Cognome: Nome: N. Matr.: □□□□□□

Ho seguito il corso con Prof Giarré □ Prof. Biagiotti □

Controlli Automatici - Parte A

Ingegneria Meccanica e Ingegneria del Veicolo

Compito del 17 luglio 2018 - Quiz

Per ciascuno dei seguenti quesiti (si considerino solo le domande numerate normalmente o che recano il nome del docente con cui si è seguito il corso), segnare con una crocetta le risposte che si ritengono corrette. Alcuni quesiti possono avere più risposte corrette.
I quiz si ritengono superati se vengono individuate almeno metà delle risposte esatte (punti 5.5 su 11), diversamente il compito verrà ritenuto insufficiente a prescindere dal risultato della seconda prova.

1. Quali dei seguenti sistemi sono asintoticamente stabili?

   ◯ $G(s) = \dfrac{s+2}{s(s+3)(2s+1)}$ ◯ $G(s) = \dfrac{s-2}{(3s+1)(s+4)}$

   ◯ $G(s) = \dfrac{s+2}{(s+1)^2(s+3)}$ ◯ $G(s) = \dfrac{s+2}{(3s+1)(s^2+4)}$

2. La funzione di trasferimento $G(s) = \frac{Y(s)}{X(s)} = \dfrac{2s^2+s+3}{5s^3+s^2+3s}$ corrisponde all'equazione differenziale:

   ◯ $3\dot{x}(t) + \ddot{x}(t) + 5\dddot{x}(t) = 3y(t) + \dot{y}(t) + 2\ddot{y}(t)$

   ◯ $3y(t) + \dot{y}(t) + 5\ddot{y}(t) = 3x(t) + \dot{x}(t) + 2\ddot{x}(t)$

   ◯ $3\dot{y}(t) + \ddot{y}(t) + 5\dddot{y}(t) = 3x(t) + \dot{x}(t) + 2\ddot{x}(t)$

   ◯ nessuna delle precedenti

3. I due poli di un sistema del secondo ordine sono univocamente determinati se vengono assegnate le seguenti specifiche

   ◯ coefficiente di smorzamento δ e tempo di assestamento T_a

   ◯ massima sovraelongazione S e picco di risonanza M_R

   ◯ tempo di assestamento T_a e picco di risonanza M_R

4. La derivata iniziale della risposta al gradino unitario del sistema $G(s) = \dfrac{s+3}{s^2+9s}$ è pari a:

   ◯ 0

   ◯ ∞

   ◯ 1

   ◯ 1/3

5. Dato il sistema $G(s) = \dfrac{(s+3)^2}{s^2(s^2+4s+25)}$ posto in retroazione unitaria negativa (che si suppone stabile) risulta

   ◯ errore a regime nullo per ingresso a gradino

   ◯ errore a regime nullo per ingresso a rampa

   ◯ errore a regime nullo per ingresso a parabola

   ◯ errore a regime limitato ma non nullo per ingresso a rampa

6. Per $\omega = 1/a$ il diagramma "reale" di Bode delle ampiezze della funzione $G(j\omega) = \frac{1}{(1+j\,a\,\omega)^2}$ (con $a > 0$)

- ◯ vale $\frac{1}{\sqrt{2}}$
- ◯ vale 1
- ◯ vale 1/2
- ◯ vale $\simeq -3$ dB

7. La funzione di risposta armonica $F(\omega)$ di un sistema lineare tempo-invariante

- ◯ determina univocamente la funzione di trasferimento $G(s)$ del sistema
- ◯ è determinata univocamente dalla funzione di trasferimento $G(s)$ del sistema
- ◯ non è definibile se il corrispondente sistema $G(s)$ presenta degli zeri a parte reale positiva
- ◯ non è determinabile sperimentalmente se il corrispondente sistema $G(s)$ presenta degli zeri a parte reale positiva

8. Applicando l' ingresso $u(t) = \sin(2t)$ al sistema $\dot{y}(t) + 2\,y(t) = 4u(t)$ si ottiene la seguente uscita a regime:

- ◯ $y(t) = \frac{4}{\sqrt{2}}\sin(2t + 45^o)$
- ◯ $y(t) = \frac{4}{\sqrt{2}}\sin(2t - 45^o)$
- ◯ $y(t) = \frac{2}{\sqrt{2}}\sin(2t + 45^o)$
- ◯ $y(t) = \frac{2}{\sqrt{2}}\sin(2t - 45^o)$

9. Il metodo della Trasformata di Laplace nella risoluzione di equazioni differenziali lineari a parametri concentrati

- ◯ permette di calcolare la risposta libera del sistema
- ◯ permette di calcolare la risposta forzata del sistema
- ◯ può essere utilizzato solo nel caso di equazioni tempo invarianti
- ◯ può essere utilizzato anche nel caso di equazioni tempo varianti

10. Linearizzando il sistema

$$\begin{cases} \dot{x}_1 &= -2x_1 + (\sin^2(x_1) + 1)x_2 + 2u \\ \dot{x}_2 &= x_2 \\ y &= x_1 + \cos(x_2)u \end{cases}$$

intorno al punto di equilibrio $\bar{x} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}$, $\bar{u} = 0$ si ottiene un sistema Lineare Tempo-Invariante caratterizzato dalle matrici

- ◯ $A = \begin{bmatrix} -2 & 1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$, $B = \begin{bmatrix} 2 \\ 0 \end{bmatrix}$, $C = [1 \;\; 0]$, $D = 1$
- ◯ $A = \begin{bmatrix} -2 & 1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$, $B = \begin{bmatrix} 2 \\ 0 \end{bmatrix}$, $C = [1 \;\; 0]$, $D = 0$
- ◯ $A = \begin{bmatrix} -2 & 1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$, $B = \begin{bmatrix} 2 \\ 0 \end{bmatrix}$, $C = [1 \;\; 1]$, $D = 1$
- ◯ $A = \begin{bmatrix} -2 & 1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$, $B = \begin{bmatrix} 2 \\ 0 \end{bmatrix}$, $C = [1 \;\; 1]$, $D = 0$

Cognome: Nome: N. Matr.: ☐☐☐☐☐☐

Ho seguito il corso con Prof. Giarré ☐ Prof. Biagiotti ☐

Controlli Automatici - Parte A

Ingegneria Meccanica e Ingegneria del Veicolo

Compito del 17 luglio 2018 - Esercizi

Rispondere in maniera analitica ai seguenti quesiti (gli studenti dovranno rispondere ai quesiti contrassegnati solo con lettere o col nome del docente di cui hanno seguito il corso più una lettera). I problemi e le domande a risposta aperta si ritengono superati se vengono conseguiti almeno metà dei punti totali (11 su 22), diversamente il compito verrà ritenuto insufficiente a prescindere dal risultato della prima prova.

a) Determinare la trasformata di Laplace $X_i(s)$ dei seguenti segnali temporali $x_i(t)$:

$$x_1(t) = \left(5 + e^{-3\,t}\right)\cos(3\,t), \qquad x_2(t) = 2\left(\delta(t) + 1 + t^3\,e^{-t}\right)$$

Giarré - b) Dato il sistema definito nello spazio degli stati come

$$\begin{cases} \dot{x}(t) &= Ax(t) + Bu(t) \\ y(t) &= Cx(t) + Du(t) \end{cases}$$

con $A = \begin{bmatrix} -4 & -1 \\ 4 & 0 \end{bmatrix}$, $B = \begin{bmatrix} 2 \\ 0 \end{bmatrix}$, $C = \begin{bmatrix} 0.5 & 0 \end{bmatrix}$, $D = \begin{bmatrix} 1 \end{bmatrix}$

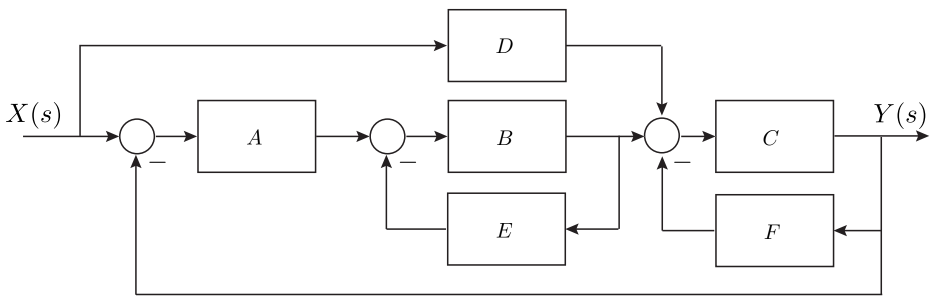
b.1) Determinare la corrispondente funzione di trasferimento $G(s) = \dfrac{Y(s)}{U(s)}$;

b.2) Calcolare analiticamente la risposta all'impulso di $G(s)$.

Biagiotti - b) Calcolare la risposta impulsiva $g_i(t)$ delle seguenti funzioni di trasferimento $G_i(s)$:

$$G_1(s) = \frac{9s^2 + 32s + 24}{s^3 + 6s^2 + 8s}, \qquad G_2(s) = \frac{s-1}{(s+2)^2\,(s+1)}$$

c) Dato il seguente schema a blocchi:

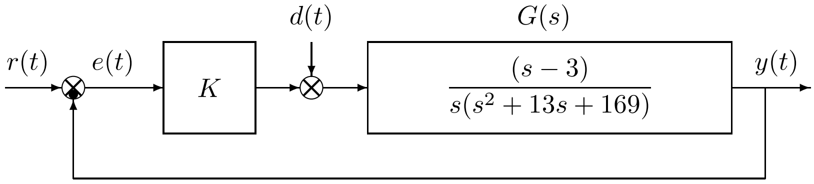


utilizzando la formula di Mason calcolare la funzione di trasferimento $G(s)$ che lega l'ingresso $X(s)$ all'uscita $Y(s)$.

d) Sia data la funzione di trasferimento $G(s) = \dfrac{100(s+5)(s+0.1)}{(s^2+6s+49)(s+10)(1+10s)^2}$

Disegnare l'andamento qualitativo della risposta $y(t)$ a un gradino in ingresso di ampiezza 5, $x(t) = 5$. Calcolare il valore a regime y_∞ dell'uscita $y(t)$ del sistema, stimare qualitativamente il tempo di assestamento T_a del sistema e il periodo T_ω dell'eventuale oscillazione smorzata.

e) Sia dato il seguente sistema retroazionato:



e.1) Determinare per quali valori del parametro K il sistema retroazionato è asintoticamente stabile.

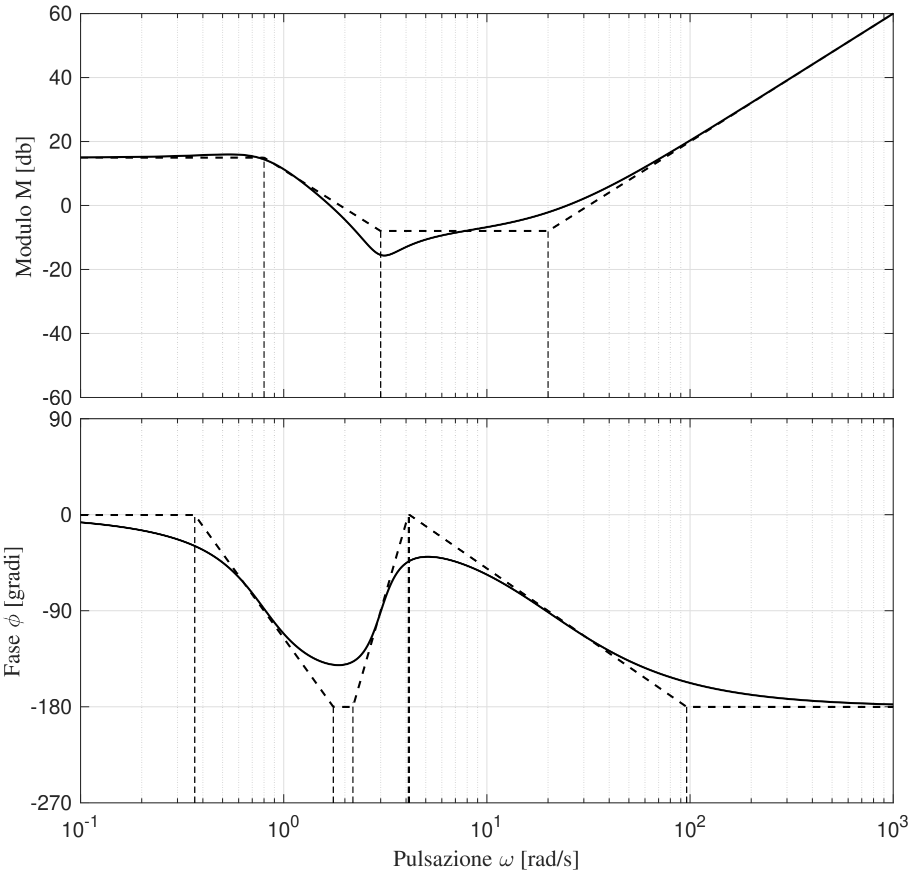
e.2) Posto $K = -100$, calcolare l'errore a regime e_∞ quando sul sistema retroazionato agiscono contemporaneamente il segnale di riferimento $r(t) = 4 + 2t$ e il disturbo $d(t) = 2\sin(2t)$

e.3) Tracciare (nello schema fornito in allegato) i diagrammi asintotici di Bode delle ampiezze e delle fasi della funzione $G(s)$.

Biagiotti - e.4) Tracciare qualitativamente il luogo delle radici del sistema retroazionato valori negativi del parametro K. Determinare esattamente gli asintoti, il centro degli asintoti, le intersezioni con l'asse immaginario e i corrispondenti valori del guadagno K.

Giarré - e.4) Disegnare qualitativamente il diagramma di Nyquist della funzione di risposta armonica $G(j\omega)$ per valori positivi della pulsazione. Calcolare esattamente la posizione σ_0 di un eventuale asintoto, le eventuali intersezioni con l'asse reale e i corrispondenti valori delle pulsazioni.

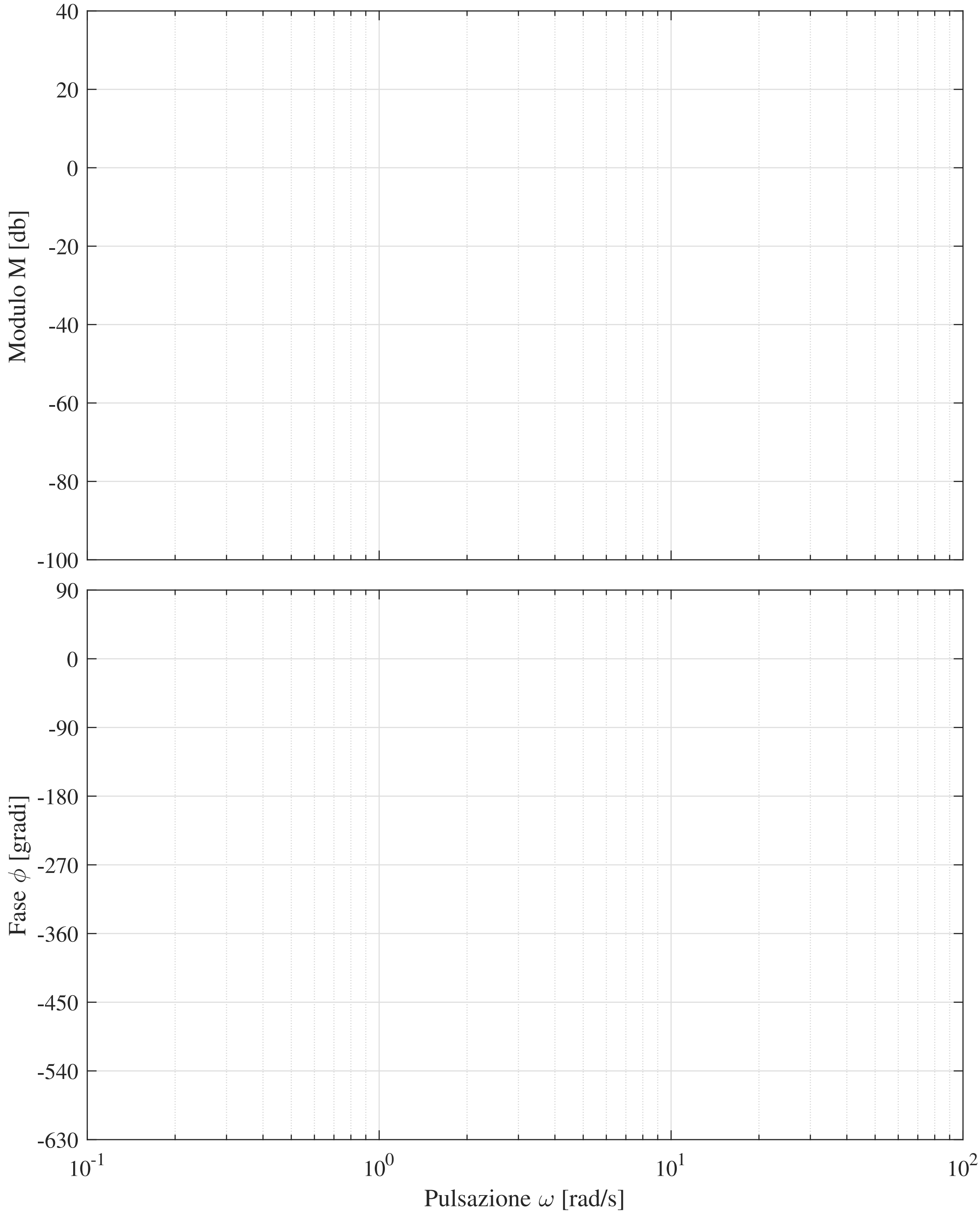
f) Si faccia riferimento al diagrammi di Bode delle ampiezze e delle fasei della funzione $G(s)$ mostrati in figura.



f.1) Si richiede di ricavare l'espressione analitica della funzione $G(s)$.

f.2) La funzione $G(s)$ può rappresentare un sistema fisico? Si chiede di rispondere motivando la risposta.

Cognome: Nome: N. Matr.:



Cognome: Nome: N. Matr.:☐☐☐☐☐☐

Ho seguito il corso con Prof Giarré ☐ Prof. Biagiotti ☐

Controlli Automatici - Parte A

Ingegneria Meccanica e Ingegneria del Veicolo

Compito del 17 luglio 2018 - Quiz

Per ciascuno dei seguenti quesiti (si considerino solo le domande numerate normalmente o che recano il nome del docente con cui si è seguito il corso), segnare con una crocetta le risposte che si ritengono corrette. Alcuni quesiti possono avere più risposte corrette.
I quiz si ritengono superati se vengono individuate almeno metà delle risposte esatte (punti 5.5 su 11), diversamente il compito verrà ritenuto insufficiente a prescindere dal risultato della seconda prova.

1. Quali dei seguenti sistemi sono asintoticamente stabili?

   ○ $G(s) = \dfrac{s+2}{s(s+3)(2s+1)}$ ⊗ $G(s) = \dfrac{s-2}{(3s+1)(s+4)}$

   ⊗ $G(s) = \dfrac{s+2}{(s+1)^2(s+3)}$ ○ $G(s) = \dfrac{s+2}{(3s+1)(s^2+4)}$

2. La funzione di trasferimento $G(s) = \frac{Y(s)}{X(s)} = \dfrac{2s^2+s+3}{5s^3+s^2+3s}$ corrisponde all'equazione differenziale:

   ○ $3\dot{x}(t) + \ddot{x}(t) + 5\dddot{x}(t) = 3y(t) + \dot{y}(t) + 2\ddot{y}(t)$

   ○ $3y(t) + \dot{y}(t) + 5\ddot{y}(t) = 3x(t) + \dot{x}(t) + 2\ddot{x}(t)$

   ⊗ $3\dot{y}(t) + \ddot{y}(t) + 5\dddot{y}(t) = 3x(t) + \dot{x}(t) + 2\ddot{x}(t)$

   ○ nessuna delle precedenti

3. I due poli di un sistema del secondo ordine sono univocamente determinati se vengono assegnate le seguenti specifiche

   ⊗ coefficiente di smorzamento δ e tempo di assestamento T_a

   ○ massima sovraelongazione S e picco di risonanza M_R

   ⊗ tempo di assestamento T_a e picco di risonanza M_R

4. La derivata iniziale della risposta al gradino unitario del sistema $G(s) = \dfrac{s+3}{s^2+9s}$ è pari a:

   ○ 0

   ○ ∞

   ⊗ 1

   ○ 1/3

5. Dato il sistema $G(s) = \dfrac{(s+3)^2}{s^2(s^2+4s+25)}$ posto in retroazione unitaria negativa (che si suppone stabile) risulta

   ⊗ errore a regime nullo per ingresso a gradino

   ⊗ errore a regime nullo per ingresso a rampa

   ○ errore a regime nullo per ingresso a parabola

   ○ errore a regime limitato ma non nullo per ingresso a rampa

6. Per $\omega = 1/a$ il diagramma "reale" di Bode delle ampiezze della funzione $G(j\omega) = \frac{1}{(1+j\,a\,\omega)^2}$ (con $a > 0$)

   - ◯ vale $\frac{1}{\sqrt{2}}$
   - ◯ vale 1
   - ⊗ vale $1/2$
   - ◯ vale $\simeq -3$ dB

7. La funzione di risposta armonica $F(\omega)$ di un sistema lineare tempo-invariante

   - ⊗ determina univocamente la funzione di trasferimento $G(s)$ del sistema
   - ⊗ è determinata univocamente dalla funzione di trasferimento $G(s)$ del sistema
   - ◯ non è definibile se il corrispondente sistema $G(s)$ presenta degli zeri a parte reale positiva
   - ◯ non è determinabile sperimentalmente se il corrispondente sistema $G(s)$ presenta degli zeri a parte reale positiva

8. Applicando l' ingresso $u(t) = \sin(2t)$ al sistema $\dot{y}(t) + 2\,y(t) = 4u(t)$ si ottiene la seguente uscita a regime:

   - ◯ $y(t) = \frac{4}{\sqrt{2}} \sin(2t + 45^o)$
   - ◯ $y(t) = \frac{4}{\sqrt{2}} \sin(2t - 45^o)$
   - ◯ $y(t) = \frac{2}{\sqrt{2}} \sin(2t + 45^o)$
   - ⊗ $y(t) = \frac{2}{\sqrt{2}} \sin(2t - 45^o)$

9. Il metodo della Trasformata di Laplace nella risoluzione di equazioni differenziali lineari a parametri concentrati

   - ⊗ permette di calcolare la risposta libera del sistema
   - ⊗ permette di calcolare la risposta forzata del sistema
   - ⊗ può essere utilizzato solo nel caso di equazioni tempo invarianti
   - ◯ può essere utilizzato anche nel caso di equazioni tempo varianti

10. Linearizzando il sistema
$$\begin{cases} \dot{x}_1 &= -2x_1 + (\sin^2(x_1) + 1)x_2 + 2u \\ \dot{x}_2 &= x_2 \\ y &= x_1 + \cos(x_2)u \end{cases}$$
intorno al punto di equilibrio $\bar{x} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}$, $\bar{u} = 0$ si ottiene un sistema Lineare Tempo-Invariante caratterizzato dalle matrici

   - ⊗ $A = \begin{bmatrix} -2 & 1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$, $B = \begin{bmatrix} 2 \\ 0 \end{bmatrix}$, $C = [1 \;\; 0]$, $D = 1$
   - ◯ $A = \begin{bmatrix} -2 & 1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$, $B = \begin{bmatrix} 2 \\ 0 \end{bmatrix}$, $C = [1 \;\; 0]$, $D = 0$
   - ◯ $A = \begin{bmatrix} -2 & 1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$, $B = \begin{bmatrix} 2 \\ 0 \end{bmatrix}$, $C = [1 \;\; 1]$, $D = 1$
   - ◯ $A = \begin{bmatrix} -2 & 1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$, $B = \begin{bmatrix} 2 \\ 0 \end{bmatrix}$, $C = [1 \;\; 1]$, $D = 0$

Cognome: Nome: N. Matr.: □□□□□□

Ho seguito il corso con Prof. Giarré □ Prof. Biagiotti □

Controlli Automatici - Parte A

Ingegneria Meccanica e Ingegneria del Veicolo

Compito del 17 luglio 2018 - Esercizi

Rispondere in maniera analitica ai seguenti quesiti (gli studenti dovranno rispondere ai quesiti contrassegnati solo con lettere o col nome del docente di cui hanno seguito il corso più una lettera). I problemi e le domande a risposta aperta si ritengono superati se vengono conseguiti almeno metà dei punti totali (11 su 22), diversamente il compito verrà ritenuto insufficiente a prescindere dal risultato della prima prova.

a) Determinare la trasformata di Laplace $X_i(s)$ dei seguenti segnali temporali $x_i(t)$:

$$x_1(t) = \left(5 + e^{-3\,t}\right)\cos(3\,t), \qquad x_2(t) = 2\left(\delta(t) + 1 + t^3\,e^{-t}\right)$$

SOLUZIONE:

$$X_1(s) = \frac{5\,s}{s^2+9} + \frac{s+3}{(s+3)^2+9}, \qquad X_2(s) = 2 + \frac{2}{s} + \frac{12}{(s+1)^4}$$

Giarré - b) Dato il sistema definito nello spazio degli stati come

$$\begin{cases} \dot{x}(t) &= Ax(t) + Bu(t) \\ y(t) &= Cx(t) + Du(t) \end{cases}$$

con $A = \begin{bmatrix} -4 & -1 \\ 4 & 0 \end{bmatrix}$, $B = \begin{bmatrix} 2 \\ 0 \end{bmatrix}$, $C = \begin{bmatrix} 0.5 & 0 \end{bmatrix}$, $D = \begin{bmatrix} 1 \end{bmatrix}$

b.1) Determinare la corrispondente funzione di trasferimento $G(s) = \dfrac{Y(s)}{U(s)}$;

SOLUZIONE:
Calcolando $G(s) = B\,(sI_2 - A)^{-1}\,C + D$ si ottiene

$$G(s) = \frac{s^2+4s+5}{s^2+4s+4}$$

b.2) Calcolare analiticamente la risposta all'impulso di $G(s)$.

SOLUZIONE:
La risposta all'impulso di $G(s)$ ovvero la sua antitrasformata di Laplace puó essere ottenuta scomponendo $G(s)$ come

$$G(s) = 1 + \frac{s}{(s+2)^2}$$

dove la costante 1 dipende dal fatto che la funzione di trasferimento $G(s)$ ha grado relativo nullo. Pertanto, antitrasformando, risulta

$$y(t) = 1\delta(t) + e^{-2t} - 2te^{-2t}.$$

Biagiotti - b) Calcolare la risposta impulsiva $g_i(t)$ delle seguenti funzioni di trasferimento $G_i(s)$:

$$G_1(s) = \frac{9s^2+32s+24}{s^3+6s^2+8s}, \qquad G_2(s) = \frac{s-1}{(s+2)^2\,(s+1)}$$

SOLUZIONE:
La funzione $G_1(s)$ può essere riscritta come

$$G_1(s) = \frac{1}{s+2} + \frac{5}{s+4} + \frac{3}{s}$$

pertanto la sua risposta impulsiva risulta

$$g_1(t) = e^{-2t} + 5e^{-4t} + 3.$$

La funzione $G_2(s)$ può essere riscritta come

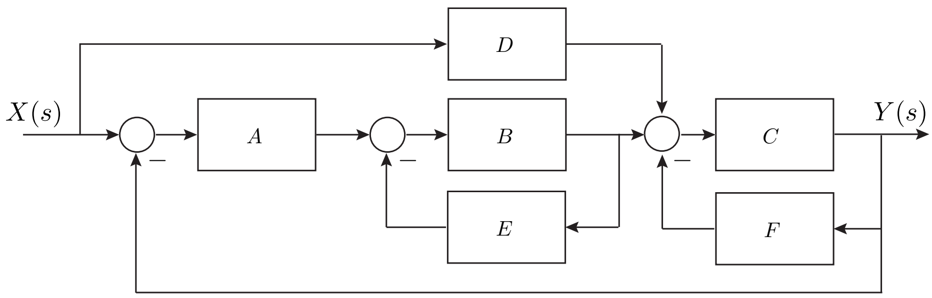
$$G_2(s) = \frac{2}{s+2} + \frac{3}{(s+2)^2} - \frac{2}{s+1}$$

di conseguenza la sua risposta impulsiva risulta

$$g_2(t) = 2\,e^{-2t} + 3t\,e^{-2t} - 2\,e^{-t}$$

---

c) Dato il seguente schema a blocchi:



utilizzando la formula di Mason calcolare la funzione di trasferimento $G(s)$ che lega l'ingresso $X(s)$ all'uscita $Y(s)$.

SOLUZIONE:

$$G(s) = \frac{Y(s)}{X(s)} = \frac{ABC + DC(1+BE)}{1 + BE + CF + ABC + BECF}$$

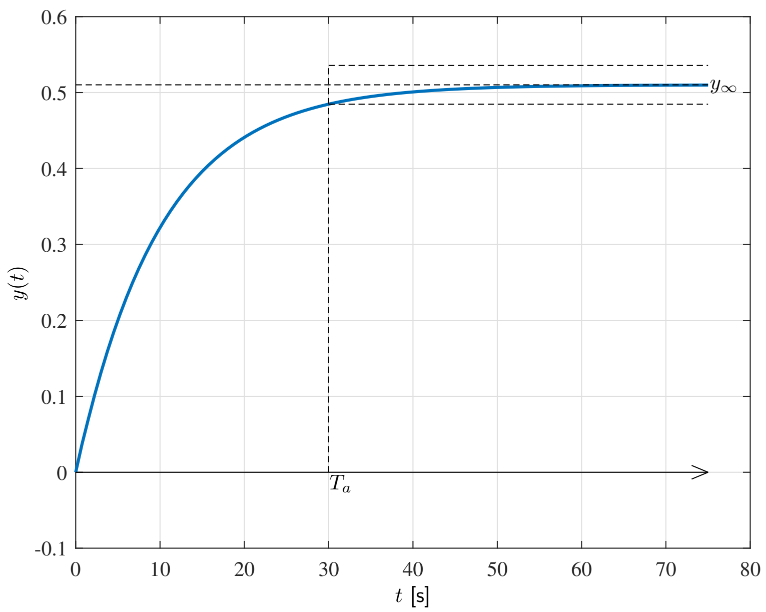
---

d) Sia data la funzione di trasferimento $G(s) = \dfrac{100(s+5)(s+0.1)}{(s^2+6s+49)(s+10)(1+10s)^2}$

Disegnare l'andamento qualitativo della risposta $y(t)$ a un gradino in ingresso di ampiezza 5, $x(t) = 5$. Calcolare il valore a regime y_∞ dell'uscita $y(t)$ del sistema, stimare qualitativamente il tempo di assestamento T_a del sistema e il periodo T_ω dell'eventuale oscillazione smorzata.

SOLUZIONE:

Il sistema ha un polo dominante reale $p = -0.1$ pertanto la risposta al gradino sarà di tipo aperiodico, come mostrato in figura



Il valore a regime dell'uscita per un gradino in ingresso di ampiezza $A = 2$ risulta

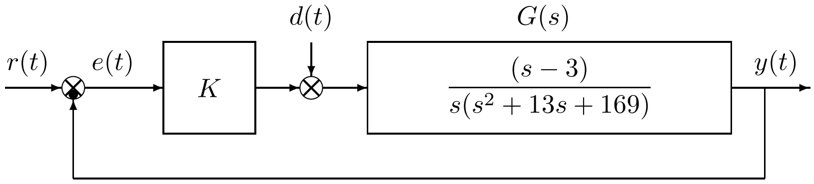
$$y_\infty = A\,G(0) = 5 \cdot 0.1020 = 0.51$$

Il tempo di assestamento T_a è

$$T_a = \frac{3}{|p|} = \frac{3}{0.1} = 30 \text{ s},$$

e il periodo dell'oscillazione non esiste.

e) Sia dato il seguente sistema retroazionato:



e.1) Determinare per quali valori del parametro K il sistema retroazionato è asintoticamente stabile.

SOLUZIONE:

l'equazione caratteristica del sistema retroazionato è

$$1 + K\frac{(s-3)}{s(s^2+13s+169)} = 0 \qquad \rightarrow \qquad s^3 + 13s^2 + (169+K)s - 3K = 0$$

La corrispondente tabella di Routh è la seguente

$$\begin{array}{c|cc} 3 & 1 & 169+K \\ 2 & 13 & -3K \\ 1 & 2197+16K & \\ 0 & -3K & \end{array} \qquad \begin{array}{l} \\ \\ \rightarrow \; K > -137.3 \\ \rightarrow \; K < 0 \end{array}$$

Quindi il sistema retroazionato è asintoticamente stabile per:

$$K^\star = -137.3 < K < 0$$

La pulsazione $\omega^\star$ corrispondente al valore limite K^* è:

$$\omega^\star = \sqrt{\frac{-3K^\star}{13}} \simeq 5.63 \text{ rad/s}$$

---

e.2) Posto $K = -100$, calcolare l'errore a regime e_∞ quando sul sistema retroazionato agiscono contemporaneamente il segnale di riferimento $r(t) = 4 + 2t$ e il disturbo $d(t) = 2\sin(2t)$

SOLUZIONE:

Dato che il sistema è lineare e soggetto quindi alla sovrapposizione degli effetti, l'errore $E(s)$, espresso mediante la trasformata di Laplace, risulterà:

$$E(s) = E_r(s) + E_d(s)$$

dove $E_r(s)$ è l'errore dovuto al riferimento mentre $E_d(s)$ è l'errore dovuto al disturbo. L'errore $e_r(\infty)$ dovuto al riferimento costante sarà nullo, essendo il sistema considerato di tipo 1, mentre è necessario calcolare l'errore di inseguimento del riferimento a rampa, che è dato da:

$$e_{r\infty} = \frac{R_0}{K_v} = \frac{2}{1.7751} = 1.1267$$

dove $R_0 = 2$ è la pendenza della rampa e K_v è dato da

$$\lim_{s\to 0} s\,KG(s) = 1.7751$$

Per quanto riguarda il calcolo dell'errore dovuto al disturbo $d(t)$:

$$E_d(s) = F_d(s)D(s)$$

dove $D(s)$ è la trasformata di Laplace di $d(t)$ e $F_d(s)$ è la funzione di trasferimento tra $D(s)$ e $E_d(s)$ che vale

$$F_d(s) = -\frac{G(s)}{1+KG(s)} = \frac{-(s-3)}{s^3+13s^2+69s+300}.$$

Essendo $d(t)$ sinusoidale è possibile sfruttare il concetto di risposta armonica ottenendo $e_{d\infty}(t) = 2\,|F_d(j2)|\sin(2t + \arg\{F_d(j2)\})$ con $|F_d(j2)| = 0.0129$ e $\arg\{F_d(j2)\} = 298.6467^o = 5.2124$ rad.
In conclusione,

$$e_\infty = e_{r\infty} + e_{d\infty} = 1.1267 + 0.0258\sin(2t + 5.2124).$$

---

e.3) Tracciare (nello schema fornito in allegato) i diagrammi asintotici di Bode delle ampiezze e delle fasi della funzione $G(s)$.

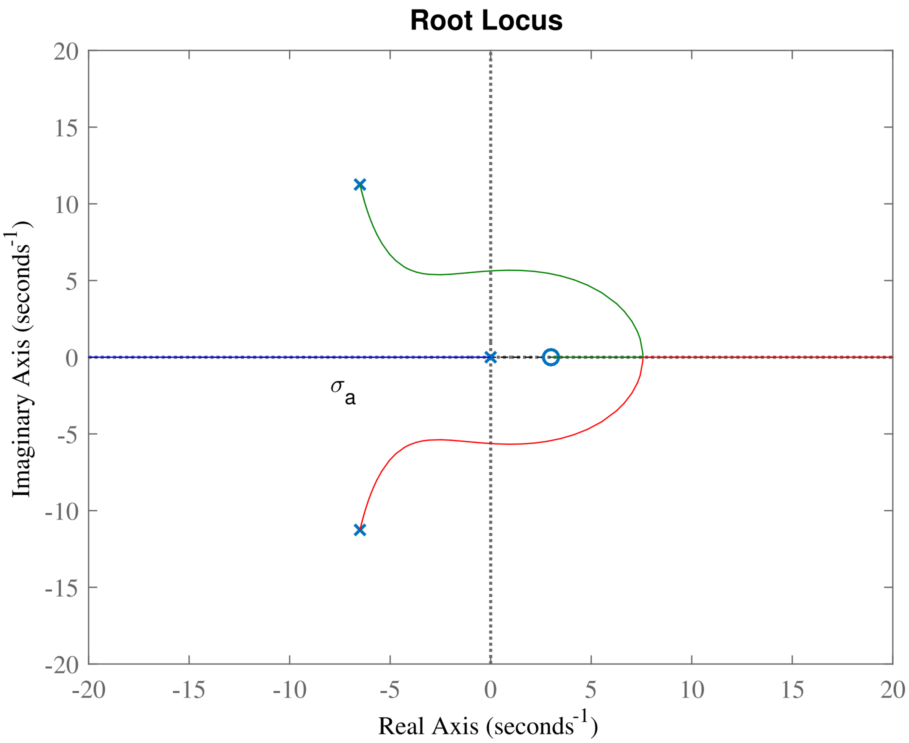
SOLUZIONE:
Vedi figura in fondo.

Biagiotti - e.4) Tracciare qualitativamente il luogo delle radici del sistema retroazionato valori negativi del parametro K. Determinare esattamente gli asintoti, il centro degli asintoti, le intersezioni con l'asse immaginario e i corrispondenti valori del guadagno K.

SOLUZIONE:
Essendo 2 il grado relativo del sistema, esistono 2 asintoti che formano una stella con centro nel punto sull'asse reale di ascissa

$$\sigma_a = \frac{1}{2}(-13 - 3) = -8$$

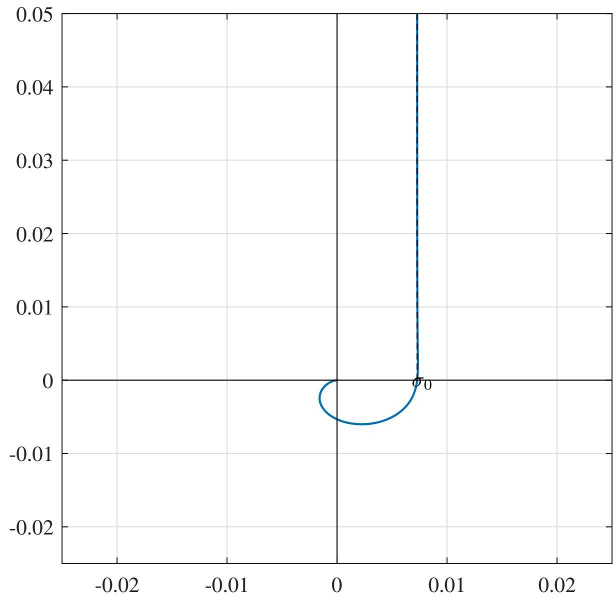
e che in questo caso appartengono all'asse reale. Il luogo delle radici finale è riportato nella seguente figura.



Dall'analisi svolta mediante il criterio di Routh, risulta che il luogo delle radici attraversa l'asse immaginario in corrispondenza di $\pm j\omega^* = \pm j5.63$ per $K = K^* = -137.3$.

Giarré - e.4) Disegnare qualitativamente il diagramma di Nyquist della funzione di risposta armonica $G(j\omega)$ per valori positivi della pulsazione. Calcolare esattamente la posizione σ_0 di un eventuale asintoto, le eventuali intersezioni con l'asse reale e i corrispondenti valori delle pulsazioni.

SOLUZIONE:
Il diagramma di Nyquist della funzione $G(s)$ è riportato in figura.



Le funzioni approssimanti $G_0(s)$ e $G_\infty(s)$ per $\omega \to 0$ ed $\omega \to \infty$ sono le seguenti:

$$G_0(s) = \frac{-0.0178}{s}, \qquad G_\infty(s) = \frac{1}{s^2}.$$

Le corrispondenti fasi φ_0 e φ_∞ hanno il seguente valore:

$$\varphi_0 = -\frac{3\pi}{2} = \frac{\pi}{2}, \qquad \varphi_\infty = -\pi.$$

Il diagramma parte all'infinito con fase iniziale $\varphi_0 = \frac{\pi}{2}$ e giunge nell'origine con fase finale $\varphi_\infty = -\pi$.
Il parametro Δ_τ vale

$$\Delta_\tau = -\frac{1}{3} - \frac{1}{13} = -0.4103 < 0$$

pertanto il diagramma parte in ritardo rispetto alla fase iniziale φ_0.
Il sistema è di tipo 1 pertanto esiste un asintoto verticale la cui ascissa è

$$\sigma_0 = -0.0178 \cdot \Delta_\tau = 0.0073.$$

Il parametro Δ_p vale

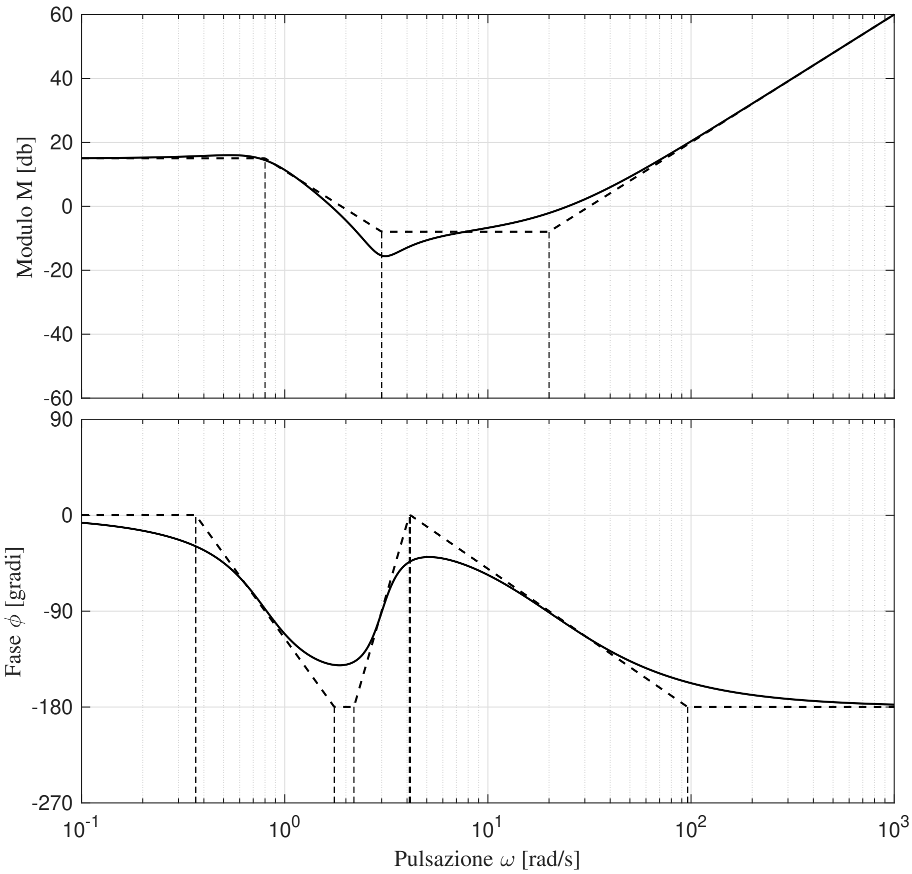
$$\Delta_p = 3 + 13 = 16 > 0$$

pertanto il diagramma arriva in anticipo rispetto alla fase finale φ_∞. Lo sfasamento complessivo è $\Delta\varphi = -\frac{3}{2}\pi$.
Dal diagramma risulta inoltre esistere un'intersezione con l'asse reale negativo, che in virtù dell'analisi svolta con Routh al primo punto risulta essere pari a

$$\sigma^\star = -\frac{1}{K^\star} = -\frac{1}{(-137.3)} = 0.0073.$$

---

f) Si faccia riferimento al diagrammi di Bode delle ampiezze e delle fasei della funzione $G(s)$ mostrati in figura.



f.1) Si richiede di ricavare l'espressione analitica della funzione $G(s)$.

SOLUZIONE:

$$G(s) = \frac{5.6250(\frac{1}{9}s^2 + \frac{1.2}{9}s + 1)(-\frac{1}{20}s + 1)^2}{(\frac{1}{0.64}s^2 + \frac{0.8}{0.64}s + 1)} = \frac{0.001(s^2 + 1.2s + 9)(s - 20)^2}{(s^2 + 0.8s + 0.64)}$$

dove il valore $\mu \simeq 5.625$ si determina direttamente leggendo dal diagramma di Bode il valore del modulo in bassa frequenza della $G(s)$

$$|G(0)| \simeq 15 \text{ db} \simeq 5.62$$

Il segno sarà positivo poichè il sistema ha fase iniziale nulla.

In corrispondenza di $\omega = 0.8$ rad/s è presente una coppia di poli complessi coniugati stabili (essendo lo sfasamento -180^o) caratterizzati da $\delta = 0.5$ (come si evince dal fatto che diagramma asintotico e diagramma reale si intersecano proprio in corrispondenza del punto di rottura in 0.8).

In corrispondenza di $\omega = 3$ rad/s è presente una coppia di zeri complessi coniugati stabili (sfasamento $+180^o$) con $\zeta = 0.2$. Infatti

$$\zeta = \frac{M_{\alpha_n}}{2} \simeq \frac{0.4}{2} = 0.2.$$

La distanza $M_{\alpha_n} \simeq -8$ db $\simeq 0.4$ si legge dal diagramma di Bode dei moduli.

In corrispondenza di $\omega = 20$ rad/s è presente una coppia di zeri reali coincidenti, infatti il diagramma reale si trova tutto al di sopra della sua approssimazione asintotica. Il loro segno è positivo (quindi sono instabili) essendo lo sfasamento prodotto pari a -180^o.

f.2) La funzione $G(s)$ può rappresentare un sistema fisico? Si chiede di rispondere motivando la risposta.

SOLUZIONE:

Avendo più zeri che poli il sistema $G(s)$ non è fisicamente realizzabile e quindi non può rappresentare alcun sistema fisico.

Cognome: Nome: N. Matr.: