Cognome: Nome: N. Matr.: □□□□□□

Ho seguito il corso con Prof Giarré □ Prof. Biagiotti □

Controlli Automatici - Parte A

Ingegneria Meccanica e Ingegneria del Veicolo

Compito del 12 gennaio 2018 - Quiz

Per ciascuno dei seguenti quesiti (si considerino solo le domande numerate normalmente o che recano il nome del docente con cui si è seguito il corso), segnare con una crocetta le risposte che si ritengono corrette. Alcuni quesiti possono avere più risposte corrette.
I quiz si ritengono superati se vengono individuate almeno metà delle risposte esatte (punti 5.5 su 11), diversamente il compito verrà ritenuto insufficiente a prescindere dal risultato della seconda prova.

1. Quali dei seguenti sistemi sono semplicemente stabili?

   ◯ $G(s) = \dfrac{s+2}{s^2(s+3)(2s+1)}$ ◯ $G(s) = \dfrac{s-2}{(3s+1)(s^2+4)}$

   ◯ $G(s) = \dfrac{s+2}{s(s^2+1)(s+3)}$ ◯ $G(s) = \dfrac{s+2}{(3s+1)(s^2-4)}$

2. Per $\omega = 1/\tau$ il diagramma "reale" di Bode delle ampiezze della funzione $G(j\omega) = \frac{1}{1+j\tau\omega}$

   ◯ vale 1
   ◯ vale $\simeq -3$ dB
   ◯ vale $\simeq 3$ dB
   ◯ vale $1/2$

3. Il metodo della Trasformata di Laplace nella risoluzione di equazioni differenziali lineari a parametri concentrati

   ◯ permette di calcolare la risposta libera del sistema
   ◯ permette di calcolare la risposta forzata del sistema
   ◯ può essere utilizzato solo nel caso di equazioni tempo invarianti
   ◯ può essere utilizzato anche nel caso di equazioni tempo varianti

4. Sia $\mathcal{L}[f(t)] = F(s)$ la trasformata di Laplace della funzione $f(t)$. Vale la relazione:

   ◯ $\mathcal{L}\left[\frac{df}{dt}\right] = \frac{1}{s}F(s) - f(0^-)$
   ◯ $\mathcal{L}\left[\frac{df}{dt}\right] = sF(s)$
   ◯ $\mathcal{L}\left[\frac{df}{dt}\right] = sF(s) - f(0^-)$
   ◯ $\mathcal{L}\left[\frac{df}{dt}\right] = \frac{1}{s}F(s)$

5. Il valore iniziale della risposta al gradino unitario del sistema $G(s) = \dfrac{s^3+2s^2+12}{5s^3+3s^2+s+2}$ è pari a:

   ◯ ∞
   ◯ 0
   ◯ 1/5
   ◯ 6

6. La funzione di trasferimento $G(s) = \frac{Y(s)}{X(s)}$ corrispondente all'equazione differenziale $\dddot{y} + \ddot{y} + 3\dot{y} = 4\ddot{x} + 2\dot{x} + 3x$ è:

   ◯ $G(s) = \dfrac{s^3 + s^2 + 3s}{4s^2 + 2s + 3}$

   ◯ $G(s) = \dfrac{4s^2 + 2s + 3}{s^2 + s + 3}$

   ◯ $G(s) = \dfrac{4s^2 + 2s + 3}{s^3 + s^2 + 3s}$

   ◯ $G(s) = \dfrac{s^2 + s + 3}{4s^2 + 2s + 3}$

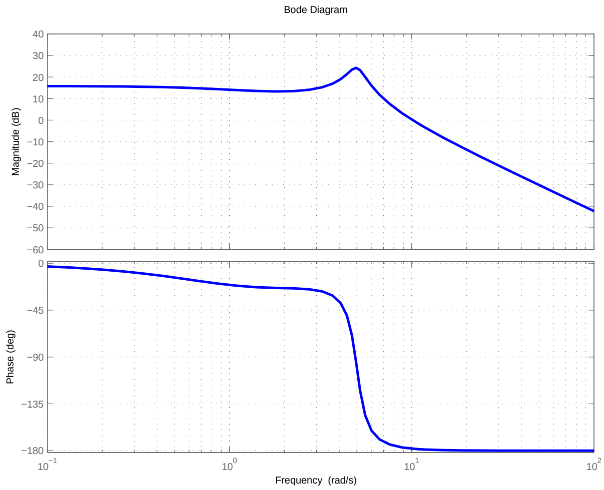
7. La risposta del sistema di cui in figura sono riportati i diagrammi di Bode al segnale $x(t) = 2\cos(4t)$ risulta:

   ◯ $y(t) \approx 17\cos(4t + 36^o)$

   ◯ $y(t) \approx 20\cos(4t - 36^o)$

   ◯ $y(t) \approx 32\cos(4t - 100^o)$

   ◯ $y(t) \approx 17\cos(4t - 36^o)$



8. Sia $G(s)$ una funzione razionale fratta in s con grado relativo ρ. La scomposizione in fratti semplici della funzione $G(s)$ mediante il metodo dei residui:

   ◯ è sempre possibile

   ◯ è possibile solo se $\rho \geq 0$

   ◯ è possibile solo se $\rho > 0$

   ◯ è possibile solo se $\rho < 0$

9. Linearizzando il sistema

$$\begin{cases} \dot{x}_1(t) &= x_1^3(t) + u(t) \\ \dot{x}_2(t) &= x_1(t) + x_2^2(t) \\ y(t) &= x_1(t)x_2(t) + \sqrt{u(t)} \end{cases}$$

intorno al punto di equilibrio $\bar{x} = \begin{bmatrix} -1 \\ 1 \end{bmatrix}$, $\bar{u} = 1$ si ottiene un sistema Lineare Tempo-Invariante caratterizzato dalle matrici

   ◯ $A = \begin{bmatrix} 3 & 0 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}$, $B = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix}$, $C = [1 \ -1]$, $D = \frac{1}{2}$

   ◯ $A = \begin{bmatrix} 3 & 1 \\ 0 & 2 \end{bmatrix}$, $B = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix}$, $C = [1 \ -1]$, $D = \frac{1}{2}$

   ◯ $A = \begin{bmatrix} 3 & 0 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}$, $B = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix}$, $C = [1 \ -1]$, $D = \frac{1}{2}$

   ◯ $A = \begin{bmatrix} 3 & 1 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}$, $B = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}$, $C = [1 \ -1]$, $D = \frac{1}{2}$

Cognome: Nome: N. Matr.: ☐☐☐☐☐☐

Ho seguito il corso con Prof. Giarré ☐ Prof. Biagiotti ☐

Controlli Automatici - Parte A

Ingegneria Meccanica e Ingegneria del Veicolo

Compito del 12 gennaio 2018 - Esercizi

Rispondere in maniera analitica ai seguenti quesiti (gli studenti dovranno rispondere ai quesiti contrassegnati solo con lettere o col nome del docente di cui hanno seguito il corso più una lettera). I problemi e le domande a risposta aperta si ritengono superati se vengono conseguiti almeno metà dei punti totali (11 su 22), diversamente il compito verrà ritenuto insufficiente a prescindere dal risultato della prima prova.

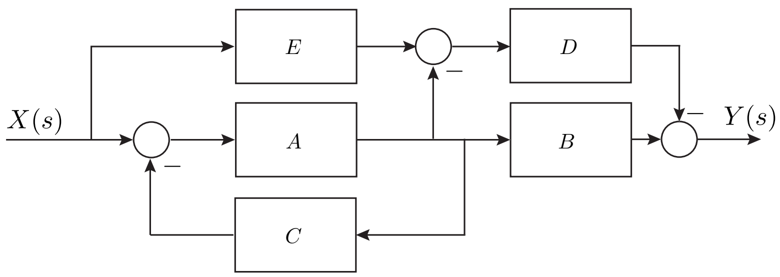
a) Determinare la trasformata di Laplace $X_i(s)$ dei seguenti segnali temporali $x_i(t)$:

$$x_1(t) = 2\delta(t) + \frac{e^{-t}}{3}\sin(5t), \qquad x_2(t) = 3t^3\, e^{-3t} + 2$$

b) Calcolare la risposta impulsiva $g_i(t)$ delle seguenti funzioni di trasferimento $G_i(s)$:

$$G_1(s) = \frac{2s^2 + 7s + 3}{s^2 + s}, \qquad G_2(s) = \frac{5s^2 + 18s + 4}{(s+2)^2(s-1)}$$

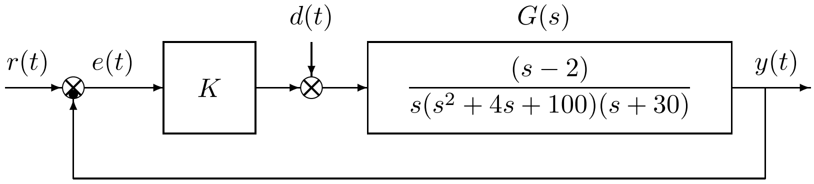
c) Dato il seguente schema a blocchi:



utilizzando la formula di Mason calcolare la funzione di trasferimento $G(s)$ che lega l'ingresso $X(s)$ all'uscita $Y(s)$.

d) Sia data la funzione di trasferimento $G(s) = \dfrac{(s-5)}{(s^2+2s+5)(s+10)(1+0.01s)}$
Disegnare l'andamento qualitativo della risposta $y(t)$ a un gradino in ingresso di ampiezza 10, $x(t) = 10$. Calcolare il valore a regime y_∞ dell'uscita $y(t)$ del sistema, stimare qualitativamente il tempo di assestamento T_a del sistema e il periodo T_ω dell'eventuale oscillazione smorzata.

e) Sia dato il seguente sistema retroazionato:



e.1) Determinare per quali valori del parametro K il sistema retroazionato è asintoticamente stabile.

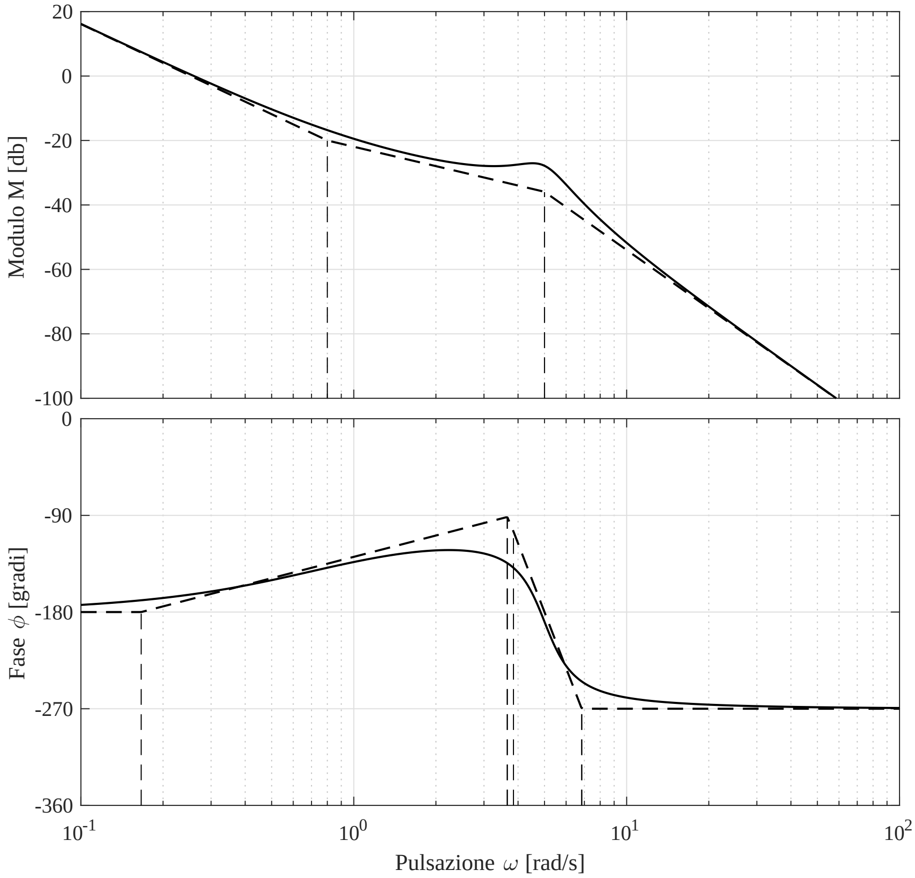
e.2) Posto $K = -1000$, calcolare l'errore a regime $e(\infty)$ quando sul sistema retroazionato viene applicato il segnale $r(t) = 1 + 2t$ (mentre il disturbo $d(t) = 0$).

e.3) Tracciare (nello schema fornito in allegato) i diagrammi asintotici di Bode delle ampiezze e delle fasi della funzione $G(s)$.

Biagiotti - e.4) Tracciare qualitativamente il luogo delle radici del sistema retroazionato per valori negativi del parametro K. Determinare esattamente gli asintoti, il centro degli asintoti, le intersezioni con l'asse immaginario e i corrispondenti valori del guadagno K.

Giarré - e.4) Disegnare qualitativamente il diagramma di Nyquist della funzione di risposta armonica $G(j\omega)$ per valori positivi della pulsazione. Calcolare esattamente la posizione σ_0 di un eventuale asintoto, le eventuali intersezioni con l'asse reale e i corrispondenti valori delle pulsazioni.

f) Si faccia riferimento ai diagrammi di Bode della funzione $G(s)$ mostrati in figura.

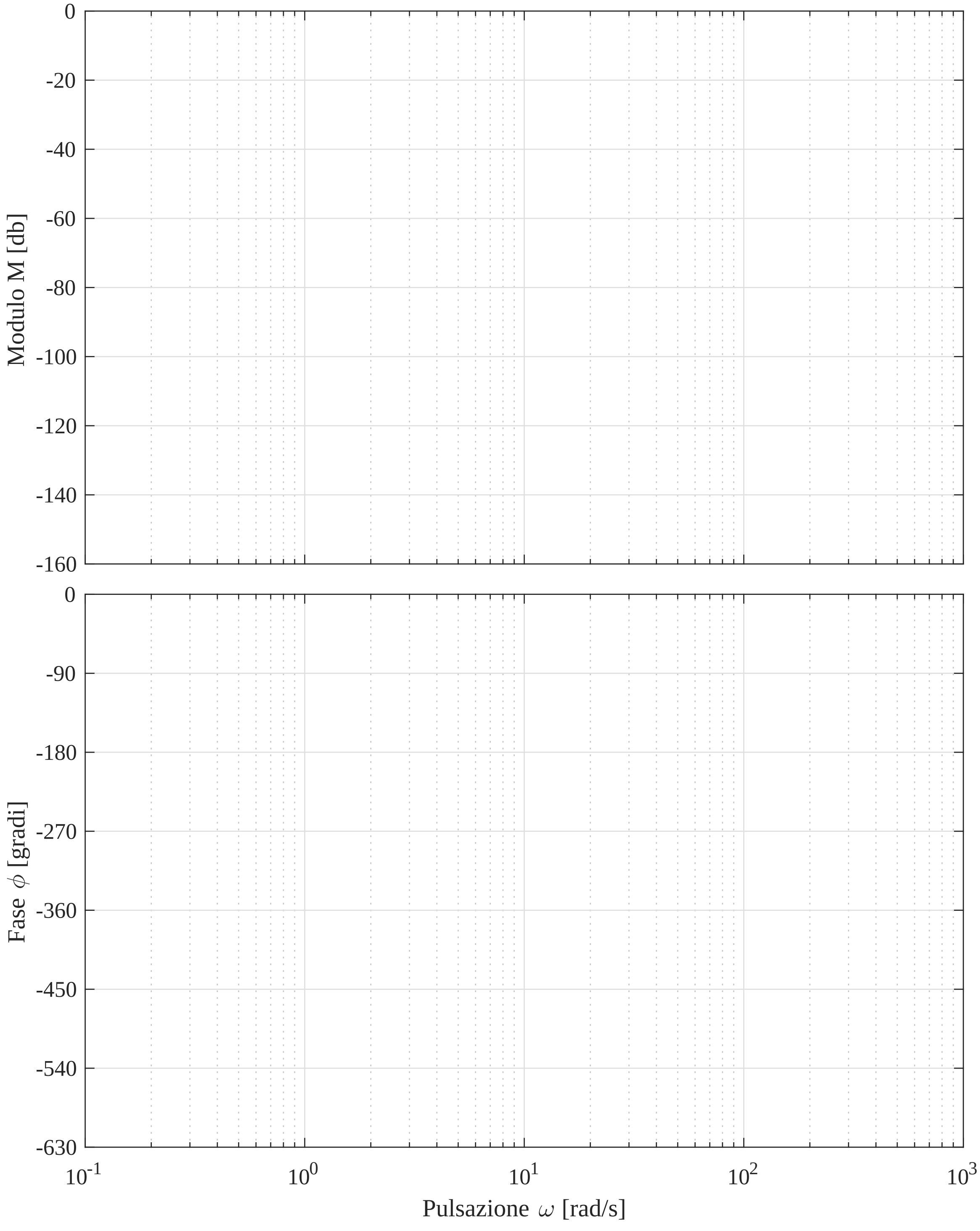


f.1) Ricavare l'espressione analitica della funzione $G(s)$.

f.2) Valutare in maniera approssimata la risposta a regime $y_\infty(t)$ del sistema $G(s)$ quando in ingresso è presente il segnale:

$$x(t) = 5\cos(0.8\,t) + 3\,\sin(10\,t + \pi/3)\,.$$

Cognome: Nome: N. Matr.:



Cognome: Nome: N. Matr.:☐☐☐☐☐☐

Ho seguito il corso con Prof Giarré ☐ Prof. Biagiotti ☐

Controlli Automatici - Parte A

Ingegneria Meccanica e Ingegneria del Veicolo

Compito del 12 gennaio 2018 - Quiz

Per ciascuno dei seguenti quesiti (si considerino solo le domande numerate normalmente o che recano il nome del docente con cui si è seguito il corso), segnare con una crocetta le risposte che si ritengono corrette. Alcuni quesiti possono avere più risposte corrette.
I quiz si ritengono superati se vengono individuate almeno metà delle risposte esatte (punti 5.5 su 11), diversamente il compito verrà ritenuto insufficiente a prescindere dal risultato della seconda prova.

1. Quali dei seguenti sistemi sono semplicemente stabili?

   ○ $G(s) = \dfrac{s+2}{s^2(s+3)(2s+1)}$ ⊗ $G(s) = \dfrac{s-2}{(3s+1)(s^2+4)}$

   ⊗ $G(s) = \dfrac{s+2}{s(s^2+1)(s+3)}$ ○ $G(s) = \dfrac{s+2}{(3s+1)(s^2-4)}$

2. Per $\omega = 1/\tau$ il diagramma "reale" di Bode delle ampiezze della funzione $G(j\omega) = \frac{1}{1+j\tau\omega}$

   ○ vale 1
   ⊗ vale $\simeq -3$ dB
   ○ vale $\simeq 3$ dB
   ○ vale 1/2

3. Il metodo della Trasformata di Laplace nella risoluzione di equazioni differenziali lineari a parametri concentrati

   ⊗ permette di calcolare la risposta libera del sistema
   ⊗ permette di calcolare la risposta forzata del sistema
   ⊗ può essere utilizzato solo nel caso di equazioni tempo invarianti
   ○ può essere utilizzato anche nel caso di equazioni tempo varianti

4. Sia $\mathcal{L}[f(t)] = F(s)$ la trasformata di Laplace della funzione $f(t)$. Vale la relazione:

   ○ $\mathcal{L}\left[\frac{df}{dt}\right] = \frac{1}{s}F(s) - f(0^-)$
   ○ $\mathcal{L}\left[\frac{df}{dt}\right] = sF(s)$
   ⊗ $\mathcal{L}\left[\frac{df}{dt}\right] = sF(s) - f(0^-)$
   ○ $\mathcal{L}\left[\frac{df}{dt}\right] = \frac{1}{s}F(s)$

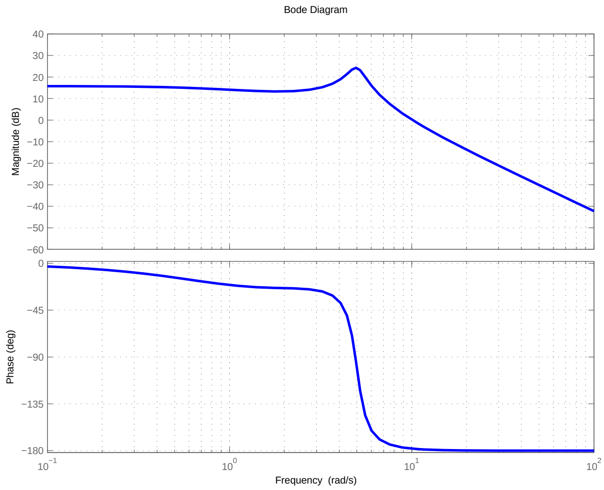
5. Il valore iniziale della risposta al gradino unitario del sistema $G(s) = \dfrac{s^3+2s^2+12}{5s^3+3s^2+s+2}$ è pari a:

   ○ ∞
   ○ 0
   ⊗ 1/5
   ○ 6

6. La funzione di trasferimento $G(s) = \frac{Y(s)}{X(s)}$ corrispondente all'equazione differenziale $\dddot{y} + \ddot{y} + 3\dot{y} = 4\ddot{x} + 2\dot{x} + 3x$ è:

- ◯ $G(s) = \dfrac{s^3 + s^2 + 3s}{4s^2 + 2s + 3}$
- ⊗ $G(s) = \dfrac{4s^2 + 2s + 3}{s^2 + s + 3}$
- ⊗ $G(s) = \dfrac{4s^2 + 2s + 3}{s^3 + s^2 + 3s}$
- ◯ $G(s) = \dfrac{s^2 + s + 3}{4s^2 + 2s + 3}$

7. La risposta del sistema di cui in figura sono riportati i diagrammi di Bode al segnale $x(t) = 2\cos(4t)$ risulta:



- ◯ $y(t) \approx 17\cos(4t + 36^o)$
- ◯ $y(t) \approx 20\cos(4t - 36^o)$
- ◯ $y(t) \approx 32\cos(4t - 100^o)$
- ⊗ $y(t) \approx 17\cos(4t - 36^o)$

8. Sia $G(s)$ una funzione razionale fratta in s con grado relativo ρ. La scomposizione in fratti semplici della funzione $G(s)$ mediante il metodo dei residui:

- ◯ è sempre possibile
- ◯ è possibile solo se $\rho \geq 0$
- ⊗ è possibile solo se $\rho > 0$
- ◯ è possibile solo se $\rho < 0$

9. Linearizzando il sistema

$$\begin{cases} \dot{x}_1(t) &= x_1^3(t) + u(t) \\ \dot{x}_2(t) &= x_1(t) + x_2^2(t) \\ y(t) &= x_1(t)x_2(t) + \sqrt{u(t)} \end{cases}$$

intorno al punto di equilibrio $\bar{x} = \begin{bmatrix} -1 \\ 1 \end{bmatrix}$, $\bar{u} = 1$ si ottiene un sistema Lineare Tempo-Invariante caratterizzato dalle matrici

- ⊗ $A = \begin{bmatrix} 3 & 0 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}$, $B = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix}$, $C = [1 \ -1]$, $D = \frac{1}{2}$
- ◯ $A = \begin{bmatrix} 3 & 1 \\ 0 & 2 \end{bmatrix}$, $B = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix}$, $C = [1 \ -1]$, $D = \frac{1}{2}$
- ◯ $A = \begin{bmatrix} 3 & 0 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}$, $B = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix}$, $C = [1 \ -1]$, $D = \frac{1}{2}$
- ◯ $A = \begin{bmatrix} 3 & 1 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}$, $B = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}$, $C = [1 \ -1]$, $D = \frac{1}{2}$

Cognome: Nome: N. Matr.: □□□□□□

Ho seguito il corso con Prof. Giarré □ Prof. Biagiotti □

Controlli Automatici - Parte A

Ingegneria Meccanica e Ingegneria del Veicolo

Compito del 12 gennaio 2018 - Esercizi

Rispondere in maniera analitica ai seguenti quesiti (gli studenti dovranno rispondere ai quesiti contrassegnati solo con lettere o col nome del docente di cui hanno seguito il corso più una lettera). I problemi e le domande a risposta aperta si ritengono superati se vengono conseguiti almeno metà dei punti totali (11 su 22), diversamente il compito verrà ritenuto insufficiente a prescindere dal risultato della prima prova.

a) Determinare la trasformata di Laplace $X_i(s)$ dei seguenti segnali temporali $x_i(t)$:

$$x_1(t) = 2\delta(t) + \frac{e^{-t}}{3}\sin(5t), \qquad x_2(t) = 3t^3\, e^{-3t} + 2$$

SOLUZIONE:

$$X_1(s) = 2 + \frac{1}{3}\frac{5}{(s+1)^2+25}, \qquad X_2(s) = \frac{18}{(s+3)^4} + \frac{2}{s},$$

---

b) Calcolare la risposta impulsiva $g_i(t)$ delle seguenti funzioni di trasferimento $G_i(s)$:

$$G_1(s) = \frac{2s^2+7s+3}{s^2+s}, \qquad G_2(s) = \frac{5s^2+18s+4}{(s+2)^2(s-1)}$$

SOLUZIONE:

La funzione $G_1(s)$ può essere riscritta come

$$G_1(s) = 2 + \frac{3}{s} + \frac{2}{s+1}$$

pertanto la sua risposta impulsiva risulta

$$g_1(t) = 2\delta(t) + 3 + 2\,e^{-t}.$$

La funzione $G_2(s)$ può essere riscritta come

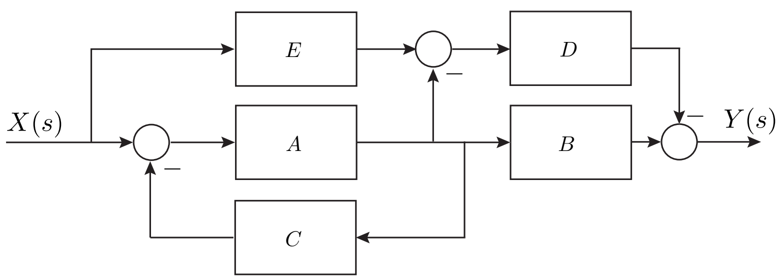
$$G_2(s) = \frac{4}{(s+2)^2} + \frac{2}{(s+2)} + \frac{3}{(s-1)}$$

di conseguenza la sua risposta impulsiva risulta

$$g_2(t) = 4te^{-2t} + 2e^{-2t} + 3e^{t}$$

---

c) Dato il seguente schema a blocchi:



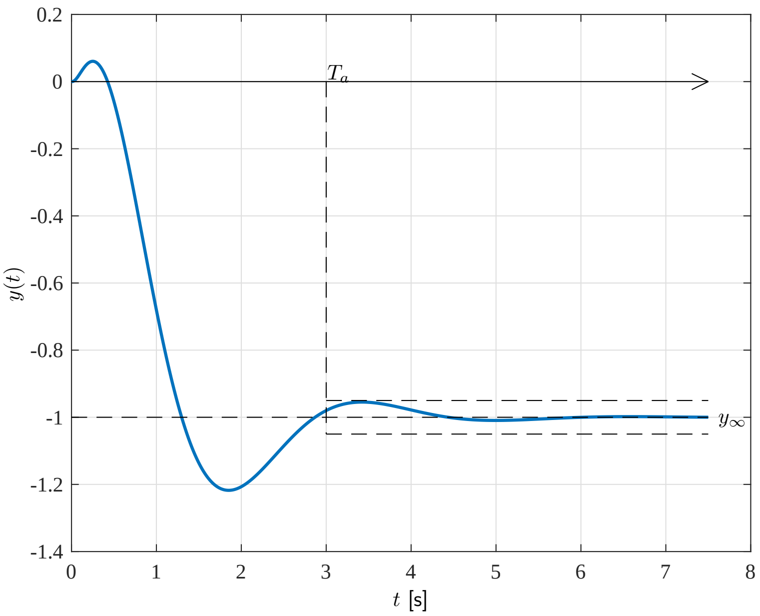
utilizzando la formula di Mason calcolare la funzione di trasferimento $G(s)$ che lega l'ingresso $X(s)$ all'uscita $Y(s)$.

SOLUZIONE:

$$G(s) = \frac{Y(s)}{X(s)} = \frac{AB + AD - ED(1 + AC)}{1 + AC}$$

d) Sia data la funzione di trasferimento $G(s) = \dfrac{(s-5)}{(s^2+2s+5)(s+10)(1+0.01s)}$
Disegnare l'andamento qualitativo della risposta $y(t)$ a un gradino in ingresso di ampiezza 10, $x(t) = 10$. Calcolare il valore a regime y_∞ dell'uscita $y(t)$ del sistema, stimare qualitativamente il tempo di assestamento T_a del sistema e il periodo T_ω dell'eventuale oscillazione smorzata.

SOLUZIONE:
I poli dominanti del sistema sono complessi coniugati $p_{1,2} = \sigma \pm j\omega = -1 \pm j2$, per cui la risposta al gradino avrà un andamento qualitativo di tipo oscillatorio smorzato, come mostrato in figura



Il valore a regime dell'uscita per un gradino in ingresso di ampiezza $A = 10$ risulta

$$y_\infty = A\,G(0) = 10 \cdot (-0.1) = -1$$

Il tempo di assestamento T_a è

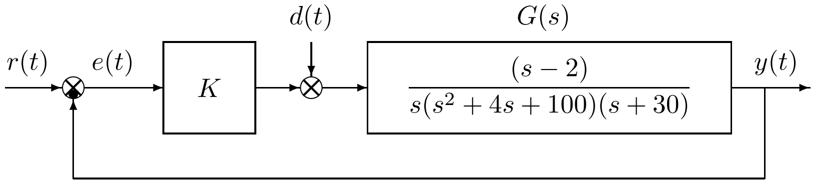
$$T_a = \frac{3}{|\sigma|} = \frac{3}{1} = 3 \text{ s},$$

e il periodo dell'oscillazione

$$T_\omega = \frac{2\pi}{\omega} = \pi \text{ s}.$$

E presente anche uno zero a fase non minima in 5, che produce una sovraelongazione iniziale (considerando che il valore finale è negativo).

e) Sia dato il seguente sistema retroazionato:



e.1) Determinare per quali valori del parametro K il sistema retroazionato è asintoticamente stabile.

SOLUZIONE:
L'equazione caratteristica del sistema retroazionato è

$$1 + K\frac{(s-2)}{s(s^2+4s+100)(s+30)} = 0 \qquad \rightarrow \qquad s^4 + 34s^3 + 220s^2 + (3000+K)s - 2K = 0$$

La corrispondente tabella di Routh è la seguente

$$\begin{array}{c|ccc}
4 & 1 & 220 & -2K \\
3 & 34 & 3000+K & \\
2 & 4480-K & -68K & \rightarrow \; K < 4480 \\
1 & (4480-K)(3000+K)+2312K & & \rightarrow \; -2231.3 < K < 6023.3 \\
0 & -68K & & \rightarrow \; K < 0
\end{array}$$

Quindi il sistema retroazionato è asintoticamente stabile per:

$$K^* = -2231.3 < K < 0$$

La pulsazione ω^* corrispondente al valore limite K^* è:

$$\omega^\star = \sqrt{\frac{3000+K^*}{34}} \simeq 4.75 \text{ rad/s}$$

---

e.2) Posto $K = -1000$, calcolare l'errore a regime $e(\infty)$ quando sul sistema retroazionato viene applicato il segnale $r(t) = 1 + 2t$ (mentre il disturbo $d(t) = 0$).

SOLUZIONE:
Dato che il sistema è lineare e soggetto quindi alla sovrapposizione degli effetti, l'errore $e(t)$ risulterà:

$$e(t) = e_{r1}(t) + e_{r2}(t)$$

dove $e_{r1}(t)$ è l'errore dovuto alla componente $r_1(t) = 1$ del riferimento mentre $e_{r2}(t)$ è l'errore dovuto alla componente $r_2(t) = 2t$ del riferimento. Senza fare alcun calcolo si può dire che a regime $e_{r1}(\infty)$ sarà nullo, in quanto si considera un ingresso a gradino in un sistema di tipo 1 (cioè con un polo nell'origine), mentre $e_{r2}(\infty)$ sarà costante ma diverso da zero in quanto si considera un ingresso a rampa in un sistema di tipo 1. L'errore a regime sarà quindi dato da:

$$e(\infty) = e_{r2}(\infty) = \frac{R_0}{K_v} = \frac{2}{\frac{2}{3}} = 3$$

dove $R_0 = 2$ è la pendenza della rampa e K_v è dato da

$$\lim_{s\to 0} s\,KG(s) = \frac{2}{3}$$

---

e.3) Tracciare (nello schema fornito in allegato) i diagrammi asintotici di Bode delle ampiezze e delle fasi della funzione $G(s)$.

SOLUZIONE:
Vedi figura in fondo.

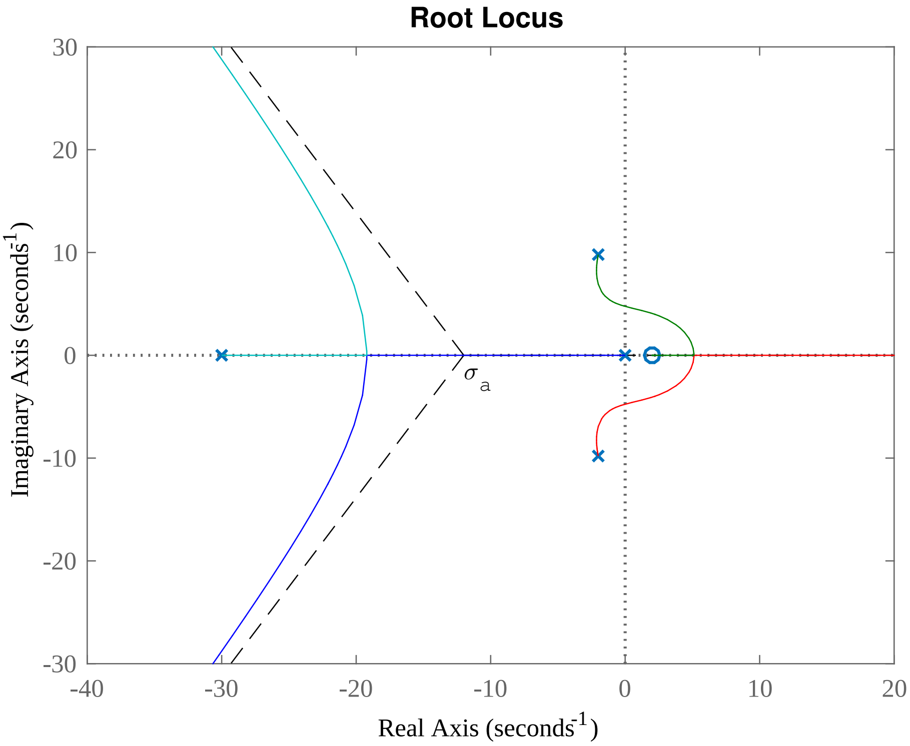
Biagiotti - e.4) Tracciare qualitativamente il luogo delle radici del sistema retroazionato per valori negativi del parametro K. Determinare esattamente gli asintoti, il centro degli asintoti, le intersezioni con l'asse immaginario e i corrispondenti valori del guadagno K.

SOLUZIONE:

Essendo 3 il grado relativo del sistema, esistono 3 asintoti che formano una stella con centro nel punto sull'asse reale di ascissa

$$\sigma_a = \frac{1}{3}(-4 - 30 - 2) = -12$$

Il luogo delle radici per $K < 0$ è riportato nella seguente figura.

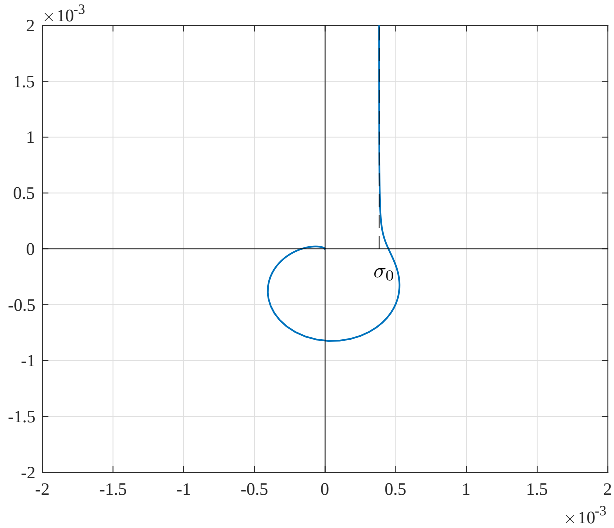


Dall'analisi svolta mediante il criterio di Routh, risulta che il luogo delle radici attraversa l'asse immaginario, passando dal semipiano sinistro a quello destro, in corrispondenza di $s^* = \pm j\omega^* = \pm j4.75$, per $K = K^* = -2231.3$.

Giarré - e.4) Disegnare qualitativamente il diagramma di Nyquist della funzione di risposta armonica $G(j\omega)$ per valori positivi della pulsazione. Calcolare esattamente la posizione σ_0 di un eventuale asintoto, le eventuali intersezioni con l'asse reale e i corrispondenti valori delle pulsazioni.

SOLUZIONE:

Il diagramma di Nyquist della funzione $G(s)$ è riportato in figura.



La funzione approssimante per $\omega \to 0$ è

$$G_0(s) = \frac{-2}{3000\, s}$$

pertanto il diagramma parte all'infinito con fase iniziale $\varphi_0 = -\frac{3}{2}\pi$.
La funzione approssimante per $\omega \to \infty$ è

$$G_\infty(s) = \frac{1}{s^3}$$

e quindi il diagramma giunge nell'origine con fase finale $\varphi_\infty = -\frac{3}{2}\pi$.
Il parametro Δ_τ vale

$$\Delta_\tau = -\frac{1}{2} - \frac{4}{100} - \frac{1}{30} = -0.573 < 0$$

pertanto il diagramma parte in ritardo rispetto alla fase iniziale φ_0.
Il sistema è di tipo 1 pertanto esiste un asintoto verticale la cui ascissa è

$$\sigma_0 = \frac{-2}{3000}\Delta_\tau = 0.0003822$$

Il parametro Δ_p vale

$$\Delta_p = 2 + 4 + 30 = 36 > 0$$

pertanto il diagramma arriva in anticipo rispetto alla fase finale φ_∞.
Lo sfasamento complessivo è

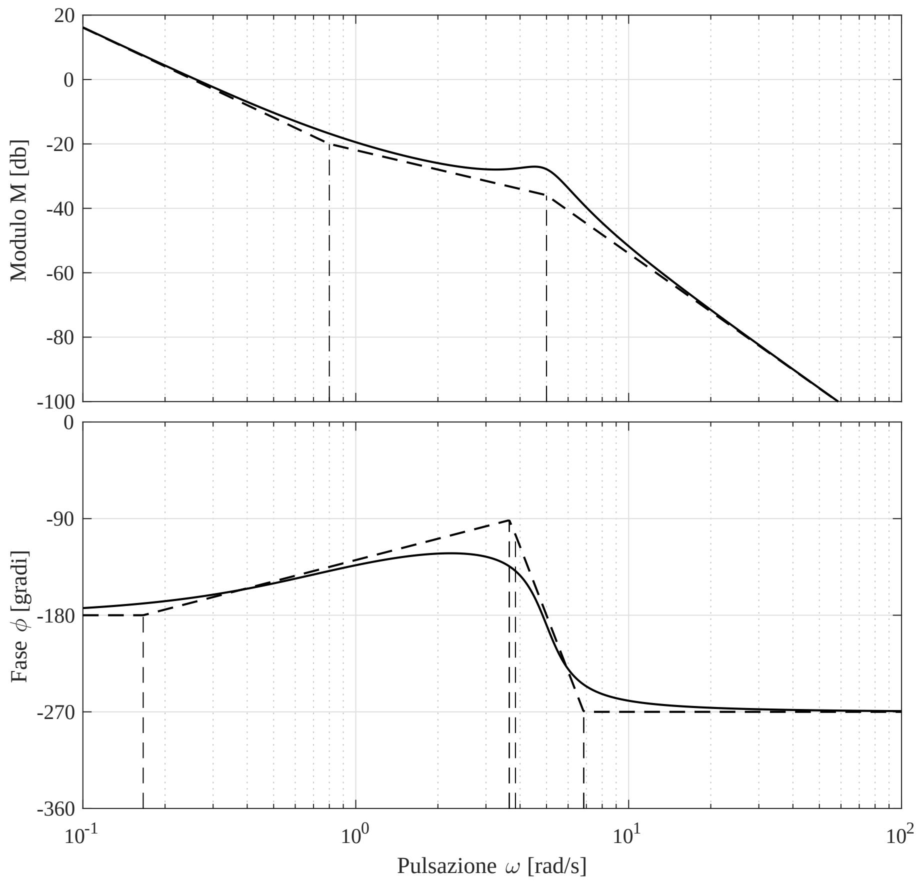
$$\Delta\varphi = -2\pi$$

Esiste almeno un'intersezioni con l'asse reale che, in virtù dell'analisi svolta con Routh al primo punto, risulta

$$\sigma = -1/K^\star = 0.000448.$$

---

f) Si faccia riferimento ai diagrammi di Bode della funzione $G(s)$ mostrati in figura.



f.1) Ricavare l'espressione analitica della funzione $G(s)$.

SOLUZIONE:

$$G(s) = \frac{0.064(\frac{1}{0.8}s+1)}{s^2(\frac{1}{25}s^2+\frac{2}{25}s+1)} = \frac{2(s+0.8)}{s^2(s^2+2s+25)}$$

dove il valore $\mu = 0.064$ si determina considernado l'approssimante in bassa frequenza della $G(s)$ (caratterizzata da un doppio polo nell'origine - si noti la pendenza iniziale pari a -40 db/decade)

$$|G_0(s)|_{s=0.8\,j} = \left|\frac{\mu}{s^2}\right|_{s=0.8\,j} = \frac{|\mu|}{0.8^2} \simeq -20 \text{ db} \simeq 0.1 \qquad \rightarrow \qquad |\mu| \simeq 0.064.$$

Il segno sarà positivo considerando la fase iniziale pari a -180^o e la presenza dei due poli nell'origine che la determinano.

In corrispondenza di $\omega = 0.8$ rad/s è presente uno zero reale negativo.
In corrispondenza di $\omega = 5$ rad/s è presente una coppia di poli complessi coniugati (cartterizzati quindi da $\omega_n = 5$) stabili con $\delta = 0.2$. Infatti

$$\delta = \frac{1}{2M_{\omega_n}} \simeq \frac{1}{2\cdot 2.5} = 0.2.$$

La distanza $M_{\omega_n} \simeq 8$ db $\simeq 2.5$ si legge dal diagramma di Bode dei moduli.

f.2) Valutare in maniera approssimata la risposta a regime $y_\infty(t)$ del sistema $G(s)$ quando in ingresso è presente il segnale:

$$x(t) = 5\cos(0.8\,t) + 3\,\sin(10\,t+\pi/3)\,.$$

SOLUZIONE:
Essendo il sistema instabile (dal momento che è presente un polo doppio nell'origine) la risposta a regime a un qualunque ingresso (anche limitato) diverge, per cui $y_\infty(t) = \infty$.

Cognome: Nome: N. Matr.:

Diagrammi di Bode