

Cognome:

Nome:

N. Matr.:

- Ho superato la Parte A in data (mese/anno) _____
 Svolgerò la tesina con Matlab/Simulink in sostituzione della Parte A

Biagiotti
Giarré

Controlli Automatici - Parte B

Ingegneria Meccanica e Ingegneria del Veicolo

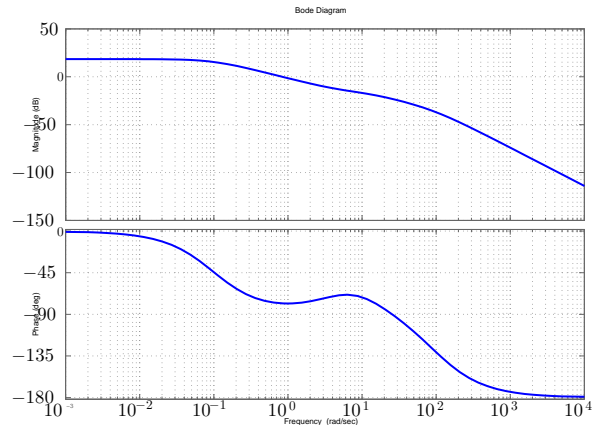
Compito del 11 settembre 2018 - Quiz

Per ciascuno dei seguenti quesiti (si considerino solo le domande numerate normalmente o che recano il nome del docente con cui si è seguito il corso), segnare con una crocetta le risposte che si ritengono corrette. Alcuni quesiti possono avere più risposte corrette.

I quiz si ritengono superati se vengono individuate almeno metà delle risposte esatte (punti 5.5 su 11), diversamente il compito verrà ritenuto insufficiente a prescindere dal risultato della seconda prova.

1. Dato il sistema dinamico descritto mediante il diagramma di Bode di figura:

- il margine di ampiezza è infinito
- il margine di ampiezza vale circa -75 db
- il margine di ampiezza vale circa -25 db
- non è possibile calcolare il valore del margine di ampiezza



2. Un sistema in retroazione negativa avente $G(s)$ sul ramo diretto, $H(s)$ sul ramo di retroazione e con un elevato guadagno statico d'anello

- è poco sensibile alle variazioni parametriche di $G(s)$
- presenta una forte attenuazione dei disturbi
- è poco sensibile alle variazioni parametriche di $H(s)$

3. Dato un sistema di controllo in retroazione, nel caso in cui le specifiche dinamiche siano incompatibili a causa di un tempo di assestamento desiderato molto piccolo e di un disturbo di misura 'n' a frequenza relativamente bassa, si procede:

- assicurando con la retroazione il tempo di assestamento desiderato e introducendo un filtro sul ramo di retroazione per attenuare il disturbo
- attenuando con la retroazione il disturbo di misura e imponendo con un prefiltro il tempo di assestamento desiderato
- attenuando il disturbo con un compensatore dedicato (compensazione dei disturbi misurabili) e imponendo con la retroazione il tempo di assestamento desiderato

4. La progettazione di una rete correttiva per cancellazione:

- permette di imporre sia il margine di ampiezza che la pulsazione di incrocio del guadagno d'anello
- è utile per evitare l'insorgere di code di assestamento
- si effettua cancellando, con lo zero della rete, il polo dell'impianto che precede ω_c^* anche se instabile
- non può essere applicata ad impianti instabili in catena aperta

5. L'introduzione di un'azione in avanti

- richiede la conoscenza analitica del segnale di riferimento
- permette di avere errore di inseguimento nullo in condizioni nominali
- è robusta rispetto a incertezze sui parametri dell'impianto
- può essere applicata solo a impianti con grado relativo nullo

6. Se la funzione di anello di un sistema dinamico con controllo in retroazione presenta un margine di fase $M_f = 50^\circ = 0.8727$ rad alla pulsazione $\omega_c = 5$ rad/s, il sistema sarà stabile a fronte di un ritardo presente nell'anello di retroazione e trascurato in fase di progetto se questo non supera:

- 0.1745 s
- 1.2566 s
- 4.3635 s
- 10 s

7. Il tuning dei parametri di un regolatore PID che minimizzi opportuni indici integrali (IAE, ITAE, ecc.) richiede

- un modello molto accurato dell'impianto (con tutti i poli e gli zeri)
- un modello approssimato del secondo ordine dell'impianto
- un modello approssimato del primo ordine più ritardo dell'impianto
- la sola conoscenza del margine di ampiezza e della pulsazione critica dell'impianto

8. Il campionamento impulsivo di un segnale tempo-continuo (caratterizzato da uno spettro $X(s)$) con periodo $T = 2\pi/\omega_s$, genera una sequenza il cui spettro vale

- $X^*(j\omega) = T \sum_{n=-\infty}^{\infty} X(j\omega - j n\omega_s)$
- $X^*(j\omega) = \frac{1}{T} \sum_{n=-\infty}^{\infty} X(j\omega - j n2\omega_s)$
- $X^*(j\omega) = \frac{1}{T} \sum_{n=-\infty}^{\infty} X(j\omega - j n\omega_s)$
- $X^*(j\omega) = T \sum_{n=-\infty}^{\infty} X(j\omega - j n2\omega_s)$

9. Un regolatore digitale:

- può essere implementato con diversi tipi di tecnologie: elettronica, meccanica, pneumatica, ecc.
- necessita di interfacce adeguate (convertitori AD e DA) con l'impianto da controllare
- esegue in tempo-reale l'algoritmo di controllo rappresentato da un'equazione differenziale equivalente a $R(s)$
- esegue in tempo-reale l'algoritmo di controllo rappresentato da un'equazione alle differenze ottenuta approssimando la funzione $R(s)$

10. (**Biagiotti**) La traiettoria doppia S in velocità:

- è ottenuta unendo segmenti di tipo polinomiale
- è continua in posizione, velocità e accelerazione
- presenta un profilo di accelerazione costante a tratti
- tra tutte le traiettorie punto-punto è quella a durata minima, a parità di velocità e accelerazione massima

11. (**Giarrè**) Il diagramma di Nyquist completo di un sistema con un polo nell'origine si chiude all'infinito con:

- una semicirconferenza percorsa in senso antiorario
- una semicirconferenza percorsa in senso orario
- due semicirconferenze percorse in senso antiorario
- due semicirconferenze percorse in senso orario

- Ho superato la Parte A in data (mese/anno) _____
 Svolgerò la tesina con Matlab/Simulink in sostituzione della Parte A

Biagiotti
 Giarré

Sistemi di Controllo - Controlli Automatici (Parte B)

Ingegneria Meccanica e Ingegneria del Veicolo

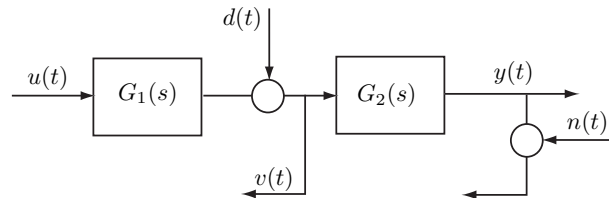
Compito del 11 settembre 2018 - Problemi

Rispondere in maniera analitica ai seguenti quesiti (gli studenti dovranno rispondere ai quesiti contrassegnati solo con lettere o col nome del docente di cui hanno seguito il corso più una lettera). I problemi e le domande a risposta aperta si ritengono superati se vengono conseguiti almeno metà dei punti totali (11 su 22), diversamente il compito verrà ritenuto insufficiente a prescindere dal risultato della prima prova.

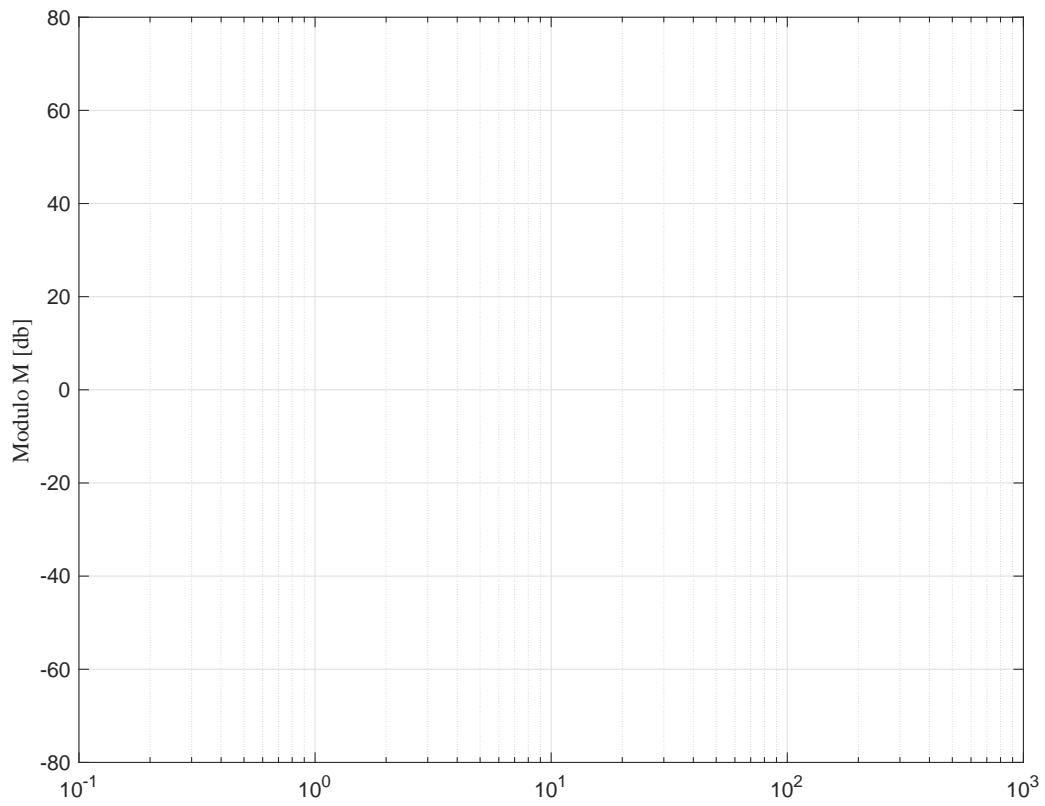
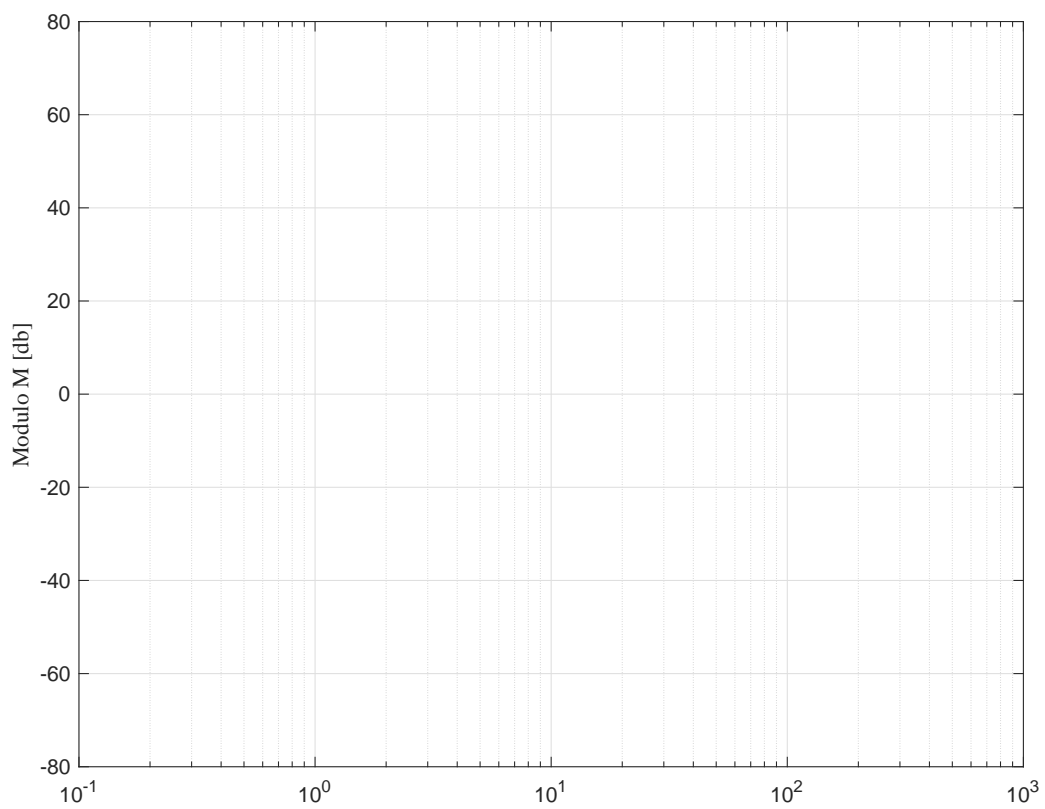
- Illustrare le principali problematiche e i relativi rimedi legate alla presenza di disturbi di misura nei sistemi di controllo in retroazione sia in ambito analogico (sistemi tempo-continui) che digitale (sistemi tempo-discreti).
- Dato l'impianto di figura con:

$$G_1(s) = \frac{500}{(s+20)(s+120)}$$

$$G_2(s) = \frac{5(s+12)}{(s+0.5)(s+40)}$$



- Progettare il regolatore di complessità minima, denominato $R_1(s)$, per il solo sottosistema $G_1(s)$ che consenta di ottenere
 - errore a regime nullo a fronte di un disturbo $d(t)$ a gradino
 - risposta aperiodica;
 - pulsazione di incrocio pari a $\omega_{c1}^* = 20$ rad/s.
- Tracciare il diagramma di Bode asintotico delle ampiezze di $L_1(s) = R_1(s)G_1(s)$ e sovrapporre a questo il diagramma delle ampiezze della funzione di sensitività complementare $F_1(s)$.
- Progettare un anello di controllo esterno, con un regolatore $R_2(s)$ in cancellazione, che consenta il soddisfacimento delle seguenti specifiche:
 - errore a regime nullo per ingresso di riferimento a gradino
 - tempo di assestamento $T_a = 4$ s
 - attenuazione di almeno 100 volte di un disturbo 'n' nel range [100, 200] rad/s
- Tracciare il diagramma di Bode asintotico delle ampiezze di $L_2(s) = R_2(s)G_2(s)$. Quindi sovrapporre a questo il diagramma delle ampiezze di $F_1(s)$ precedentemente tracciato e commentare la fattibilità dello schema di regolazione in cascata.
- Dato l'impianto $G(s) = G_1(s)G_2(s)$ scrivere l'espressione di un regolatore in feed-forward $R_{ff}(s)$ che garantisca errori di inseguimento nulli in condizioni nominali per segnali di riferimento nel range [0, 3] rad/s.
- Dopo aver scelto il tempo di campionamento più idoneo discretizzare i regolatori $R_1(s)$, $R_2(s)$, $R_{ff}(s)$ con il metodo delle differenze all'indietro.
- Scrivere le equazioni alle differenze corrispondenti ai regolatori $R_1(z) = \frac{U_1(z)}{E_1(z)}$, $R_2(z) = \frac{U_2(z)}{E_2(z)}$ e $R_{ff}(z) = \frac{U_{ff}(z)}{Q(z)}$ discretizzati al punto precedente.

Diagrammi di Bode delle ampiezze di $L_1(s)$ e di $F_1(s)$ **Diagrammi di Bode delle ampiezze di $L_2(s)$ e di $F_1(s)$** 

- Ho superato la Parte A in data (mese/anno) _____
- Svolgerò la tesina con Matlab/Simulink in sostituzione della Parte A

Biagiotti
Giarré

Controlli Automatici - Parte B

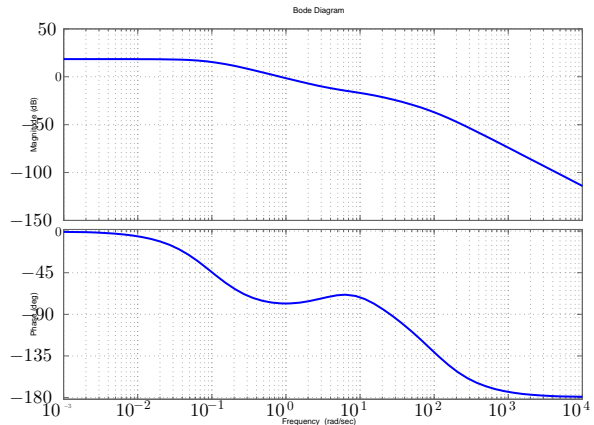
Ingegneria Meccanica e Ingegneria del Veicolo

Compito del 11 settembre 2018 - Quiz

Per ciascuno dei seguenti quesiti (si considerino solo le domande numerate normalmente o che recano il nome del docente con cui si è seguito il corso), segnare con una crocetta le risposte che si ritengono corrette. Alcuni quesiti possono avere più risposte corrette.

I quiz si ritengono superati se vengono individuate almeno metà delle risposte esatte (punti 5.5 su 11), diversamente il compito verrà ritenuto insufficiente a prescindere dal risultato della seconda prova.

1. Dato il sistema dinamico descritto mediante il diagramma di Bode di figura:



- il margine di ampiezza è infinito
- il margine di ampiezza vale circa -75 db
- il margine di ampiezza vale circa -25 db
- non è possibile calcolare il valore del margine di ampiezza

2. Un sistema in retroazione negativa avente $G(s)$ sul ramo diretto, $H(s)$ sul ramo di retroazione e con un elevato guadagno statico d'anello

- è poco sensibile alle variazioni parametriche di $G(s)$
- presenta una forte attenuazione dei disturbi
- è poco sensibile alle variazioni parametriche di $H(s)$

3. Dato un sistema di controllo in retroazione, nel caso in cui le specifiche dinamiche siano incompatibili a causa di un tempo di assestamento desiderato molto piccolo e di un disturbo di misura 'n' a frequenza relativamente bassa, si procede:

- assicurando con la retroazione il tempo di assestamento desiderato e introducendo un filtro sul ramo di retroazione per attenuare il disturbo
- attenuando con la retroazione il disturbo di misura e imponendo con un prefiltro il tempo di assestamento desiderato
- attenuando il disturbo con un compensatore dedicato (compensazione dei disturbi misurabili) e imponendo con la retroazione il tempo di assestamento desiderato

4. La progettazione di una rete correttiva per cancellazione:

- permette di imporre sia il margine di ampiezza che la pulsazione di incrocio del guadagno d'anello
- è utile per evitare l'insorgere di code di assestamento
- si effettua cancellando, con lo zero della rete, il polo dell'impianto che precede ω_c^* anche se instabile
- non può essere applicata ad impianti instabili in catena aperta

5. L'introduzione di un'azione in avanti

- richiede la conoscenza analitica del segnale di riferimento
- permette di avere errore di inseguimento nullo in condizioni nominali
- è robusta rispetto a incertezze sui parametri dell'impianto
- può essere applicata solo a impianti con grado relativo nullo

6. Se la funzione di anello di un sistema dinamico con controllo in retroazione presenta un margine di fase $M_f = 50^\circ = 0.8727$ rad alla pulsazione $\omega_c = 5$ rad/s, il sistema sarà stabile a fronte di un ritardo presente nell'anello di retroazione e trascurato in fase di progetto se questo non supera:

- 0.1745 s
- 1.2566 s
- 4.3635 s
- 10 s

7. Il tuning dei parametri di un regolatore PID che minimizzi opportuni indici integrali (IAE, ITAE, ecc.) richiede

- un modello molto accurato dell'impianto (con tutti i poli e gli zeri)
- un modello approssimato del secondo ordine dell'impianto
- un modello approssimato del primo ordine più ritardo dell'impianto
- la sola conoscenza del margine di ampiezza e della pulsazione critica dell'impianto

8. Il campionamento impulsivo di un segnale tempo-continuo (caratterizzato da uno spettro $X(s)$) con periodo $T = 2\pi/\omega_s$, genera una sequenza il cui spettro vale

- $X^*(j\omega) = T \sum_{n=-\infty}^{\infty} X(j\omega - j n\omega_s)$
- $X^*(j\omega) = \frac{1}{T} \sum_{n=-\infty}^{\infty} X(j\omega - j n2\omega_s)$
- $X^*(j\omega) = \frac{1}{T} \sum_{n=-\infty}^{\infty} X(j\omega - j n\omega_s)$
- $X^*(j\omega) = T \sum_{n=-\infty}^{\infty} X(j\omega - j n2\omega_s)$

9. Un regolatore digitale:

- può essere implementato con diversi tipi di tecnologie: elettronica, meccanica, pneumatica, ecc.
- necessita di interfacce adeguate (convertitori AD e DA) con l'impianto da controllare
- esegue in tempo-reale l'algoritmo di controllo rappresentato da un'equazione differenziale equivalente a $R(s)$
- esegue in tempo-reale l'algoritmo di controllo rappresentato da un'equazione alle differenze ottenuta approssimando la funzione $R(s)$

10. (**Biagiotti**) La traiettoria doppia S in velocità:

- è ottenuta unendo segmenti di tipo polinomiale
- è continua in posizione, velocità e accelerazione
- presenta un profilo di accelerazione costante a tratti
- tra tutte le traiettorie punto-punto è quella a durata minima, a parità di velocità e accelerazione massima

11. (**Giarrè**) Il diagramma di Nyquist completo di un sistema con un polo nell'origine si chiude all'infinito con:

- una semicirconfenza percorsa in senso antiorario
- una semicirconfenza percorsa in senso orario
- due semicirconfenze percorse in senso antiorario
- due semicirconfenze percorse in senso orario

- Ho superato la Parte A in data (mese/anno) _____
 Svolgerò la tesina con Matlab/Simulink in sostituzione della Parte A

Biagiotti
 Giarré

Sistemi di Controllo - Controlli Automatici (Parte B)

Ingegneria Meccanica e Ingegneria del Veicolo

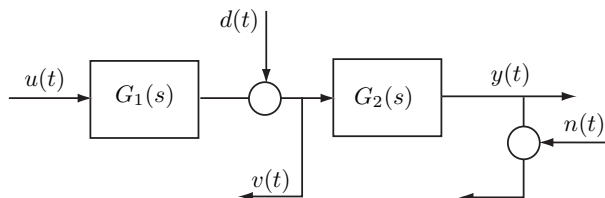
Compito del 11 settembre 2018 - Problemi

Rispondere in maniera analitica ai seguenti quesiti (gli studenti dovranno rispondere ai quesiti contrassegnati solo con lettere o col nome del docente di cui hanno seguito il corso più una lettera). I problemi e le domande a risposta aperta si ritengono superati se vengono conseguiti almeno metà dei punti totali (11 su 22), diversamente il compito verrà ritenuto insufficiente a prescindere dal risultato della prima prova.

1. Illustrare le principali problematiche e i relativi rimedi legate alla presenza di disturbi di misura nei sistemi di controllo in retroazione sia in ambito analogico (sistemi tempo-continui) che digitale (sistemi tempo-discreti).
2. Dato l'impianto di figura con:

$$G_1(s) = \frac{500}{(s+20)(s+120)}$$

$$G_2(s) = \frac{5(s+12)}{(s+0.5)(s+40)}$$



- a) Progettare il regolatore di complessità minima, denominato $R_1(s)$, per il solo sottosistema $G_1(s)$ che consenta di ottenere
- errore a regime nullo a fronte di un disturbo $d(t)$ a gradino
 - risposta aperiodica;
 - pulsazione di incrocio pari a $\omega_{c1}^* = 20$ rad/s.

SOLUZIONE:

Per garantire errore a regime nullo a fronte di un di un disturbo $d(t)$ a gradino, il regolatore $R_1(s)$ avrà la forma di un PI

$$R_1(s) = \mu \frac{\tau_z s + 1}{s}$$

Per soddisfare le altre specifiche occorre imporre al sistema esteso

$$G_{1e}(s) = \frac{G_1(s)}{s} = \frac{500}{s(s+20)(s+120)}$$

un margine di fase $M_f^* = 80^\circ$ (risposta aperiodica) e la pulsazione di incrocio $\omega_{c1}^* = 20$ rad/s scegliendo opportunamente lo zero e il guadagno del regolatore PI. Dopo aver calcolato $|G_{1e}(j20)| = 0.0073$ e $\arg\{G_{1e}(j20)\} = -144.4623$ si evince che $\varphi^* = 44.4623^\circ$ da cui

$$\tau_z = \frac{\tan \varphi^*}{\omega^*} = 0.0491$$

e

$$\mu = \frac{1}{|G_{1e}(j20)| \cdot \sqrt{1 + (\tau_z \omega_c^*)^2}} = 98.2332.$$

L'espressione del regolatore PI in grado di soddisfare tutte le specifiche risulta pertanto

$$R_1(s) = 98.2332 \frac{0.0491s + 1}{s}$$

- b) Tracciare il diagramma di Bode asintotico delle ampiezze di $L_1(s) = R_1(s)G_1(s)$ e sovrapporre a questo il diagramma delle ampiezze della funzione di sensitività complementare $F_1(s)$.

SOLUZIONE:

Vedere diagramma in fondo

- c) Progettare un anello di controllo esterno, con un regolatore $R_2(s)$ in cancellazione, che consenta il soddisfacimento delle seguenti specifiche:
- errore a regime nullo per ingresso di riferimento a gradino
 - tempo di assestamento $T_a = 4$ s
 - attenuazione di almeno 100 volte di un disturbo 'n' nel range $[100, 200]$ rad/s

SOLUZIONE:

Dal momento che è richiesto errore a regime nullo per ingresso di riferimento a gradino, il regolatore esterno dovrà essere nuovamente un PI. Quindi

$$R_2(s) = \mu \frac{\tau_z s + 1}{s}$$

con la costante di tempo τ_z opportunamente scelta in modo da cancellare un polo dell'impianto e μ che dovrà garantire il soddisfacimento delle specifiche dinamiche. In particolare,

$$T_a \leq 4 \text{ s} \Rightarrow \frac{3}{\omega_c} \leq 4 \Rightarrow \omega_c \geq 0.75 \text{ rad/s}$$

mentre la richiesta di attenuazione di 100 volte del disturbo 'n' può essere soddisfatta imponendo $\omega_c \leq 1$. La scelta $\omega_{c2}^* = 0.8$ è in grado di soddisfare entrambe le specifiche. Il polo dell'impianto che verrà cancellato sarà quindi quello collocato in -0.5 da cui $\tau_z = 1/0.5 = 2$. Per il calcolo di μ al fine di imporre la ω_c desiderata, occorrerà valutare il modulo del sistema esteso $G_{e2}(s) = \frac{1+2s}{s} G_2(s)$ alla pulsazione ω_{c2}^* :

$$|G_{e2}(j0.8)| = 3.7576$$

Da cui

$$\mu = \frac{1}{|G_{e2}(j0.8)|} = 0.2661.$$

L'espressione finale del regolatore risulta

$$R_2(s) = 0.2661 \frac{2s + 1}{s}$$

NOTA. Dal successivo diagramma di Bode (e analiticamente dal calcolo di $|L_2(j\omega_n)|$ dove ω_n è la minima pulsazione a cui agisce il disturbo di misura 'n') si evince che l'attenuazione del disturbo è (leggermente) inferiore a 100 volte. In ogni caso si considera il regolatore trovato soddisfacente.

- d) Tracciare il diagramma di Bode asintotico delle ampiezze di $L_2(s) = R_2(s)G_2(s)$. Quindi sovrapporre a questo il diagramma delle ampiezze di $F_1(s)$ precedentemente tracciato e commentare la fattibilità dello schema di regolazione in cascata.

SOLUZIONE:

Vedere diagramma in fondo. Dal diagramma di Bode si nota come l'ipotesi sul disaccoppiamento frequenziale dei due sistemi $G_1(s)$ e $G_2(s)$ e relativi sistemi di controllo sia verificata.

- e) Dato l'impianto $G(s) = G_1(s)G_2(s)$ scrivere l'espressione di un regolatore in feed-forward $R_{ff}(s)$ che garantisca errori di inseguimento nulli in condizioni nominali per segnali di riferimento nel range $[0, 3]$ rad/s.

SOLUZIONE:

Il regolatore in feed-forward si ottiene invertendo la dinamica dell'impianto, cioè

$$R_{ff}(s) = G^{-1}(s)$$

In questo caso, essendo il segnale di riferimento confinato in un ben preciso range è sufficiente che $R_{ff}(s)$ approssimi $G^{-1}(s)$ in tale intervallo. Partendo da un'espressione di $G(s)$ nella forma in costanti di tempo

$$G(s) = 0.625 \frac{(\frac{1}{12}s + 1)}{(2s + 1)(\frac{1}{20}s + 1)(\frac{1}{40}s + 1)(\frac{1}{120}s + 1)}$$

si trova facilmente l'espressione di $R_{ff}(s)$ invertendo tale dinamica e tenendo in considerazione che i poli in -40 e -120 non influenzano l'andamento di $G(s)$ (e conseguentemente di $R_{ff}(s)$) nell'intorno di $[0, 3]$

rad/s essendo collocati ben al di sopra di una decade rispetto alla massima pulsazione. Di conseguenza il regolatore in avanti risulta

$$R_{ff}(s) = 1.6 \frac{(2s+1)(\frac{1}{20}s+1)}{(\frac{1}{12}s+1)(\frac{1}{100}s+1)}$$

dove il polo in -100 (quindi fuori banda) è stato aggiunto per garantire la fisica realizzabilità.

- f) Dopo aver scelto il tempo di campionamento più idoneo discretizzare i regolatori $R_1(s)$, $R_2(s)$, $R_{ff}(s)$ con il metodo delle differenze all'indietro.

SOLUZIONE:

Il tempo di campionamento può essere scelto considerando la più restrittiva delle condizioni derivanti dai due regolatori

(a) per $R_1(s)$, $\omega_c^* = 20 \text{ rad/s} \Rightarrow \omega_s = 10\omega_c^* = 200 \text{ rad/s} \Rightarrow T = \frac{2\pi}{\omega_s} = 0.0314 \text{ s}$

(b) per $R_2(s)$, $\omega_c^* = 0.8 \text{ rad/s} \Rightarrow \omega_s = 10\omega_c^* = 8 \text{ rad/s} \Rightarrow T = \frac{2\pi}{\omega_s} = 0.7854 \text{ s}$

e considerando la massima frequenza del segnale da inseguire (3 rad/s) da cui $\omega_s = 30 \text{ rad/s}$ ($T = 0.2094$). Il valore $T = 0.02$ soddisfa tutte le specifiche (in particolare la prima che risulta la più restrittiva).

Assumendo $s = \frac{1-z^{-1}}{T}$ i corrispondenti sistemi discretizzati risultano

$$R_1(s) = 98.2332 \frac{0.0491s+1}{s} \Rightarrow R_1(z) = \frac{6.788 - 4.823z^{-1}}{1-z^{-1}} = \frac{6.788z - 4.823}{z-1}$$

$$R_2(s) = 0.2661 \frac{2s+1}{s} \Rightarrow R_2(z) = \frac{0.5375 - 0.5322z^{-1}}{1-z^{-1}} = \frac{0.5375z - 0.5322}{z-1}$$

e

$$R_{ff}(s) = 1.6 \frac{(2s+1)(\frac{1}{20}s+1)}{(\frac{1}{12}s+1)(\frac{1}{100}s+1)} \Rightarrow R_{ff}(z) = \frac{72.98 - 124.4z^{-1} + 51.61z^{-2}}{1 - 1.14z^{-1} + 0.2688z^{-2}}$$

- g) Scrivere le equazioni alle differenze corrispondenti ai regolatori $R_1(z) = \frac{U_1(z)}{E_1(z)}$, $R_2(z) = \frac{U_2(z)}{E_2(z)}$ e

$R_{ff}(z) = \frac{U_{ff}(z)}{Q(z)}$ discretizzati al punto precedente.

SOLUZIONE:

Interpretando z^{-1} come l'operatore ritardo unitario segue immediatamente che le equazioni alle differenze corrispondenti a $R_1(z)$, $R_2(z)$, $R_{ff}(s)$ sono:

$$R_1(z) = \frac{6.788 - 4.823z^{-1}}{1 - z^{-1}} = \frac{U_1(z)}{E_1(z)} \Rightarrow u_{1k} = u_{1k-1} + 6.788e_{1k} - 4.823e_{1k-1}$$

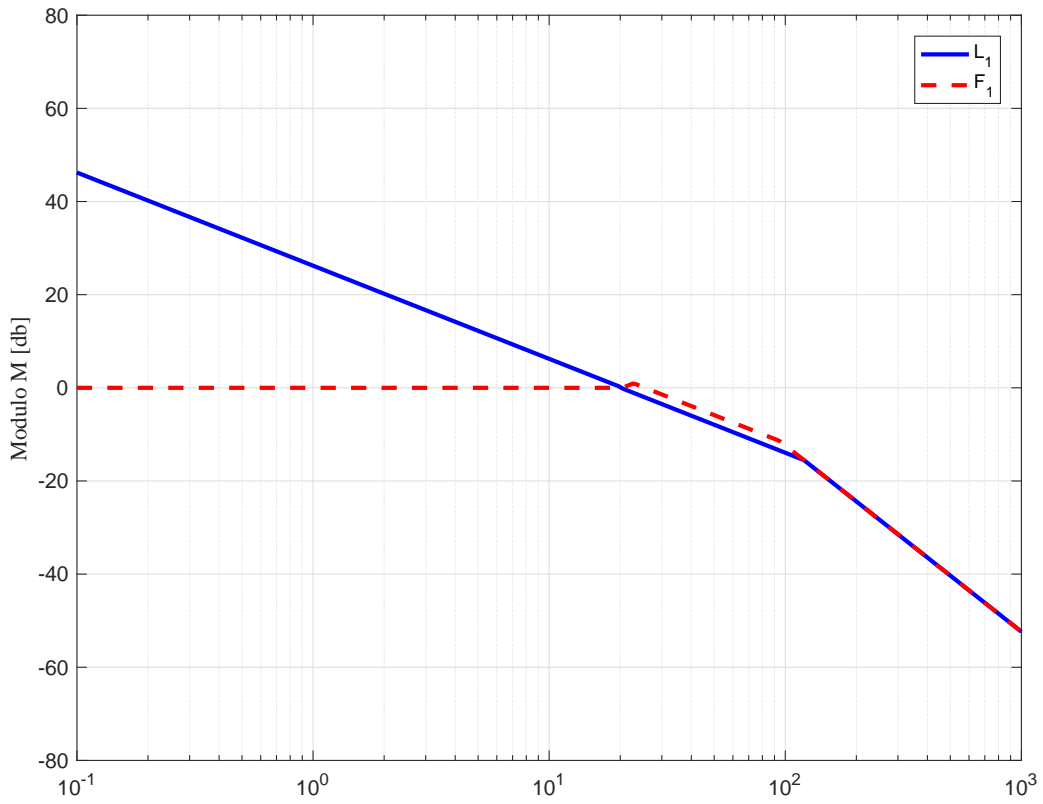
$$R_2(z) = \frac{0.5375 - 0.5322z^{-1}}{1 - z^{-1}} = \frac{U_2(z)}{E_2(z)} \Rightarrow u_{2k} = u_{2k-1} + 0.5375e_{2k} - 0.5322e_{2k-1}$$

$$R_{ff}(z) = \frac{72.98 - 124.4z^{-1} + 51.61z^{-2}}{1 - 1.14z^{-1} + 0.2688z^{-2}} = \frac{U_{ff}(z)}{Q(z)}$$

↓

$$u_{ffk} = 1.14u_{ffk-1} - 0.2688u_{ffk-2} + 72.98q_k - 124.4q_{k-1} + 51.61q_{k-2}$$

Diagrammi di Bode delle ampiezze di $L_1(s)$ e di $F_1(s)$



Diagrammi di Bode delle ampiezze di $L_2(s)$ e di $F_1(s)$

