Cognome: Nome: N. Matr.: ☐☐☐☐☐☐

Ho seguito il corso con Prof Giarré ☐ Prof. Biagiotti ☐

Controlli Automatici - Parte A

Ingegneria Meccanica e Ingegneria del Veicolo

Compito del 1 febbraio 2018 - Quiz

Per ciascuno dei seguenti quesiti (si considerino solo le domande numerate normalmente o che recano il nome del docente con cui si è seguito il corso), segnare con una crocetta le risposte che si ritengono corrette. Alcuni quesiti possono avere più risposte corrette.
I quiz si ritengono superati se vengono individuate almeno metà delle risposte esatte (punti 5.5 su 11), diversamente il compito verrà ritenuto insufficiente a prescindere dal risultato della seconda prova.

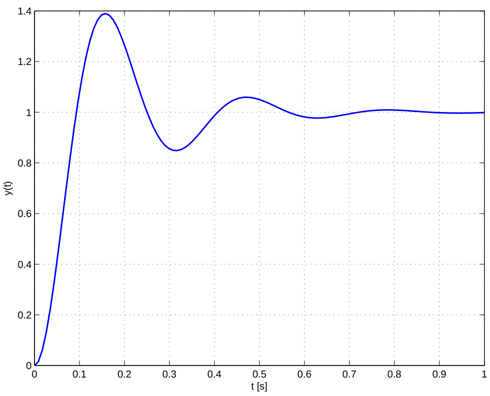
1. Quali dei seguenti sistemi sono asintoticamente stabili?

   ◯ $G(s) = \dfrac{s+2}{s(s+3)(2s+1)}$ ◯ $G(s) = \dfrac{s-2}{(3s+1)(s^2+4)}$

   ◯ $G(s) = \dfrac{s+2}{(s+1)^2(s+3)}$ ◯ $G(s) = \dfrac{s+2}{(3s+1)(s^2+s+4)}$

2. A partire dalla risposta al gradino unitario mostrata in figura è possibile stimare la posizione dei poli dominanti del sistema?

   ◯ sì, $p \approx -0.15 \pm j0.5$
   ◯ sì, $p \approx -1.5 \pm j2$
   ◯ sì, $p \approx -6 \pm j20$
   ◯ no



3. L'evoluzione libera del sistema $2\,\dot{y}(t) + b\,y(t) = 0$ partendo dalla condizione iniziale $y(0) = 3$ è:

   ◯ $y(t) = 3(1 - e^{-\frac{2}{b}\,t})$
   ◯ $y(t) = 3\,e^{-\frac{2}{b}\,t}$
   ◯ $y(t) = \frac{3}{2}\,e^{-\frac{b}{2}\,t}$
   ◯ $y(t) = 3\,e^{-\frac{b}{2}\,t}$

4. Il valore iniziale della risposta all'impulso $g(t)$ del sistema $G(s) = \dfrac{5s+1}{s^2+3s+4}$ vale:

   ◯ 5
   ◯ 1/4
   ◯ 0
   ◯ ∞

5. La funzione di trasferimento $G(s) = \frac{Y(s)}{X(s)}$ corrispondente all'equazione differenziale $2\dddot{y} + 4\dot{y} + y = \ddot{x} + 5\dot{x} + 3x$ è:

   ◯ $G(s) = \dfrac{s^2+5s+3}{2s^3+4s^2+s}$
   ◯ $G(s) = \dfrac{s^2+5s+3}{2s^3+4s+1}$
   ◯ $G(s) = \dfrac{2s^3+4s+1}{s^2+5s+3}$

6. Se al sistema $y(t) + \dot{y}(t) = 2u(t)$ si applica l' ingresso $u(t) = \sin(t)$, a regime l'uscita sarà:
   - ○ $y(t) = \frac{1}{\sqrt{2}} \sin(t + 45^o)$
   - ○ $y(t) = \frac{2}{\sqrt{2}} \sin(t - 45^o)$
   - ○ $y(t) = \frac{2}{\sqrt{2}} \sin(t + 45^o)$
   - ○ $y(t) = \frac{1}{\sqrt{2}} \sin(t - 45^o)$
7. Se la funzione d'anello $L(s)$ di un sistema retroazionato presenta un polo nell'origine:
   - ○ l'errore a regime per ingresso a gradino è nullo
   - ○ l'errore a regime per ingresso a rampa è nullo
   - ○ l'errore a regime per ingresso a rampa è diverso da zero e costante
   - ○ l'errore a regime per ingresso a parabola è infinito
8. In un sistema del secondo ordine a poli complessi coniugati e privo di zeri il picco di risonanza M_R rimane costante al variare della posizione dei poli nel piano complesso:
   - ○ su due semirette uscenti dall'origine
   - ○ su di una circonferenza con centro nell'origine
   - ○ su di una circonferenza con centro in -1
   - ○ su di una retta parallela all'asse immaginario
9. Considerando l'ingresso di equilibrio $\bar{u} = 1$, indicare queli dei seguenti risultano stati di equilibrio per il sistema non lineare $\begin{cases} \dot{x}_1(t) & = & x_1^3(t) + u(t) \\ \dot{x}_2(t) & = & x_1(t) + x_2^2(t) \end{cases}$

   ○ $\bar{x} = \begin{bmatrix} -1 \\ -1 \end{bmatrix}$ ○ $\bar{x} = \begin{bmatrix} -1 \\ 1 \end{bmatrix}$ ○ $\bar{x} = \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \end{bmatrix}$ ○ $\bar{x} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}$
10. Il diagramma di Bode delle ampiezze di un sistema $G(s)$ di tipo 2 e avente grado relativo 3 presenta:
    - ○ pendenza di -40dB/dec per $\omega \to 0$ e pendenza di -60dB/dec per $\omega \to \infty$
    - ○ pendenza di -60dB/dec per $\omega \to 0$ e pendenza di -40dB/dec per $\omega \to \infty$
    - ○ pendenza di -20dB/dec per $\omega \to 0$ e pendenza di -30dB/dec per $\omega \to \infty$
    - ○ pendenza di $+40$dB/dec per $\omega \to 0$ e pendenza di $+60$dB/dec per $\omega \to \infty$

Cognome: Nome: N. Matr.: ☐☐☐☐☐☐

Ho seguito il corso con Prof. Giarré ☐ Prof. Biagiotti ☐

Controlli Automatici - Parte A

Ingegneria Meccanica e Ingegneria del Veicolo

Compito del 1 febbraio 2018 - Esercizi

Rispondere in maniera analitica ai seguenti quesiti (gli studenti dovranno rispondere ai quesiti contrassegnati solo con lettere o col nome del docente di cui hanno seguito il corso più una lettera). I problemi e le domande a risposta aperta si ritengono superati se vengono conseguiti almeno metà dei punti totali (11 su 22), diversamente il compito verrà ritenuto insufficiente a prescindere dal risultato della prima prova.

a) Determinare la trasformata di Laplace $X_i(s)$ dei seguenti segnali temporali $x_i(t)$:

$$x_1(t) = \begin{cases} 0 & t < 3 \\ e^{-5(t-3)}(t-3)^2 & t \geq 3 \end{cases}, \qquad x_2(t) = 1 + t^3\, e^{2-4\,t}$$

Giarrè - b) Dato il seguente sistema SISO lineare tempo invariante:

$$\begin{aligned} \dot{x}(t) &= \begin{bmatrix} -1 & 2 & 3 \\ 0 & 2 & -1 \\ 0 & 1 & 4 \end{bmatrix} x(t) + \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} u(t) \\ y(t) &= [1 \quad 1 \quad 0]\, x(t) \end{aligned}$$

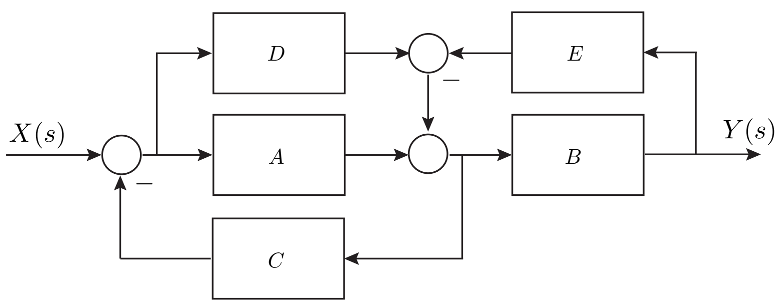
1. Ricavare la corrispondente funzione di trasferimento $G(s)$.
2. Calcolare in maniera analitica l'evoluzione dell'uscita $y(t)$ con un ingresso a gradino unitario e condizioni iniziali $x(0) = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$

Biagiotti - b) Dato il sistema lineare tempo-invariante descritto dall'equazione differenziale

$$\ddot{y}(t) + 4\dot{y}(t) + 3y(t) = -6x(t)$$

dove $y(t)$ e $x(t)$ rappresentano rispettivamente il segnale di uscita e quello di ingresso, calcolare analiticamente l'evoluzione $y(t)$ a partire dalle condizioni iniziali $y(0) = 3$ e $\dot{y}(0) = -4$ e considerando l'ingresso $x(t) = e^{-3t}$.

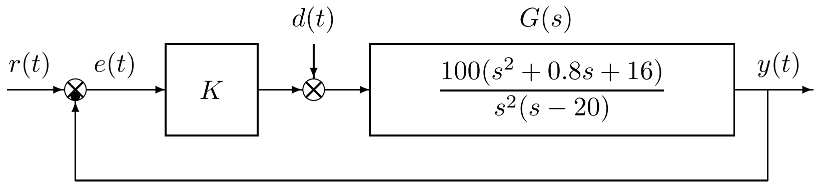
c) Dato il seguente schema a blocchi:



utilizzando la formula di Mason calcolare la funzione di trasferimento $G(s)$ che lega l'ingresso $X(s)$ all'uscita $Y(s)$.

d) Sia data la funzione di trasferimento $G(s) = \dfrac{1 + 2.4s}{(s+0.4)(s^2+3s+25)(1+0.01s)}$
Disegnare l'andamento qualitativo della risposta $y(t)$ a un gradino in ingresso di ampiezza 20, $x(t) = 20$. Calcolare il valore a regime y_∞ dell'uscita $y(t)$ del sistema, stimare qualitativamente il tempo di assestamento T_a del sistema e il periodo T_ω dell'eventuale oscillazione smorzata.

e) Sia dato il seguente sistema retroazionato:



e.1) Determinare per quali valori del parametro K il sistema retroazionato è asintoticamente stabile.

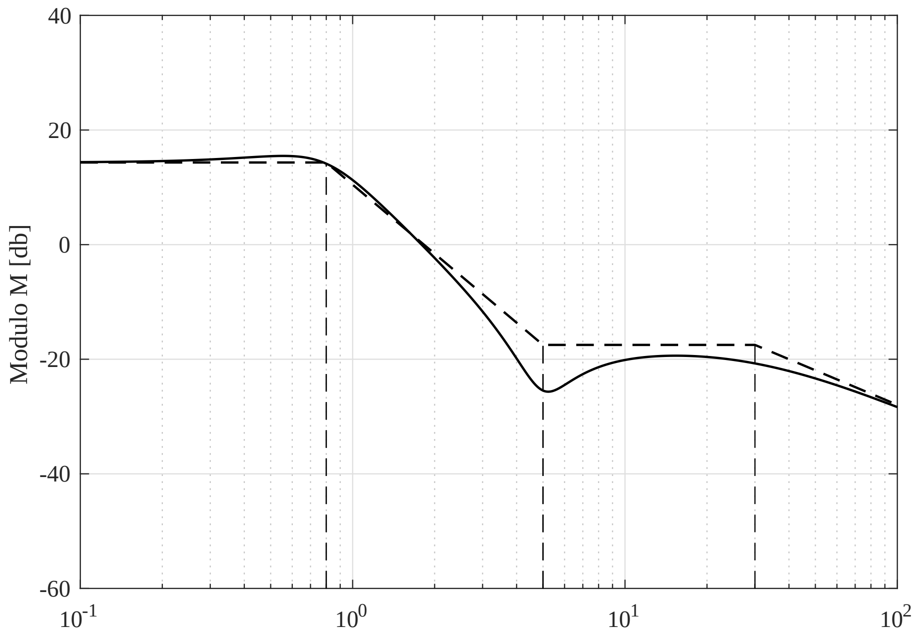
e.2) Posto $K = 10$, calcolare l'errore a regime e_∞ quando sul sistema retroazionato agiscono contemporaneamente il segnale di riferimento $r(t) = 20 + 2t$ e il disturbo $d(t) = 2\sin(5t)$

e.3) Tracciare (nello schema fornito in allegato) i diagrammi asintotici di Bode delle ampiezze e delle fasi della funzione $G(s)$.

Biagiotti - e.4) Tracciare qualitativamente il luogo delle radici del sistema retroazionato per valori postivi del parametro K. Determinare esattamente gli asintoti, il centro degli asintoti, le intersezioni con l'asse immaginario e i corrispondenti valori del guadagno K.

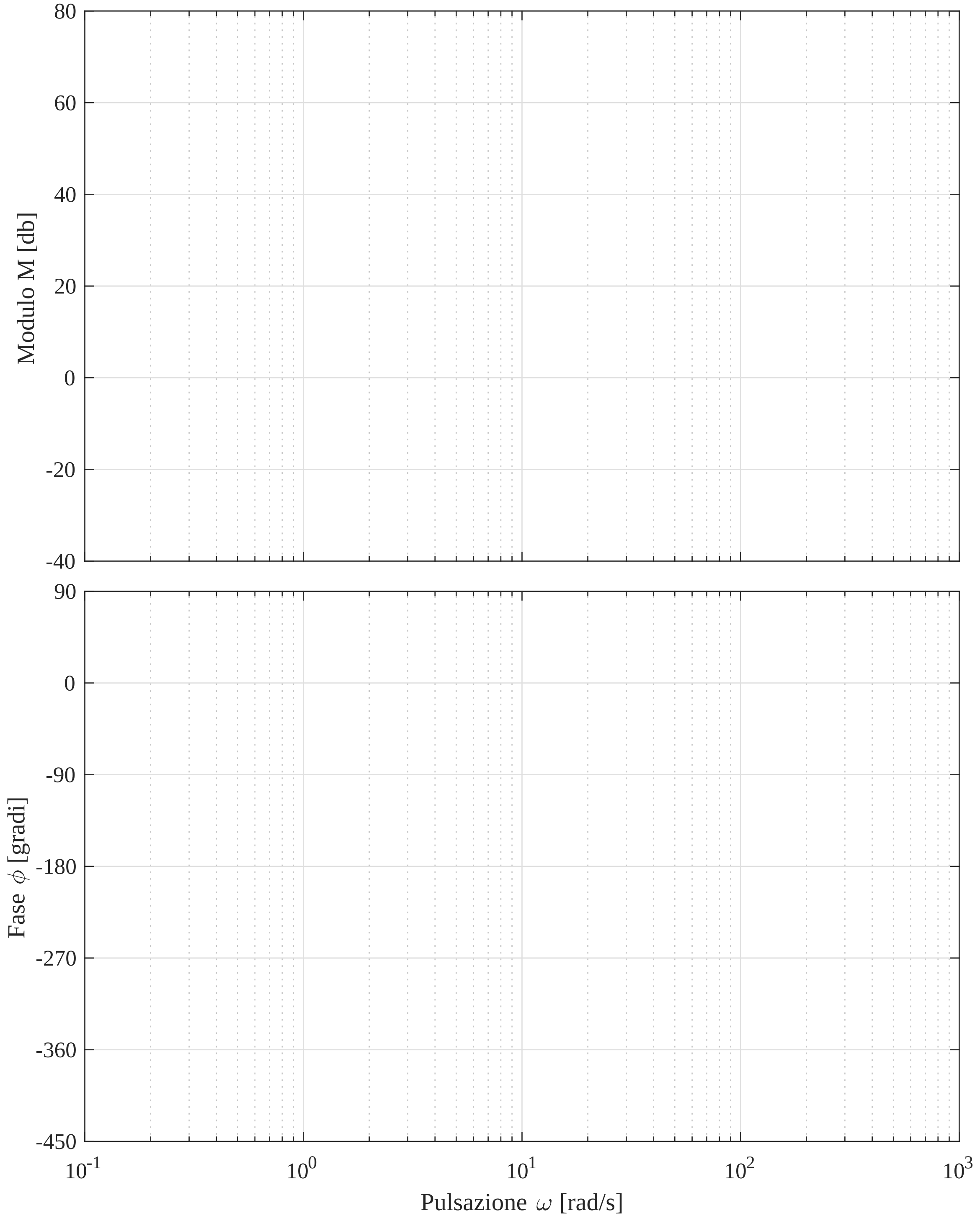
Giarré - e.4) Disegnare qualitativamente il diagramma di Nyquist della funzione di risposta armonica $G(j\omega)$ per valori positivi della pulsazione. Calcolare esattamente la posizione σ_0 di un eventuale asintoto, le eventuali intersezioni con l'asse reale e i corrispondenti valori delle pulsazioni.

f) Si faccia riferimento al diagramma di Bode delle ampiezze della funzione <u>a fase minima</u> $G(s)$ mostrato in figura.



Si richiede di ricavare l'espressione analitica della funzione $G(s)$.

Cognome: Nome: N. Matr.:



Cognome: Nome: N. Matr.: ☐☐☐☐☐☐

Ho seguito il corso con Prof Giarré ☐ Prof. Biagiotti ☐

Controlli Automatici - Parte A

Ingegneria Meccanica e Ingegneria del Veicolo

Compito del 1 febbraio 2018 - Quiz

Per ciascuno dei seguenti quesiti (<u>si considerino solo le domande numerate normalmente o che recano il nome del docente con cui si è seguito il corso</u>), segnare con una crocetta le risposte che si ritengono corrette. Alcuni quesiti possono avere più risposte corrette.
I quiz si ritengono superati se vengono individuate almeno metà delle risposte esatte (punti 5.5 su 11), diversamente il compito verrà ritenuto insufficiente a prescindere dal risultato della seconda prova.

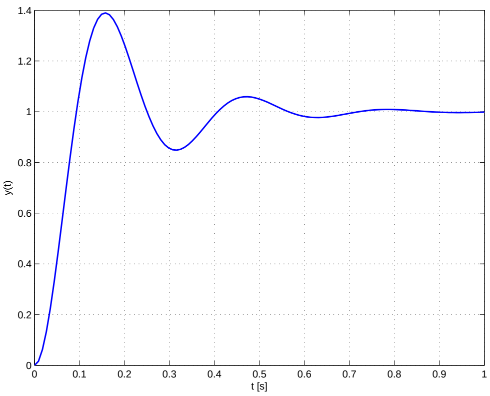
1. Quali dei seguenti sistemi sono asintoticamente stabili?

○ $G(s) = \dfrac{s+2}{s(s+3)(2s+1)}$ ○ $G(s) = \dfrac{s-2}{(3s+1)(s^2+4)}$

⊗ $G(s) = \dfrac{s+2}{(s+1)^2(s+3)}$ ⊗ $G(s) = \dfrac{s+2}{(3s+1)(s^2+s+4)}$

2. A partire dalla risposta al gradino unitario mostrata in figura è possibile stimare la posizione dei poli dominanti del sistema?

○ sì, $p \approx -0.15 \pm j0.5$
○ sì, $p \approx -1.5 \pm j2$
⊗ sì, $p \approx -6 \pm j20$
○ no



3. L'evoluzione libera del sistema $2\,\dot{y}(t) + b\,y(t) = 0$ partendo dalla condizione iniziale $y(0) = 3$ è:

○ $y(t) = 3(1 - e^{-\frac{2}{b}t})$
○ $y(t) = 3\,e^{-\frac{2}{b}t}$
○ $y(t) = \frac{3}{2}\,e^{-\frac{b}{2}t}$
⊗ $y(t) = 3\,e^{-\frac{b}{2}t}$

4. Il valore iniziale della risposta all'impulso $g(t)$ del sistema $G(s) = \dfrac{5s+1}{s^2+3s+4}$ vale:

⊗ 5
○ 1/4
○ 0
○ ∞

5. La funzione di trasferimento $G(s) = \frac{Y(s)}{X(s)}$ corrispondente all'equazione differenziale $2\dddot{y} + 4\dot{y} + y = \ddot{x} + 5\dot{x} + 3x$ è:

○ $G(s) = \dfrac{s^2+5s+3}{2s^3+4s^2+s}$

⊗ $G(s) = \dfrac{s^2+5s+3}{2s^3+4s+1}$

○ $G(s) = \dfrac{2s^3+4s+1}{s^2+5s+3}$

6. Se al sistema $y(t) + \dot{y}(t) = 2u(t)$ si applica l' ingresso $u(t) = \sin(t)$, a regime l'uscita sarà:
   - ○ $y(t) = \frac{1}{\sqrt{2}} \sin(t + 45^o)$
   - ⊗ $y(t) = \frac{2}{\sqrt{2}} \sin(t - 45^o)$
   - ○ $y(t) = \frac{2}{\sqrt{2}} \sin(t + 45^o)$
   - ○ $y(t) = \frac{1}{\sqrt{2}} \sin(t - 45^o)$

7. Se la funzione d'anello $L(s)$ di un sistema retroazionato presenta un polo nell'origine:
   - ⊗ l'errore a regime per ingresso a gradino è nullo
   - ○ l'errore a regime per ingresso a rampa è nullo
   - ⊗ l'errore a regime per ingresso a rampa è diverso da zero e costante
   - ⊗ l'errore a regime per ingresso a parabola è infinito

8. In un sistema del secondo ordine a poli complessi coniugati e privo di zeri il picco di risonanza M_R rimane costante al variare della posizione dei poli nel piano complesso:
   - ⊗ su due semirette uscenti dall'origine
   - ○ su di una circonferenza con centro nell'origine
   - ○ su di una circonferenza con centro in -1
   - ○ su di una retta parallela all'asse immaginario

9. Considerando l'ingresso di equilibrio $\bar{u} = 1$, indicare queli dei seguenti risultano stati di equilibrio per il sistema non lineare $\begin{cases} \dot{x}_1(t) &= x_1^3(t) + u(t) \\ \dot{x}_2(t) &= x_1(t) + x_2^2(t) \end{cases}$

   ⊗ $\bar{x} = \begin{bmatrix} -1 \\ -1 \end{bmatrix}$ ⊗ $\bar{x} = \begin{bmatrix} -1 \\ 1 \end{bmatrix}$ ○ $\bar{x} = \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \end{bmatrix}$ ○ $\bar{x} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}$

10. Il diagramma di Bode delle ampiezze di un sistema $G(s)$ di tipo 2 e avente grado relativo 3 presenta:
    - ⊗ pendenza di -40dB/dec per $\omega \to 0$ e pendenza di -60dB/dec per $\omega \to \infty$
    - ○ pendenza di -60dB/dec per $\omega \to 0$ e pendenza di -40dB/dec per $\omega \to \infty$
    - ○ pendenza di -20dB/dec per $\omega \to 0$ e pendenza di -30dB/dec per $\omega \to \infty$
    - ○ pendenza di $+40$dB/dec per $\omega \to 0$ e pendenza di $+60$dB/dec per $\omega \to \infty$

Cognome: Nome: N. Matr.: ☐☐☐☐☐☐

Ho seguito il corso con Prof. Giarré ☐ Prof. Biagiotti ☐

Controlli Automatici - Parte A

Ingegneria Meccanica e Ingegneria del Veicolo

Compito del 1 febbraio 2018 - Esercizi

Rispondere in maniera analitica ai seguenti quesiti (gli studenti dovranno rispondere ai quesiti contrassegnati solo con lettere o col nome del docente di cui hanno seguito il corso più una lettera). I problemi e le domande a risposta aperta si ritengono superati se vengono conseguiti almeno metà dei punti totali (11 su 22), diversamente il compito verrà ritenuto insufficiente a prescindere dal risultato della prima prova.

a) Determinare la trasformata di Laplace $X_i(s)$ dei seguenti segnali temporali $x_i(t)$:

$$x_1(t) = \begin{cases} 0 & t < 3 \\ e^{-5(t-3)}(t-3)^2 & t \geq 3 \end{cases}, \qquad x_2(t) = 1 + t^3\, e^{2-4\,t}$$

SOLUZIONE:

$$X_1(s) = \frac{2}{(s+5)^3} e^{-3s}, \qquad X_2(s) = \frac{1}{s} + \frac{6\,e^2}{(s+4)^4},$$

Giarrè - b) Dato il seguente sistema SISO lineare tempo invariante:

$$\begin{aligned} \dot{x}(t) &= \begin{bmatrix} -1 & 2 & 3 \\ 0 & 2 & -1 \\ 0 & 1 & 4 \end{bmatrix} x(t) + \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} u(t) \\ y(t) &= [1 \quad 1 \quad 0]\, x(t) \end{aligned}$$

1. Ricavare la corrispondente funzione di trasferimento $G(s)$.
2. Calcolare in maniera analitica l'evoluzione dell'uscita $y(t)$ con un ingresso a gradino unitario e condizioni iniziali $x(0) = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$

SOLUZIONE:
La funzione di trasferimento si ottiene dalla formula $G(s) = C(sI - A)^{-1}B = C\frac{Adj(sI-A)}{det(sI-A)}B$.
Poiché $det(sI - A) = (s+1)(s-3)^2$, si ottiene $G(s) = \frac{1}{s+1}$. La risposta nell'uscita si ottiene antitrasformando da $Y(s) = C(sI - A)^{-1}B\frac{1}{s} + C(sI - A)^{-1}x(0) = \frac{1}{s+1}(\frac{1}{s} + 1) = \frac{1}{s}$ che fornisce $y(t) = 1$.

Biagiotti - b) Dato il sistema lineare tempo-invariante descritto dall'equazione differenziale

$$\ddot{y}(t) + 4\dot{y}(t) + 3y(t) = -6x(t)$$

dove $y(t)$ e $x(t)$ rappresentano rispettivamente il segnale di uscita e quello di ingresso, calcolare analiticamente l'evoluzione $y(t)$ a partire dalle condizioni iniziali $y(0) = 3$ e $\dot{y}(0) = -4$ e considerando l'ingresso $x(t) = e^{-3t}$.

SOLUZIONE:
Trasformando con Laplace l'equazione differenziale si ottiene

$$s^2Y(s) - sy(0) - \dot{y}(0) + 4(sY(s) - y(0)) + 3Y(s) = -6X(s)$$

e quindi sostituendo il valore delle condizioni iniziali e la trasformate dell'ingresso $X(s) = \dfrac{1}{s+3}$ si ottiene

$$Y(s) = \frac{3s^2 + 17s + 18}{(s+3)^2(s+1)}.$$

Scomponendo $Y(s)$ in fratti semplici si ha

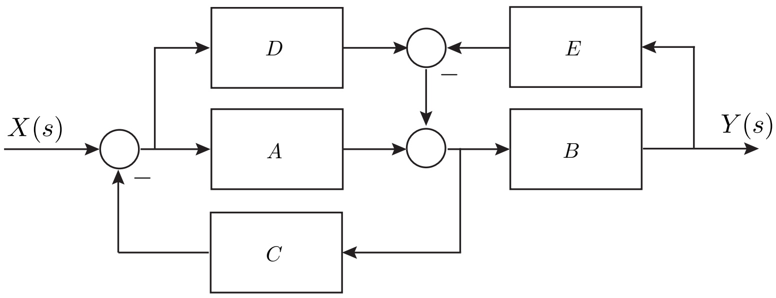
$$Y(s) = \frac{2}{s+3} + \frac{3}{(s+3)^2} + \frac{1}{s+1}$$

che antitrasformata diventa

$$y(t) = 2e^{-3t} + 3te^{-3t} + e^{-t}$$

---

c) Dato il seguente schema a blocchi:



utilizzando la formula di Mason calcolare la funzione di trasferimento $G(s)$ che lega l'ingresso $X(s)$ all'uscita $Y(s)$.

SOLUZIONE:

$$G(s) = \frac{Y(s)}{X(s)} = \frac{AB + DB}{1 + AC + DC + EB}$$

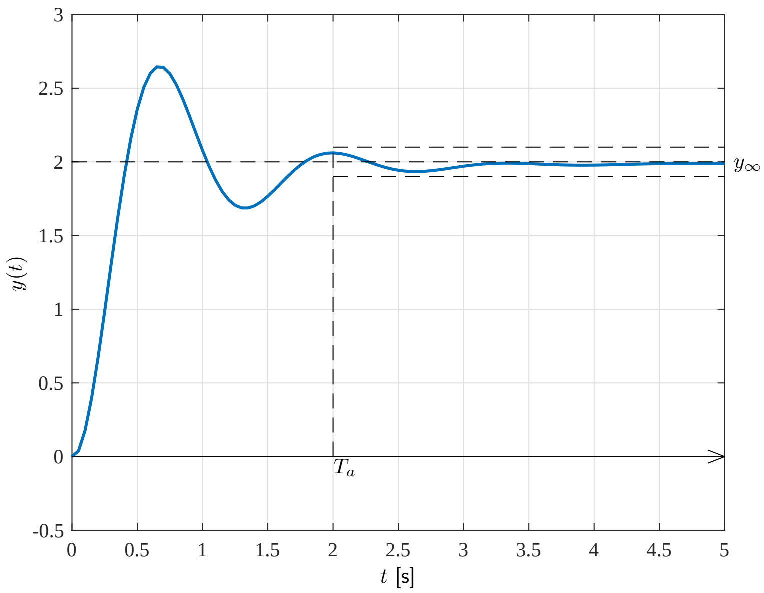
---

d) Sia data la funzione di trasferimento $G(s) = \dfrac{1 + 2.4s}{(s+0.4)(s^2+3s+25)(1+0.01s)}$

Disegnare l'andamento qualitativo della risposta $y(t)$ a un gradino in ingresso di ampiezza 20, $x(t) = 20$. Calcolare il valore a regime y_∞ dell'uscita $y(t)$ del sistema, stimare qualitativamente il tempo di assestamento T_a del sistema e il periodo T_ω dell'eventuale oscillazione smorzata.

SOLUZIONE:

Data la cancellazione tra il polo in -0.4 e lo zero in -0.4167, i poli dominanti del sistema sono i poli complessi coniugati $p_{1,2} = \sigma \pm j\omega = -3 \pm j4.7697$, per cui la risposta al gradino avrà un andamento qualitativo di tipo oscillatorio smorzato, come mostrato in figura



Il valore a regime dell'uscita per un gradino in ingresso di ampiezza $A = 20$ risulta

$$y_\infty = A\,G(0) = 20 \cdot (0.1) = 2$$

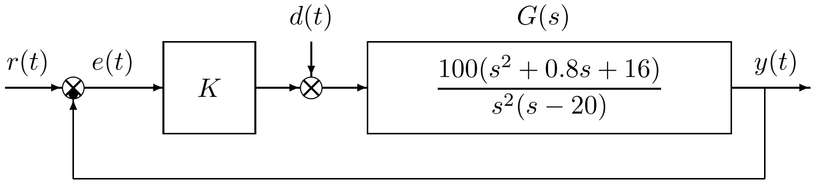
Il tempo di assestamento T_a è

$$T_a = \frac{3}{|\sigma|} = \frac{3}{1.5} = 2 \text{ s},$$

e il periodo dell'oscillazione

$$T_\omega = \frac{2\pi}{\omega} = 1.3173 \text{ s}.$$

e) Sia dato il seguente sistema retroazionato:



e.1) Determinare per quali valori del parametro K il sistema retroazionato è asintoticamente stabile.

SOLUZIONE:

L'equazione caratteristica del sistema retroazionato è

$$1+\frac{100K(s^2+0.8s+16)}{s^2(s-20)}=0 \qquad \rightarrow \qquad s^3+(100K-20)s^2+80Ks+1600K=0$$

La corrispondente tabella di Routh è la seguente

$$\begin{array}{c|cc cl}
3 & 1 & 80K & & \\
2 & 100K-20 & 1600K & \rightarrow & K>0.2 \\
1 & 1600K(5K-2) & & \rightarrow & K<0 \vee K>0.4 \\
0 & 1600K & & \rightarrow & K>0
\end{array}$$

Quindi il sistema retroazionato è asintoticamente stabile per:

$$K>0.4=K^\star$$

La pulsazione $\omega^\star$ corrispondente al valore limite $K^\star$ è:

$$\omega^\star=\sqrt{\frac{1600K^\star}{100K^\star-20}}=\sqrt{32}=5.657$$

---

e.2) Posto $K=10$, calcolare l'errore a regime e_∞ quando sul sistema retroazionato agiscono contemporaneamente il segnale di riferimento $r(t)=20+2t$ e il disturbo $d(t)=2\sin(5t)$

SOLUZIONE:

Dato che il sistema è lineare e soggetto quindi alla sovrapposizione degli effetti, l'errore $E(s)$, espresso mediante la trasformata di Laplace, risulterà:

$$E(s)=E_r(s)+E_d(s)$$

dove $E_r(s)$ è l'errore dovuto al riferimento mentre $E_d(s)$ è l'errore dovuto al disturbo. L'errore $e_r(\infty)$ dovuto al riferimento, composto da una costante e da una rampa, sarà nullo, essendo il sistema considerato di tipo 2, pertanto è necessario calcolare soltanto l'errore dovuto al disturbo $d(t)$, che è dato da:

$$E_d(s)=F_d(s)D(s)$$

dove $D(s)$ è la trasformata di Laplace di $d(t)$ e $F_d(s)$ è la funzione di trasferimento tra $D(s)$ e $E_d(s)$ che vale

$$F_d(s)=-\frac{G(s)}{1+KG(s)}=\frac{-100s^2-80s-1600}{s^3+980s^2+800s+16000}.$$

Essendo $d(t)$ sinusoidale è possibile sfruttare il concetto di risposta armonica ottenendo $e_{d\infty}(t)=2\,|F_d(j5)|\sin(t+\text{arg}\{F_d(j5)\})$ con $|F_d(j5)|=0.1054$ e $\text{arg}\{F_d(j5)\}=180.5449^o=3.1511$ rad.
In conclusione

$$e_\infty=e_{d\infty}=0.2109\sin(5t+3.1511).$$

---

e.3) Tracciare (nello schema fornito in allegato) i diagrammi asintotici di Bode delle ampiezze e delle fasi della funzione $G(s)$.

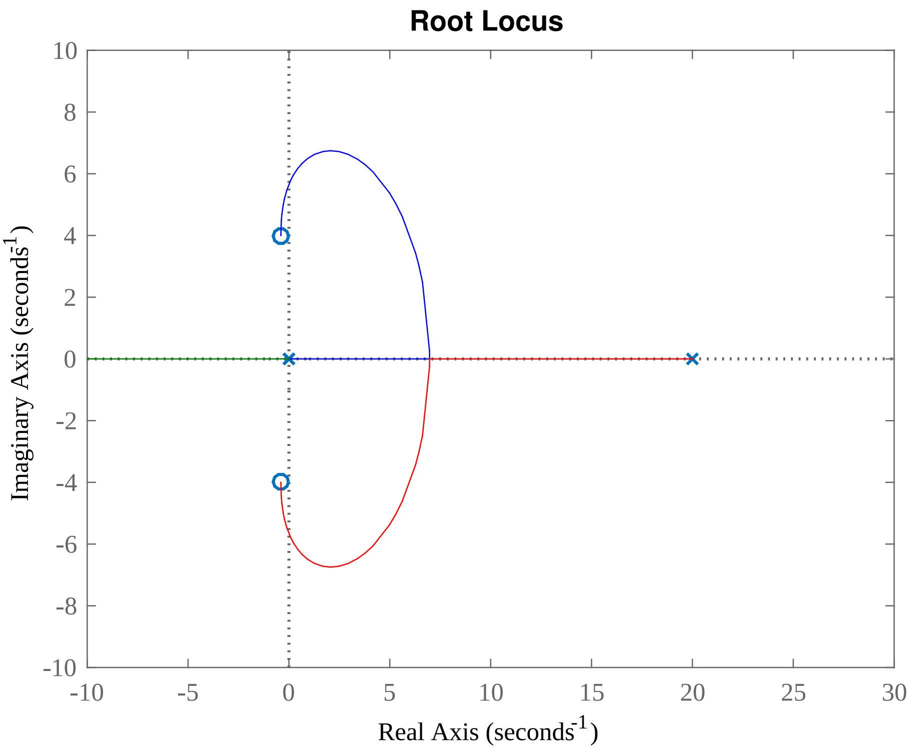
SOLUZIONE:

Vedi figura in fondo.

Biagiotti - e.4) Tracciare qualitativamente il luogo delle radici del sistema retroazionato per valori postivi del parametro K. Determinare esattamente gli asintoti, il centro degli asintoti, le intersezioni con l'asse immaginario e i corrispondenti valori del guadagno K.

SOLUZIONE:

Essendo 1 il grado relativo del sistema, esiste un solo asintoto che per $K > 0$ è disposto lungo l'asse reale negativo (inutile quindi cercare il centro degli asintoti). Il luogo delle radici per $K > 0$ è riportato nella seguente figura.

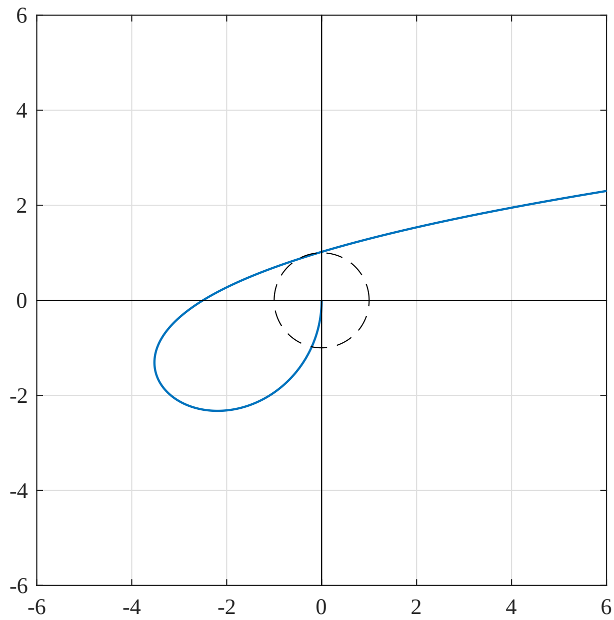


Dall'analisi svolta mediante il criterio di Routh, risulta che il luogo delle radici attraversa l'asse immaginario, passando dal semipiano sinistro a quello destro, in corrispondenza di $s^* = \pm j\omega^* = \pm j5.657$, per $K = K^* = 0.4$.

Giarré - e.4) Disegnare qualitativamente il diagramma di Nyquist della funzione di risposta armonica $G(j\omega)$ per valori positivi della pulsazione. Calcolare esattamente la posizione σ_0 di un eventuale asintoto, le eventuali intersezioni con l'asse reale e i corrispondenti valori delle pulsazioni.

SOLUZIONE:

Il diagramma di Nyquist della funzione $G(s)$ è riportato in figura.



La funzione approssimante per $\omega \to 0$ è

$$G_0(s) = \frac{-80}{s^2}$$

pertanto il diagramma parte all'infinito con fase iniziale $\varphi_0 = 0$.
La funzione approssimante per $\omega \to \infty$ è

$$G_\infty(s) = \frac{100}{s}$$

e quindi il diagramma giunge nell'origine con fase finale $\varphi_\infty = -\frac{\pi}{2}$.
Il parametro Δ_τ vale

$$\Delta_\tau = \frac{0.8}{16} + \frac{1}{20} = 0.1 > 0$$

pertanto il diagramma parte in anticipo rispetto alla fase iniziale φ_0.
Il sistema è di tipo 2 pertanto esiste alcun asintoto. Il parametro Δ_p vale

$$\Delta_p = -0.8 - 20 = -20.8 < 0$$

pertanto il diagramma arriva in ritardo rispetto alla fase finale φ_∞.
Lo sfasamento complessivo è

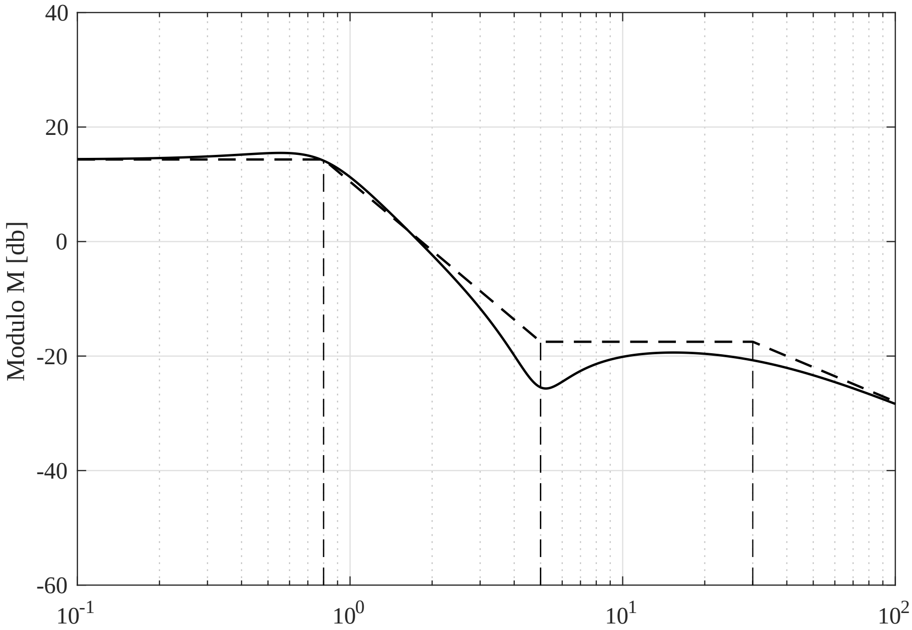
$$\Delta\varphi = \pi + \frac{\pi}{2} = \frac{3}{2}\pi$$

Esiste almeno un'intersezioni con l'asse reale che, in virtù dell'analisi svolta con Routh al primo punto, risulta

$$\sigma = -1/K^\star = -2.5.$$

---

f) Si faccia riferimento al diagramma di Bode delle ampiezze della funzione <u>a fase minima</u> $G(s)$ mostrato in figura.



Si richiede di ricavare l'espressione analitica della funzione $G(s)$.

SOLUZIONE:

$$G(s) = \frac{5.2083(\frac{1}{25}s^2 + \frac{2}{25}s + 1)}{(\frac{1}{30}s + 1)(\frac{1}{0.64}s^2 + \frac{0.8}{0.64}s + 1)} = \frac{4(s^2 + 2s + 25)}{(s + 30)(s^2 + 0.8s + 0.64)}$$

dove il valore $\mu \simeq 5$ si determina direttamente leggendo dal diagramma di Bode il valore del modulo in bassa frequenza della $G(s)$

$$|G(0)| \simeq 14 \text{ db} \simeq 5$$

Il segno sarà positivo poichè il sistema è a fase minima.

In corrispondenza di $\omega = 0.8$ rad/s è presente una coppia di poli complessi coniugati (ovviamente stabili) caratterizzati da $\delta = 0.5$ (come si evince dal fatto che diagramma asintotico e diagramma reale si intersecano proprio in corrispondenza del punto di rottura in 0.8).

In corrispondenza di $\omega = 5$ rad/s è presente una coppia di zeri complessi coniugati stabili con $\zeta = 0.2$. Infatti

$$\zeta = \frac{M_{\alpha_n}}{2} \simeq \frac{0.4}{2} = 0.2.$$

La distanza $M_{\alpha_n} \simeq -8$ db $\simeq 0.4$ si legge dal diagramma di Bode dei moduli.

Cognome: Nome: N. Matr.: