di assestamento minore rispetto a $G_1(s)$



4. L'evoluzione libera del sistema $\ddot{y}(t) + 9y(t) = 0$, partendo dalle condizioni iniziali $y(0) = 0$ e $\dot{y}(0) = 3$, è:

○ $y(t) = 3e^{-9t}$

○ $y(t) = 3te^{-9t}$

⊗ $y(t) = \sin(3t)$

○ $y(t) = 3\cos(3t)$

5. La funzione di risposta armonica di un sistema lineare $G(s)$ può essere determinata sperimentalmente

○ solo se $G(s)$ è a fase minima

○ se $G(s)$ è semplicemente stabile

⊗ se $G(s)$ è asintoticamente stabile

○ anche se il sistema è instabile

6. (**Giarré**) Per l'applicazione del criterio di Nyquist a un sistema in retroazione:

   ○ non occorre alcuna informazione sulla stabilità ad anello aperto
   ○ occorre sapere se il sistema ad anello aperto è stabile o instabile
   ⊗ occorre conoscere il numero dei poli a parte reale positiva
   ○ occorre conoscere il numero degli zeri a parte reale positiva

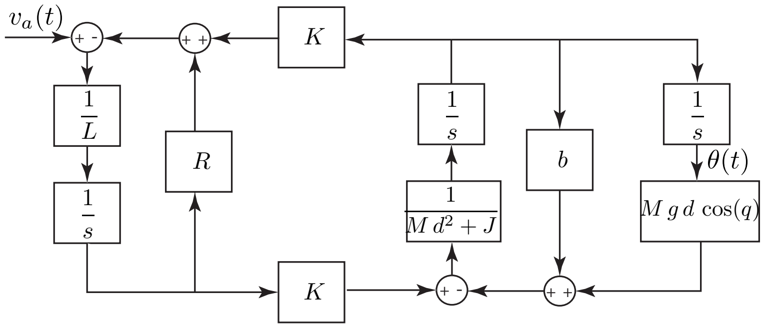
7. (**Biagiotti**) Dato lo schema a blocchi (modello POG) di un pendolo inverso rigidamente collegato a un motore in corrente continua riportato in figura, quale sarà l'ordine del sistema considerando l'ingresso $v_a(t)$ e l'uscita $\theta(t)$?

   ○ 1

   ○ 2

   ⊗ 3

   ○ 4



8. Il valore iniziale della risposta all'impulso $g(t)$ del sistema $G(s) = \dfrac{2s^2+9}{(s+3)(2s+1)(-s+1)}$ vale:

   ○ $g(0) = 0$
   ⊗ $g(0) = -1$
   ○ $g(0) = 3$
   ○ non può essere calcolato perchè $G(s)$ è instabile

9. Considerando l'ingresso $\bar{u} = 1$ e lo stato di equilibrio $\bar{x} = 1$, il sistema

$$\begin{cases} \dot{x}(t) &= x^3(t) - x(t)u(t) \\ y &= \frac{1}{2\pi}\sin(2\pi x(t)) + u^2(t) \end{cases}$$

   può essere linearizzato come:

   ⊗ $\begin{cases} \delta\dot{x}(t) &= 2\,\delta x(t) - \delta u(t) \\ y &= \delta x(t) + 2\,\delta u(t) \end{cases}$
   ○ $\begin{cases} \delta\dot{x}(t) &= 3\,\delta x(t) - 2\delta u(t) \\ y &= \delta x(t) + 2\,\delta u(t) \end{cases}$
   ○ $\begin{cases} \delta\dot{x}(t) &= 2\,\delta x(t) + \delta u(t) \\ y &= \delta x(t) - 2\,\delta u(t) \end{cases}$
   ○ $\begin{cases} \delta\dot{x}(t) &= 3\,\delta x(t) + 2\delta u(t) \\ y &= \delta x(t) - 2\,\delta u(t) \end{cases}$

10. Se un sistema ha due poli complessi coniugati $p = -2 \pm j3$ di molteplicità 3, allora la sua risposta temporale (libera o forzata che sia) sarà sicuramente caratterizzata da un termine

   ○ $y(t) \propto e^{-2\,t}\cos(3t)$
   ○ $y(t) \propto t\,e^{-2\,t}\cos(3t)$
   ⊗ $y(t) \propto t^2\,e^{-2\,t}\cos(3t)$
   ○ $y(t) \propto t^3\,e^{-2\,t}\cos(3t)$

11. Dato il diagramma di Bode delle ampiezze di $G(j\omega)$, da esso si può dedurre il diagramma delle fasi

   ○ solo se il diagramma di Bode presenta pendenze negative o nulle
   ○ solo se il sistema $G(s)$ ha tutti i poli a parte reale negativa
   ○ solo se il sistema $G(s)$ ha tutti i poli e tutti gli zeri a parte reale negativa
   ⊗ solo se il sistema $G(s)$ è a fase minima

Cognome: Nome: N. Matr.: ☐☐☐☐☐☐

Ho seguito il corso con Prof. Giarré ☐ Prof. Biagiotti ☐

Controlli Automatici - Parte A

Ingegneria Meccanica e Ingegneria del Veicolo

Compito del 9 gennaio 2019 - Esercizi

Rispondere in maniera analitica ai seguenti quesiti (gli studenti dovranno rispondere ai quesiti contrassegnati solo con lettere o col nome del docente di cui hanno seguito il corso più una lettera). I problemi e le domande a risposta aperta si ritengono superati se vengono conseguiti almeno metà dei punti totali (11 su 22), diversamente il compito verrà ritenuto insufficiente a prescindere dal risultato della prima prova.

a) Determinare la trasformata di Laplace $X_i(s)$ dei seguenti segnali temporali $x_i(t)$:

$$x_1(t) = \frac{d}{dt}\left(1 - te^{-3\,t+3}\right), \qquad x_2(t) = e^{-2\,t}\left(\cos(5t) + \sin(5t)\right),$$

dove $\frac{d}{dt}$ indica l'operazione di derivazione rispetto al tempo.

SOLUZIONE:

$$X_1(s) = s\left(\frac{1}{s} - e^3\frac{1}{(s+3)^2}\right) = 1 - e^3\frac{s}{(s+3)^2}, \qquad X_2(s) = \frac{s+2}{(s+2)^2+25} + \frac{5}{(s+2)^2+25}$$

Giarré - b) Dato il sistema definito nello spazio degli stati come

$$\begin{cases} \dot{x}(t) &= Ax(t) + Bu(t) \\ y(t) &= Cx(t) + Du(t) \end{cases}$$

con $A = \begin{bmatrix} 4 & 1 \\ -4 & 0 \end{bmatrix}$, $B = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix}$, $C = \begin{bmatrix} 0.5 & 0 \end{bmatrix}$, $D = \begin{bmatrix} 1 \end{bmatrix}$

b.1) Determinare la corrispondente funzione di trasferimento $G(s) = \dfrac{Y(s)}{U(s)}$;

SOLUZIONE:
Calcolando $G(s) = B\,(sI_2 - A)^{-1}\,C + D$ si ottiene

$$G(s) = \frac{s^2 - 3.5s + 4}{s^2 - 4s + 4}$$

b.2) Calcolare analiticamente la risposta all'impulso di $G(s)$.

SOLUZIONE:
La risposta all'impulso di $G(s)$ ovvero la sua antitrasformata di Laplace puó essere ottenuta scomponendo $G(s)$ come

$$G(s) = 1 + \frac{0.5s}{(s-2)^2}$$

dove la costante 1 dipende dal fatto che la funzione di trasferimento $G(s)$ ha grado relativo nullo. Pertanto, antitrasformando, risulta

$$y(t) = 1\delta(t) + 0.5e^{2t} + te^{2t}.$$

Biagiotti - b) Calcolare la risposta impulsiva $g_i(t)$ delle seguenti funzioni di trasferimento $G_i(s)$:

$$G_1(s) = \frac{3s^3 + 5s^2 - 21s - 15}{s^3 + 2s^2 - 15s}, \qquad G_2(s) = \frac{3s^2 + 10s + 5}{(s+2)^2\,(s+1)\,(s+3)}$$

SOLUZIONE:
La funzione $G_1(s)$ può essere riscritta come

$$G_1(s) = 3 + \frac{1}{s} + \frac{2}{s-3} - \frac{4}{s+5}$$

di conseguenza la risposta impulsiva (ovvero l'anti-trasformata di Laplace) risulta

$$g_1(t) = 3\delta(t) + 1 + 2\,e^{3t} - 4\,e^{-5t}.$$

La funzione $G_2(s)$ può essere riscritta come

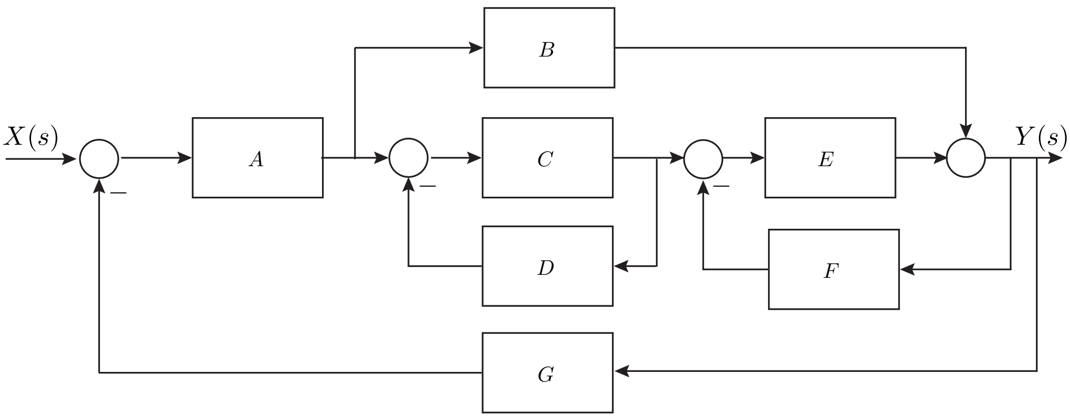
$$G_2(s) = \frac{2}{s+2} + \frac{3}{(s+2)^2} - \frac{1}{s+1} - \frac{1}{s+3}$$

di conseguenza la sua risposta impulsiva risulta

$$g_1(t) = 2\,e^{-2t} + 3t\,e^{-2t} - 1\,e^{-t} - 1\,e^{-3t}$$

---

c) Dato il seguente schema a blocchi:



utilizzando la formula di Mason calcolare la funzione di trasferimento $G(s)$ che lega l'ingresso $X(s)$ all'uscita $Y(s)$.

SOLUZIONE:

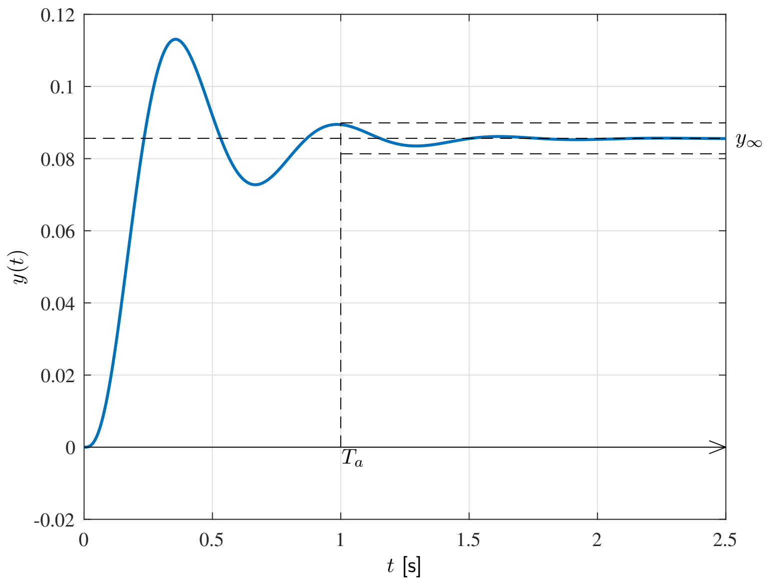
$$G(s) = \frac{Y(s)}{X(s)} = \frac{ACE + AB(1+CD)}{1 + ABG + CD + EF + ACEG + ABGCD + CDEF}$$

---

d) Sia data la funzione di trasferimento $G(s) = \dfrac{800(0.025s+1)(s+2.1)}{(0.5s+1)(s^2+56s+900)(s^2+6s+109)}$

Disegnare l'andamento qualitativo della risposta $y(t)$ a un gradino in ingresso di ampiezza 5, $u(t) = 5$. Calcolare il valore a regime y_∞ dell'uscita $y(t)$ del sistema, stimare qualitativamente il tempo di assestamento T_a del sistema e il periodo T_ω dell'eventuale oscillazione smorzata.

SOLUZIONE:
Il sistema ha due poli complessi coniugati domainanti $p = \sigma \pm j\omega = -3 \pm 10j$ pertanto la risposta al gradino sarà di tipo oscillatorio smorzato, come mostrato in figura.



Il valore a regime dell'uscita per un gradino in ingresso di ampiezza $A = 5$ risulta

$$y_\infty = A\,G(0) = 5 \cdot (0.0171) = 0.0856.$$

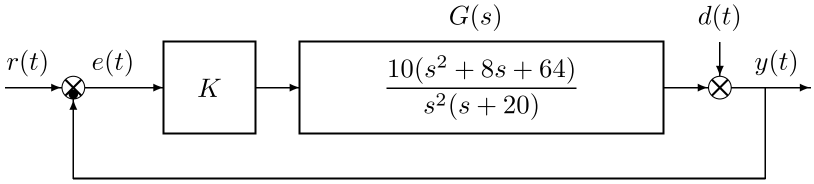
Il tempo di assestamento T_a è

$$T_a = \frac{3}{|\sigma|} = \frac{3}{3} = 1 \text{ s},$$

e il periodo dell'oscillazioni è

$$T_\omega = \frac{2\pi}{\omega} = 0.6283 \text{ s}.$$

e) Sia dato il seguente sistema retroazionato:



e.1) Determinare per quali valori del parametro K il sistema retroazionato è asintoticamente stabile.

SOLUZIONE:
L'equazione caratteristica del sistema retroazionato è

$$1 + \frac{K\,10(s^2+8s+64)}{s^2(s+20)} = 0 \qquad \rightarrow \qquad s^3 + (10K+20)s^2 + 80K\,s + 640K = 0$$

La corrispondente t abella di Routh è la seguente

$$\begin{array}{c|cc l}
3 & 1 & 80K & \\
2 & 10K+20 & 640K & \rightarrow\ K > -2 \\
1 & 160K(5K+6) & & \rightarrow\ K < -\frac{6}{5} = -1.2 \vee K > 0 \\
0 & 640K & & \rightarrow\ K > 0
\end{array}$$

Il sistema retroazionato è asintoticamente stabile per:

$$K > 0 = K^\star$$

Per $K = 0$ il sistema retroazionato presenta due poli nell'origine per cui non esiste alcuna $\omega^\star$ (si potrebbe anche dire $\omega^\star = 0$).

---

e.2) Posto $K = 10$, calcolare l'errore a regime e_∞ quando sul sistema retroazionato agiscono contemporaneamente il segnale di riferimento $r(t) = 6t$ e il disturbo $d(t) = 2 + 3\sin(5t)$

SOLUZIONE:
Dato che il sistema è lineare e soggetto quindi alla sovrapposizione degli effetti, l'errore $E(s)$, espresso mediante la trasformata di Laplace, risulterà:

$$E(s) = E_r(s) + E_d(s)$$

dove $E_r(s)$ è l'errore dovuto al riferimento mentre $E_d(s)$ è l'errore dovuto al disturbo. L'errore $e_r(\infty)$ dovuto al riferimento a rampa è nullo, dal momento che l'impianto $G(s)$ presenta un doppio polo nell'origine.
Per quanto riguarda il calcolo dell'errore dovuto al disturbo $d(t)$:

$$E_d(s) = F_d(s)D(s)$$

dove $D(s)$ è la trasformata di Laplace di $d(t)$ e $F_d(s)$ è la funzione di trasferimento tra $D(s)$ e $E_d(s)$ che vale

$$F_d(s) = -F_r(s) = \frac{-1}{1+KG(s)} = \frac{-s^3-20s^2}{s^3+120s^2+800s+6400}$$

essendo $F_r(s)$ la funzione di trasferimento tra l'ingresso di riferimento $R(s)$ e $E_r(s)$. La componente costante del disturbo $d(t) = 2$, dà luogo a un errore a regime nullo, sempre per la presenza del polo doppio nell'origine in $G(s)$. L'errore dovuto alla componente sinusoidale di $d(t)$ può essre calcolato sfruttando il concetto di risposta armonica, da cui $e_{d\infty}(t) = 3\,|F_d(j5)|\sin(5t + \arg\{F_d(j5)\})$ con $|F_d(j5)| = 0.1$ e $\arg\{F_d(j5)\} = -34.6994^o = -0.6056$ rad.
In conclusione,

$$e_\infty = e_{d\infty} = 0.3\sin(5t - 0.6056).$$

---

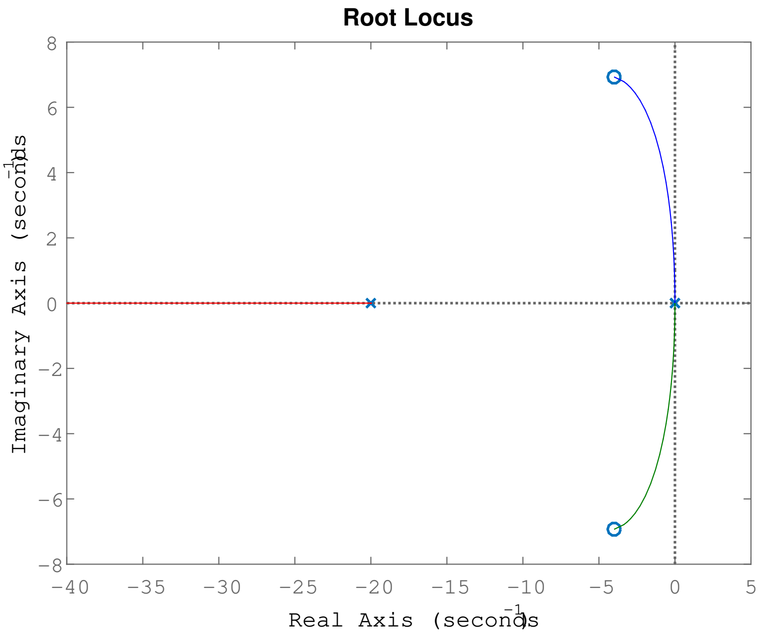
e.3) Tracciare (nello schema fornito in allegato) i diagrammi asintotici di Bode delle ampiezze e delle fasi della funzione $G(s)$.

SOLUZIONE:
Vedi figura in fondo.

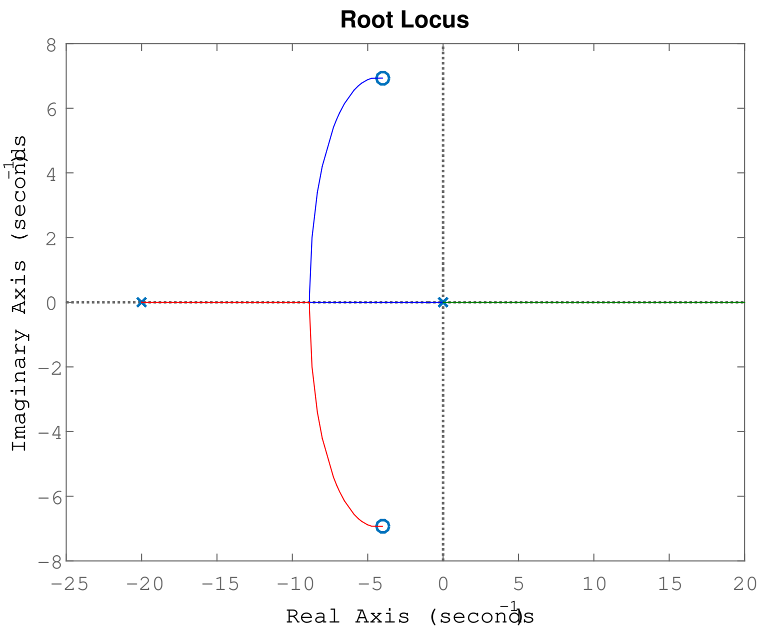
Biagiotti - e.4) Tracciare qualitativamente il luogo delle radici del sistema retroazionato sia per valori positivi che per valori negativi del parametro K. Determinare esattamente gli asintoti, il centro degli asintoti, le intersezioni con l'asse immaginario e i corrispondenti valori del guadagno K.

SOLUZIONE:

Il guadagno della $G(s)$ nella forma poli-zeri è positivo, pertanto il luogo delle radici verrà tracciato con le usuali regole per $K > 0$ e $K < 0$ rispettivamente. C'è un unico asintoto, essendo 1 il grado relativo, pertanto il calcolo del centro degli asintoti è di scarsa importanza. Il luogo delle radici finale per $K > 0$ è riportato nella seguente figura.



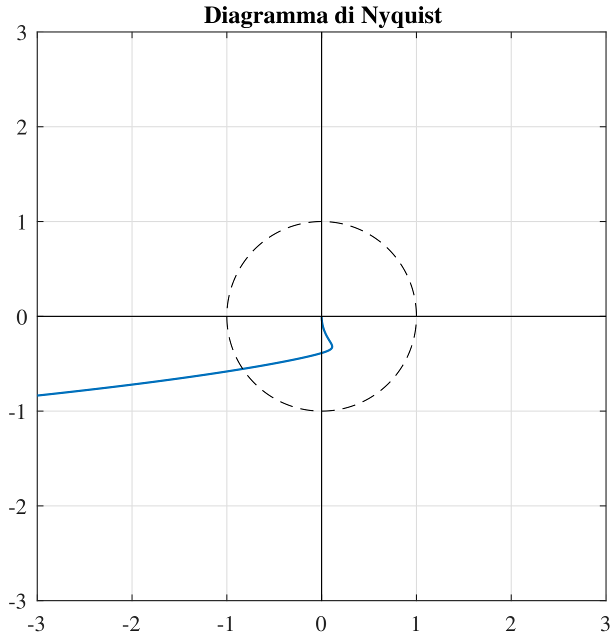
Il luogo delle radici finale per $K < 0$ è riportato nella seguente figura.



Dall'analisi svolta mediante il criterio di Routh, risulta che il luogo delle radici (per $K > 0$) attraversa l'asse immaginario, passando dal semipiano sinistro a quello destro passando dall'asse reale.

Giarré - e.4) Disegnare qualitativamente il diagramma di Nyquist della funzione di risposta armonica $G(j\omega)$ per valori positivi della pulsazione. Calcolare esattamente la posizione σ_0 di un eventuale asintoto, le eventuali intersezioni con l'asse reale e i corrispondenti valori delle pulsazioni.

SOLUZIONE:
Il diagramma di Nyquist della funzione $G(s)$ è riportato in figura.



La funzione approssimante per $\omega \to 0$ è $G_0(s) = -\dfrac{32}{s^2}$ pertanto il diagramma parte all'infinito con fase iniziale $\varphi_0 = -\pi$. La funzione approssimante per $\omega \to \infty$ è $G_\infty(s) = \dfrac{10}{s}$ e quindi il diagramma giunge nell'origine con fase finale $\varphi_\infty = -\frac{\pi}{2}$.
Il parametro Δ_τ vale

$$\Delta_\tau = \frac{8}{64} - \frac{1}{20} = 0.075 > 0$$

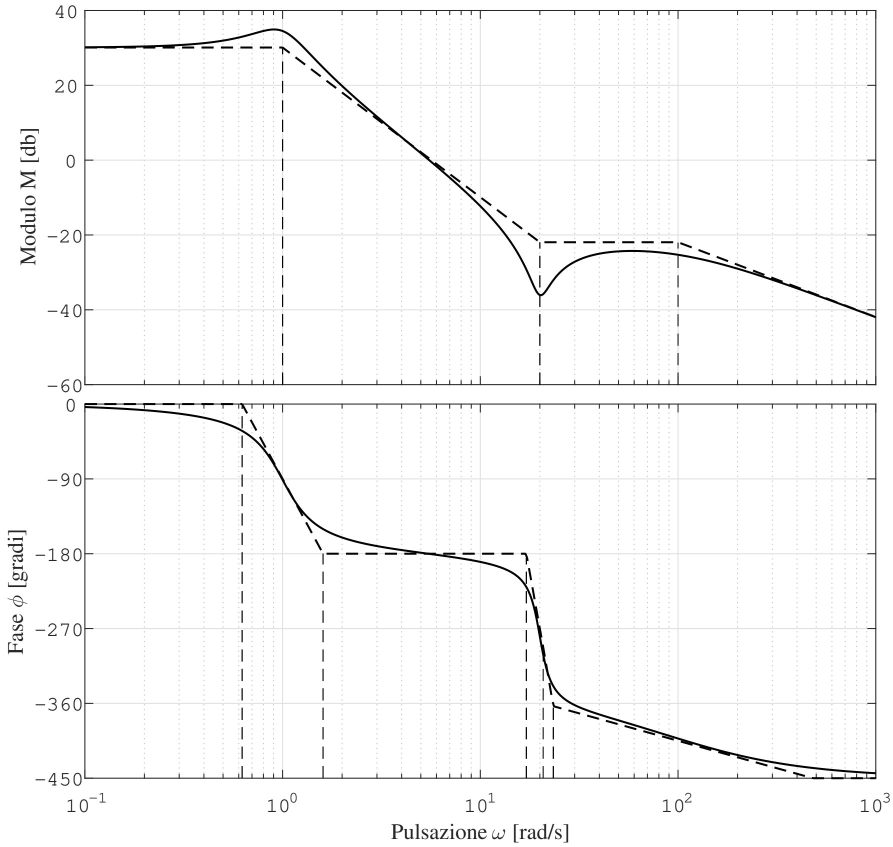
pertanto il diagramma parte in anticipo rispetto alla fase iniziale φ_0.
Il parametro Δ_p vale

$$\Delta_p = -8 + 20 = 12 > 0$$

pertanto il diagramma arriva in anticipo rispetto alla fase finale φ_∞. Lo sfasamento complessivo è $\Delta\varphi = \pi - \frac{\pi}{2} = \frac{\pi}{2}$.
Essendo il sistema di tipo 2, non è presente alcun asintoto.

---

f) Si faccia riferimento al diagrammi di Bode delle ampiezze e delle fasi della funzione $G(s)$ mostrati in figura.



f.1) Si richiede di ricavare l'espressione analitica della funzione $G(s)$.

SOLUZIONE:

$$G(s) = \frac{32(\frac{s^2}{400} - \frac{1}{100}s + 1)}{(s^2 + 0.6s + 1)(\frac{1}{100}s + 1)} = \frac{8(s^2 - 4s + 400)}{(s^2 + 0.6s + 1)(s + 100)}$$

In corrispondenza di $\omega = 1$ rad/s è presente una coppia di poli complessi coniugati stabili (essendo lo sfasamento -180^o) con $\omega_n = 1$ e $\delta = 0.3$. Infatti

$$\delta = \frac{1}{2M_{\omega_n}} \simeq \frac{1}{2 \cdot 1.7} = 0.3.$$

La distanza $M_{\omega_n} \simeq 5$ db $\simeq 1.7$ si legge dal diagramma di Bode dei moduli.

In corrispondenza di $\omega = 20$ rad/s è presente una coppia di zeri complessi coniugati instabili (sfasamento -180^o) caratterizzati da $\alpha_n = 20$ e $\delta = 0.1$. Infatti

$$\delta = \frac{M_{\alpha_n}}{2} \simeq \frac{0.2}{2} = 0.1.$$

La distanza $M_{\omega_n} \simeq -14$ db $\simeq 0.2$ si legge dal diagramma di Bode dei moduli.

In corrispondenza di $\omega = 100$ rad/s è presente un polo reale stabile (sfasamento -90^o).

Infine, il valore del guadagno μ si determina dalla funzione approssimante per basse frequenze $G_0(s) = \mu = G(0)$, il cui modulo vale

$$|G(0)| \approx 30 \text{ db} \approx 32$$

da cui $|\mu| = 32$. Il segno di μ sarà positivo poichè il sistema ha fase iniziale nulla.

f.2) Valutare in maniera approssimata la risposta a regime $y_\infty(t)$ del sistema $G(s)$ quando in ingresso è presente il segnale:

$$x(t) = 4 + 3\,\sin{(0.7\,t)}\,.$$

SOLUZIONE:

Il valore a regime dell'uscita vale

$$\begin{aligned} y_\infty(t) &= 4|G(0)| + 3\cdot|G(j0.7)|\sin{(0.7\,t + \arg\{G(j0.7)\})} \\ &\approx 128 + 145.12\sin{(0.7\,t - 40.27^o)} \\ &\approx 128 + 145.12\sin{(0.7\,t - 0.7029)}\,. \end{aligned}$$

dove i valori di modulo e argomento di $G(j\omega)$ sono desunti direttamente dai diagrammi di Bode forniti.

Cognome: Nome: N. Matr.: